تمريـــــــن شامل

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

A ، B ، C و D نقط من المستوي حيث : $A(1;1)$ و $B(2;-2)$ و $C(2;0)$ و $D\left(\frac{3}{5};\frac{1}{5}\right)$.

1. النقطة I منتصف القطعة $[AB]$ و النقطة J مركز ثقل المثلث ABC .

أ) أنشئ I ثم أنشئ J بطريقتين .

ب) عين احداثيي كل من I و J .

ج) عين مجموعة النقط M من المستوي حيث $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$.

2. النقطة K مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,3)\}$ و النقطة G مرجح $\{(A,-1);(B,3);(C,2)\}$ و F تحقق $-\overrightarrow{FA}+2\overrightarrow{FC}=\vec{0}$.

أ) في نفس المعلم : مثل النقط C,B,A أنشئ K ، عرف F ثم أنشئها .

ب) بين دون حساب أن النقط G,K,C على استقامية ثم تحقق من ذلك حسابيا .

ج) بين دون حساب أن G مرجح F و B بمعاملين يطلب تعيينهما ثم تحقق من ذلك حسابيا .

د) استنتج أن G تقاطع المستقيمين (KC) و (FB) .

هـ) عين مجموعة النقط M من المستوي حيث $\left\|-\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=4\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MC}\right\|$.

3. E نقطة من المستوي تحقق $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

ا) بين أن E مرجح A و B بمعاملين يطلب تعيينهما و أن A مرجح E و B بمعاملين يطلب تعيينهما .

4. لتكن G_α مرجح للجملة $\{(A,\alpha);(B,\alpha+1)\}$ حيث α عدد حقيقي .

أ) عين قيم α حتى يكون G_α موجودا .

ب) استنتج قيم α حتى تكون النقط G_α,B,A على استقامية .

ج) هل توجد قيم لـ α حيث G_α منتصف $[AB]$.

د) عين قيمة α حتى تكون G_α تنتمي إلى محور التراتيب .

هـ) عين قيمة α حتى تكون G_α تنتمي إلى المستقيم ذو المعادلة $y=2x$.

و) أنشئ G_2 .

$(E$.

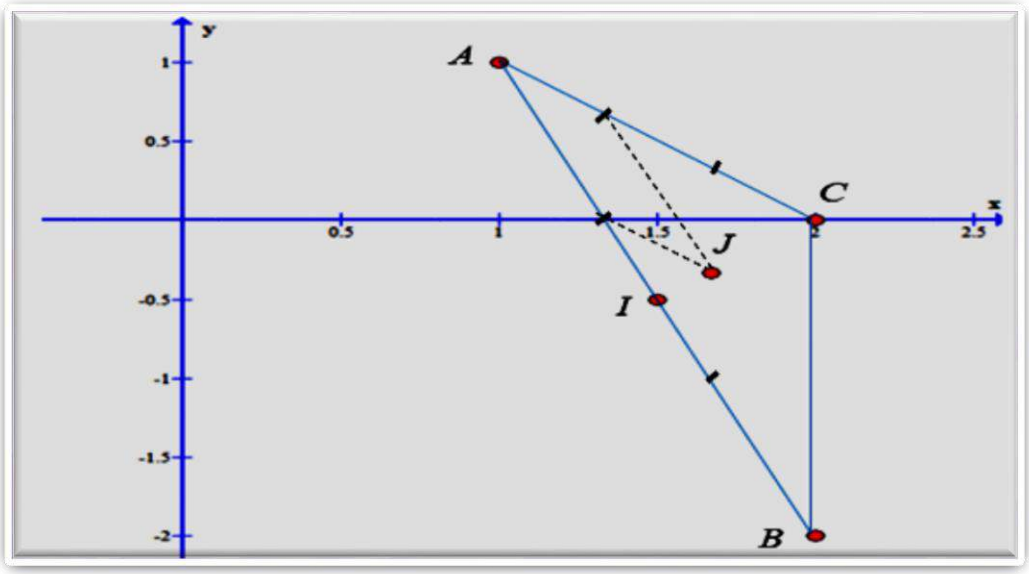
حل التمريـــــــن

أ) أنشئ I

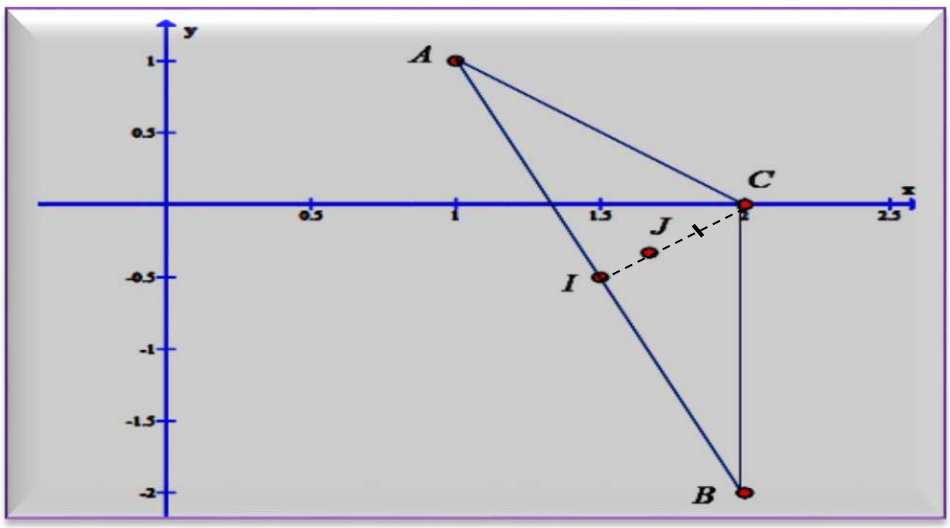
I منتصف القطعة $[AB]$ أي I مرجح الجملة $\{(A,1);(B,1)\}$ معناه $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

ثم أنشئ J بطريقتين .

طريقة 1 : J مركز ثقل المثلث ABC أي J مرجح الجملة $\{(A,1);(B,1);(C,1)\}$ معناه $\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$



طريقة 2 : أي J مرجح الجملة $\{(A,1);(B,1);(C,1)\}$ و I مرجح الجملة $\{(A,1);(B,1)\}$ و منه حسب خاصية التجميع فإن J مرجح الجملة $\{(I,2);(C,1)\}$ معناه $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IC}$. **يمكن كذلك حساب احداثيي J كطريقة ثالثة .**



ب) عين احداثيي كل من I و J.

$\begin{cases} x_I+x_B=\frac{1+2}{2}=\frac{3}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} x_J+x_I+x_C=\frac{1+2+2}{3}=\frac{5}{3} \end{cases}$

$J\left(\frac{5}{2};\frac{-1}{2}\right)$

ج) عين مجموعة النقط M من المستوى حيث $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$:

$$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|\Rightarrow\left\|3\overrightarrow{MJ}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{AB}\right\|\Rightarrow\left\|3\overrightarrow{MJ}\right\|=\left\|-\overrightarrow{AB}\right\|\Rightarrow 3MJ=AB$$

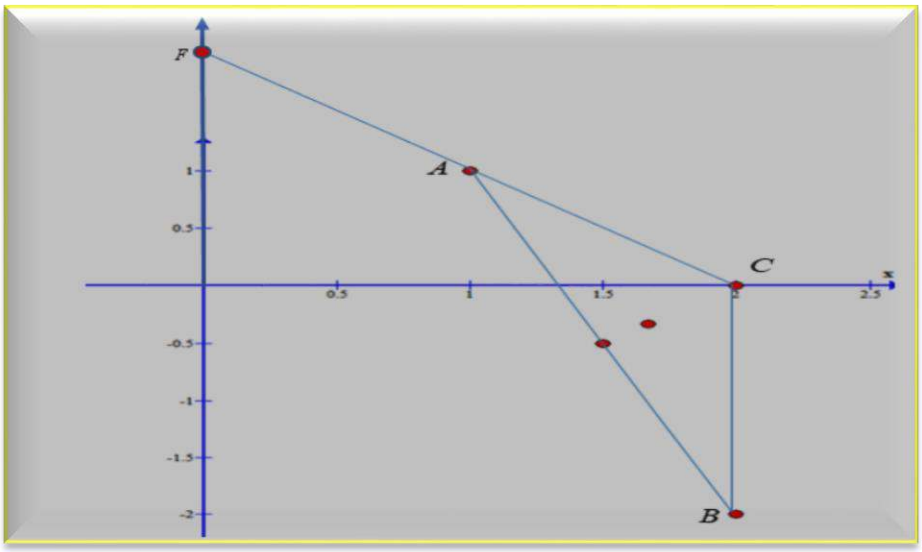
$$AB=\sqrt{(2-1)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{10}$$

$$3MJ=\sqrt{10}\Rightarrow MJ=\frac{\sqrt{10}}{3}$$

مجموعة النقط M هي الدائرة التي مركزها J و نصف قطرها $\frac{\sqrt{10}}{3}$.

2.أ) في نفس المعلم : مثل النقط A,B,C ، أنشئ K ، عرف F ثم أنشئها .

$-\overrightarrow{FA}+2\overrightarrow{FC}=\vec{0}$ و لدينا $-1+2\neq 0$ ، F مرجح الجملة $\{(A,-1);(C,2)\}$ و منه $\overrightarrow{AF}=-\overrightarrow{AC}$.



ب) بين دون حساب أن النقط G,K,C على استقامية :

لدينا G مرجح $\{(A,-1);(B,3);(C,2)\}$ و K مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,3)\}$ و منه حسب خاصية التجميع فإن G مرجح $\{(K,-1+3);(C,2)\}$ أي G مرجح $\{(K,2);(C,2)\}$. اذن النقط G,K,C على استقامية .

ثم تحقق من ذلك حسابيا .

لدينا G مرجح $\{(A,-1);(B,3);(C,2)\}$ معناه $-\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ ومنه

$-\left(\overrightarrow{GK}+\overrightarrow{KA}\right)+3\left(\overrightarrow{GK}+\overrightarrow{KB}\right)+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ ومنه $-\overrightarrow{GK}-\overrightarrow{KA}+3\overrightarrow{GK}+3\overrightarrow{KB}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ ومنه

$\underbrace{-\overrightarrow{KA}+3\overrightarrow{KB}}_{0}+2\overrightarrow{GK}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ و بما أن K مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,3)\}$ فإن $-\overrightarrow{KA}+3\overrightarrow{KB}=\vec{0}$ اذن

$+2\overrightarrow{GK}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ و منه $\overrightarrow{GK}=-\overrightarrow{GC}$ اذن الشعاعان $\overrightarrow{GK}$ و $\overrightarrow{GC}$ مرتبطان خطيا و النقط G,K,C على استقامية .

ج) بين دون حساب أن G مرجح F و B بمعاملين يطلب تعيينهما ثم تحقق من ذلك حسابيا .

لدينا G مرجح $\{(A,-1);(B,3);(C,2)\}$ و F مرجح الجملة $\{(A,-1);(C,2)\}$ و منه حسب خاصية التجميع فإن G مرجح $\{(F,-1+2);(B,3)\}$ أي G مرجح $\{(F,1);(B,3)\}$.

ثم تحقق من ذلك حسابيا .

لدينا G مرجح $\{(A,-1);(B,3);(C,2)\}$ معناه $-\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ ومنه

$F+FC=0$

$\{(F,$.

د) استنتج أن G تقاطع المستقيمين (KC) و (FB) .

النقط G,K,C على استقامية معناه $G\in(KC)$ ..... (1)

G مرجح $\{(F,1);(B,3)\}$ معناه $G\in(FB)$ ..... (2)

من (1) و (2) نستنتج أن G هي تقاطع المستقيمين (KC) و (FB) .

هـ) عين مجموعة النقط M من المستوي حيث $\left\|-\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=4\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MC}\right\|$

$\left\|-\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=4\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MC}\right\|\Rightarrow\left\|4\overrightarrow{MG}\right\|=4\left\|\overrightarrow{MF}\right\|\Rightarrow 4MG=4MF\Rightarrow MG=MF$.

مجموعة النقط M هي محور القطعة $[GF]$.

3. E نقطة من المستوي تحقق $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

ا) بين أن E مرجح A و B بمعاملين يطلب تعيينهما

$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\Rightarrow 3\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}\Rightarrow 3\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EB}\Rightarrow 3\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{EB}=\vec{0}\Rightarrow 2\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{EB}=\vec{0}\Rightarrow 2\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}=\vec{0}$

$2+1\neq 0$ اذن E مرجح A و B بالمعاملين 2 و 1 على الترتيب .

و أن A مرجح E و B بمعاملين يطلب تعيينهما .

$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\Rightarrow 3\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}\Rightarrow 3\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

$3-1\neq 0$ اذن A مرجح E و B بالمعاملين 3 و 1- على الترتيب .

4.لتكن G_α مرجح للجملة $\{(A,\alpha);(B,\alpha+1)\}$ حيث α عدد حقيقي .

أ) عين قيم α حتى يكون G_α موجودا .

G_α موجود معناه $\alpha+\alpha+1\neq 0$ و منه $\alpha\neq-\frac{1}{2}$ أي $\alpha\in\Re-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

ب) استنتج قيم α حتى تكون النقط G_α,B,A على استقامية .

النقط G_α,B,A على استقامية معناه G_α مرجح A و B موجود أي $\alpha\in\Re-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

ج) هل توجد قيم لـ α حيث G_α منتصف $[AB]$.

G_α منتصف $[AB]$ معناه $\alpha=\alpha+1$ و منه $0=1$ و هذا مستحيل اذن لا توجد قيم لـ α حيث G_α منتصف $[AB]$.

د) عين قيمة α حتى تكون G_α تنتمي إلى محور التراتيب .

$$\begin{cases}x_{G_\alpha}=\dfrac{1\times\alpha+2(\alpha+1)}{2\alpha+1}=\dfrac{3\alpha+2}{2\alpha+1}\\ y_{G_\alpha}=\dfrac{1\times\alpha-2(\alpha+1)}{2\alpha+1}=\dfrac{-\alpha-2}{2\alpha+1}\end{cases}$$

G_α تنتمي إلى محور التراتيب معناه $x_{G_\alpha}=0$ و $\alpha\neq-\frac{1}{2}$

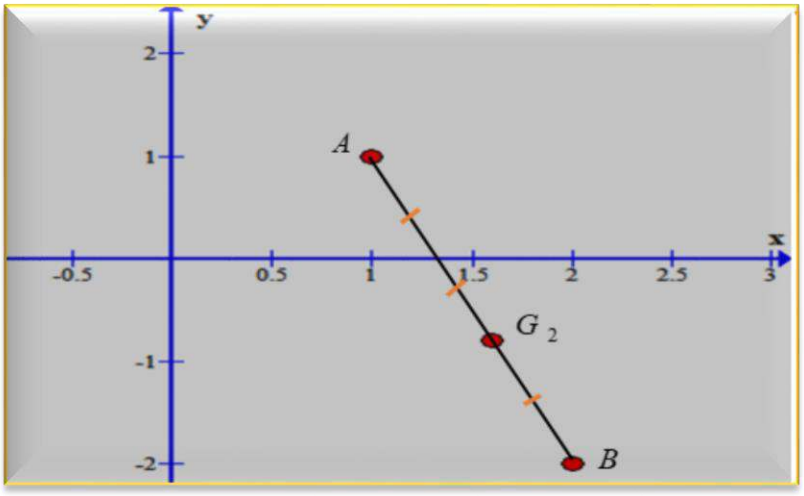
هـ) عين قيمة α حتى تكون G_α تنتمي إلى المستقيم ذو المعادلة $y=2x$.

G_α تنتمي إلى المستقيم ذو المعادلة $y_{G_\alpha}=2x_{G_\alpha}$ و $\alpha\neq-\frac{1}{2}$.

$$y_{G_\alpha}=2x_{G_\alpha}\Rightarrow\frac{-\alpha-2}{2\alpha+1}=2\Rightarrow\frac{3\alpha+2}{2\alpha+1}\Rightarrow-\alpha-2=2(3\alpha+2)\Rightarrow5\alpha=-6\Rightarrow\alpha=\frac{-6}{5}$$

و) أنشئ G_2.

G_2 مرجح للجملة $\{(A,2);(B,3)\}$ معناه $\overrightarrow{AG}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$.



ي) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث $\left\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\|=5\sqrt{2}$.

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\|=5\sqrt{2}\Rightarrow\left\|5\overrightarrow{MG_2}\right\|=5\sqrt{2}\Rightarrow5MG_2=5\sqrt{2}\Rightarrow MG_2=\sqrt{2}$$

المجموعة (E) هي الدائرة التي مركزها G_2 و نصف قطرها $\sqrt{2}$.

- بين أن D تنتمي إلى (E).

نتحقق أن $DG_2=\sqrt{2}$. $\begin{cases}x_{G_2}=\frac{8}{5}\\ y_{G_2}=\frac{-4}{5}\end{cases}$ و $D\left(\frac{3}{5};\frac{1}{5}\right)$ ، $DG_2=\sqrt{\left(\frac{8}{5}-\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{1}{5}-\frac{-4}{5}\right)^2}=\sqrt{2}$ اذن D تنتمي إلى (E) .

