

سنة **ثانية** ثانوي

الشعب:

رياضيات | علوم تجريبية | تقني رياضي

تمرين في:

الاحتمالات

[مع حل مقترح]

إعداد الأستاذ:

قويسم إبراهيم الخليل

◄ التمرين:

I) كيس به 7 كريات متماثلة منها ثلاثة سوداء تحمل الأرقام: 0، 3 و 5 وثلاثة حمراء تحمل الأرقام 1، 3 و 7 وكرية خضراء تحمل الرقم 3، نسحب عشوائيا على التوالي وبدون ارجاع كريتان من الكيس

1. عيّن بواسطة مخطط أو جدول عدد عناصر مجموعة الإمكانيات Ω
2. احسب احتمال الحوادث التالية:
   - الحادثة A: "سحب كريتان مختلفتان في اللون"
   - الحادثة B: "سحب كريتان تحملان نفس الرقم"
   - الحادثة C: "سحب كرية حمراء على الأكثر"
   - الحادثة D: " سحب كرية سوداء على الأقل"
   - الحادثة E: "سحب كريتان مجموع رقميهما مضاعف لـ3"
   - الحادثة F: "سحب كريتان لهما نفس اللون"

II) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب "عدد الكريات السوداء المسحوبة"

1. عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي X، ثم عرّف قانون احتماله
2. احسب الأمل الرياضياتي، التباين والانحراف للمتغير العشوائي X

III) ليكن Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب "القيمة المطلقة للفرق بين رقمي الكريتان المسحوبتان"

1. عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي Y، ثم عرّف قانون احتماله
2. احسب الأمل الرياضياتي، التباين والانحراف للمتغير العشوائي Y

◄ حل مقترح للتمرين:

I)

1. تعيين عدد عناصر مجموعة الإمكانيات Ω:

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
						$_7G_3$	

ومنه: عدد امكـ

- الحادثة A: "سحب كريتان مختلفتان في اللون":

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

$$P(A) = \frac{30}{42} = \boxed{\frac{5}{7}}$$

- الحادثة B: "سحب كريتان تحملان نفس الرقم"

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

$$P(B) = \frac{6}{42} = \boxed{\frac{1}{7}}$$

- الحادثة C: "سحب كرية حمراء على الأكثر"

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

$$P(C) = \frac{24}{42} = \boxed{\frac{4}{7}}$$

- الحادثة D: " سحب كرية سوداء على الأقل"

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	3 3	5 3	1 3		7 3	3 3
R_7	B_0R_7						
G_3	B_0G_3						

الخليل للرياضيات

$$P(A) = \frac{30}{42} = \boxed{\frac{5}{7}}$$

• الحادثة E: "سحب كريتان مجموع رقميهما مضاعف لـ3"

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

$$P(E) = \frac{16}{42} = \boxed{\frac{8}{21}}$$

• الحادثة F: "سحب كريتان لهما نفس اللون"

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

$$P(F) = \frac{12}{42} = \boxed{\frac{2}{7}}$$

(II)

❶ تعيين مجموعة قيم المتغير العشوائي X:

$$X(\Omega) = \{0; 1; 2\}$$

- قانون احتمال X:

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

اللون الأزرق لما نسحب كريتين سوداويين

اللون البرتقالي لما نسحب كرة سوداء فقط

اللون الأخضر لما لا نسحب أي كرة سوداء

ومنه:

أي:

X	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

❷ حساب الأمل ، التباين والانحراف للمتغير العشوائي X:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{i=3} x_i p_i$$
$$= (0)\left(\frac{2}{7}\right) + (1)\left(\frac{4}{7}\right) + (2)\left(\frac{1}{7}\right)$$
$$= 0 + \frac{4}{7} + \frac{2}{7}$$
$$= \frac{6}{7} \approx \boxed{0.85}$$

$$V(X) = \sum_{i=1}^{i=3} (x_i)^2 p_i - \left(E(X)\right)^2$$
$$= (0)^2\left(\frac{2}{7}\right) + (1)^2\left(\frac{4}{7}\right) + (2)^2\left(\frac{1}{7}\right) - \left(\frac{6}{7}\right)^2$$
$$= 0 + \frac{4}{7} + \frac{4}{7} + \frac{36}{42}$$
$$= \boxed{2}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \boxed{\sqrt{2}}$$

(III)

❶ تعيين مجموعة قيم المتغير العشوائي Y:

$$Y(\Omega) = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$$

- قانون احتمال Y:

نحسب القيمة المطلقة للفرق بين رقمي الكريتان المسحوبتان:

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		3	5	1	3	7	3
B_3	3		2	2	0	4	0
B_5	5	2		4	2	2	2
R_1	1	2	4		2	6	2
R_3	3	0	2	2		4	0
R_7	7	4	2	6	4		4
G_3	3	0	2	2	0	4	

ومنه:

Y	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(Y = x_i)$	$\frac{6}{42}$	$\frac{2}{42}$	$\frac{14}{42}$	$\frac{6}{42}$	$\frac{8}{42}$	$\frac{2}{42}$	$\frac{2}{42}$	$\frac{2}{42}$

أي:

Y								
$P(Y = x_i)$								

❷ حساب الأمل ، التباين والانحراف للمتغير العشوائي Y:

$$E(Y) = \sum_{i=1}^{i=8} x_i p_i$$

$$= (0)\left(\frac{1}{7}\right) + (1)\left(\frac{1}{21}\right) + (2)\left(\frac{1}{3}\right) + (3)\left(\frac{1}{7}\right) + (4)\left(\frac{4}{21}\right) + (5)\left(\frac{1}{21}\right) + (6)\left(\frac{1}{21}\right) + (7)\left(\frac{1}{21}\right)$$

$$= \frac{1}{21} + \frac{2}{3} + \frac{3}{7} + \frac{16}{21} + \frac{5}{21} + \frac{6}{21} + \frac{7}{21}$$

$$= \frac{58}{21}$$

$$\approx \boxed{2.76}$$

$$V(Y) = \sum_{i=1}^{i=8} (x_i)^2 p_i - \left(E(Y)\right)^2$$

$$= (0)^2\left(\frac{1}{7}\right) + (1)^2\left(\frac{1}{21}\right) + (2)^2\left(\frac{1}{3}\right) + (3)^2\left(\frac{1}{7}\right) + (4)^2\left(\frac{4}{21}\right) + (5)^2\left(\frac{1}{21}\right) + (6)^2\left(\frac{1}{21}\right) + (7)^2\left(\frac{1}{21}\right) - \left(\frac{58}{21}\right)^2$$

$$= \frac{1}{21} + \frac{4}{3} + \frac{9}{7} + \frac{64}{21} + \frac{25}{21} + \frac{36}{21} + \frac{49}{21} - \left(\frac{58}{21}\right)^2$$

$$= \frac{1466}{441}$$

$$\approx \boxed{3.32}$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{V(Y)} = \sqrt{3.32} \approx \boxed{1.82}$$

إنتـــــــــــهى
دعواتكم