المستوى: 3 علوم تجريبية3+4 المدة: 1سا

الفرض الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات

نص التمرين:

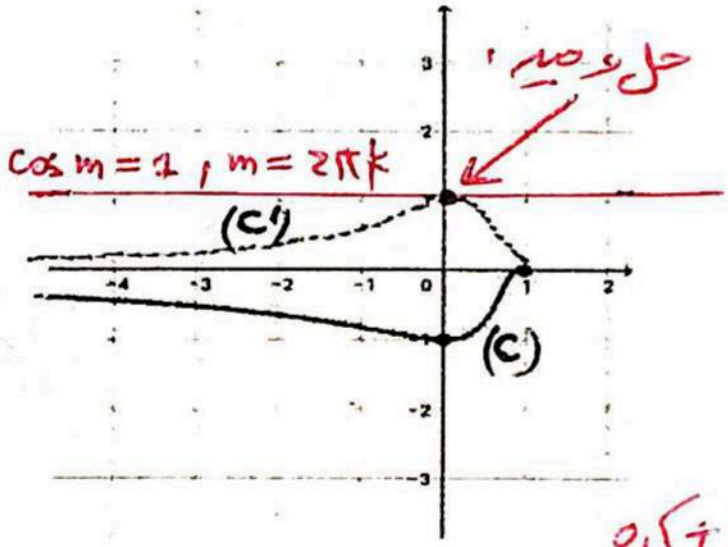
I- نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;1[$ ب : $f(x)=\frac{a}{x-1}e^{\frac{bx}{x-1}}$ ، حيث a و b عددان حقيقيان غير معدومين.

و (C) تمثيلها البياني في معلم ومتعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بقراءة بيانية أوجد:

أ- $f(0)$ ، $f'(0)$ و $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$. 0,75

ب- فسر بيانيا النتائج المحصل عليها في السؤال 1-أ. 0,75



2) أ- بين انه من أجل كل x من $]-\infty;1[$ فإن:

$f(x)=\frac{1}{(x-1)^2}e^{\frac{bx}{x-1}}\left(\frac{-ax+a-b}{x-1}\right)$ 0,5

ب- أثبت أن $a=1$ و $b=1$. 0,5

II- 1) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$. 0,5

2) أ- حدد اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها. 0,5 + 0,5

ب- بين أن المعادلة $f(x)=-\frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;1[$ ثم تحقق أن $0.6<\alpha<0.7$. (فسر بيانيا). (1)

3) أعد رسم (C) ثم استنتج طريقة لرسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$. 0,5

4) عين قيم الوسط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)|=\cos(m)$ حلا وحيدا. 0,5

5) تحقق أن المنحنى (C) يقبل لمقطتي انطاف فاصلتاهما $\frac{1}{\sqrt{2}}$ و $-\frac{1}{\sqrt{2}}$. 01

www.dzexams.com

تصحيح الفرض الثاني للفصل الأول — المستوى : 3 علوم.

I- $f(x)=\frac{a}{x-1}e^{\frac{bx}{x-1}}$; $D_f=]-\infty;1[$

1) القراءة البيانية (0,75)

أ- $f(0)=-1$ ، $f'(0)=0$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$: استنتاج

ب- التفسيرات الهندسية (0,75)

- النقطة $(-1;0)$ تقطة تقاطع (C) مع محور التراتيب.

- المنحنى (C) يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة 0.

- المنحنى (C) يقبل نقطة توقف هي $(1;0)$

2) أ- تبيان أن: $f'(x)=\frac{1}{(x-1)^2}e^{\frac{bx}{x-1}}\left(\frac{-ax+a-ab}{x-1}\right)$

f قابلة للاشتقاق على D_f ولدينا: (0,25)

$$f'(x)=\frac{-a}{(x-1)^2}e^{\frac{bx}{x-1}}+\frac{a}{x-1}\times\frac{-b}{(x-1)^2}e^{\frac{bx}{x-1}}$$

ومنه

$$f'(x)=\frac{1}{(x-1)^2}e^{\frac{bx}{x-1}}\left(-a-\frac{ab}{x-1}\right)$$

إذن

$$f'(x)=\frac{1}{(x-1)^2}e^{\frac{bx}{x-1}}\left(\frac{-ax+a-ab}{x-1}\right)$$

ب- إثبات أن $a=1$ و $b=1$. (0,25)

لدينا $f(0)=-1$

ومن جهة أخرى $f(0)=-a$

إذن $a=1$.

ولدينا $f'(0)=0$

ومن جهة أخرى $f'(0)=-a+ab$

إذن $-a+ab=0$ ومنه $-1+b=0$

إذن $b=1$.

II- 1) حساب النهاية لـ f عند $-\infty$ (0,25)

$$f(x)=\frac{1}{x-1}e^{\frac{x}{x-1}}$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{x-1}\right)\left(e^{\frac{x}{x-1}}\right)=0\times e=0$$

www.dzexams.com

الأستاذ: بن عمر ... Top Maths Pz.

2) أ- اتجاه تغير الدالة f وجدول تغيراتها.

$$f'(x)=\frac{1}{x-1}e^{\frac{x}{x-1}}\left(\frac{-x}{x-1}\right)$$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $\frac{-x}{x-1}$ ولدينا $f'(x)=0$ إذا وفقط إذا $x=0$. (0,5)

x	$-\infty$		0		1
$-x$		$+$	0	$-$	
$x-1$		$-$		$-$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

على المجال $]-\infty;0]$، الدالة f متناقصة تماما

على المجال $[0;1[$، الدالة f متزايدة تماما.

ب- تبيان أن المعادلة $f(x)=-\frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا α (0,5)

x	$-\infty$		0		1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	-1	↗	0

الدالة f مستمرة على المجال $]0;1[$ ورتيبة (0,5)

ولدينا $f(]0;1[)=[-1;0[$ إذن $-1<-\frac{1}{2}<0$

ومنه المعادلة $f(x)=-\frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا α

التحقق: $f(0,6)<-\frac{1}{2}<f(0,7)$.

3) إعادة رسم (C) وتمثيل (C') المماثل لـ $|f|$ (0,5)

4) تعيين قيم m حتى تقبل المعادلة $|f(x)|=\cos m$ حلا وحيدا، لدينا إذا وفقط إذا $\cos m=1$ (0,5)

فإن المعادلة $|f(x)|=\cos m$ تقبل حلا وحيدا وليس مضاعفا ومنه $m=2\pi k$ مع $k\in\mathbb{Z}$

5) التحقق أن المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف فاصلتاهما $\frac{1}{\sqrt{2}}$ و $-\frac{1}{\sqrt{2}}$. (0,5)

f' قابلة للاشتقاق على $]-\infty;1[$ ولدينا:

$$f''(x)=\frac{2x^2-1}{(x-1)^5}e^{\frac{x}{x-1}}$$ ، $f''(x)=0$

إذن $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ أو $x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

إشارة f'' من إشارة $\frac{2x^2-1}{(x-1)^5}$ لأن $e^{\frac{x}{x-1}}>0$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		1
$2x^2-1$	$+$	0	$-$	0	$+$		
$(x-1)^5$	$-$		$-$		$-$		
$f''(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$		

إذن (C) تقبل نقطتي انعطاف فاصلتاهما $\frac{1}{\sqrt{2}}$ و $-\frac{1}{\sqrt{2}}$.