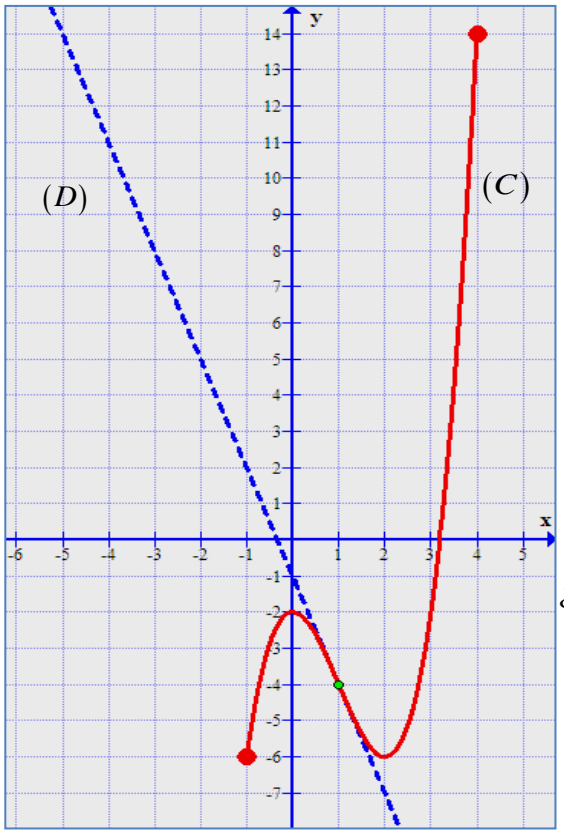
التمريـــــــن-3-

الجزء الأول :

g دالة معرفة على $[-1;4]$ كما يلي : $g(x)=ax^3+bx^2+c$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية .

(C) هو التمثيل البياني للدالة g في معلم . و (D) هو المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1;-4)$ ، (انظر الشكل)

(C) يقطع محور الفواصل في نقطة و وحيدة فاصلتها α حيث $\alpha \approx 3.1$.



بقراءة بيانية :

1. شكل جدول تغيرات g .

2. عين $g(0)$ ، $g(2)$ ، $g'(0)$ ، $g'(2)$ و $g'(1)$.

3. اكتب معادلة لـ (D) .

4 . حل المتراجحة الآتية $g'(x) \prec 0$.

5. باستعمال (C) ، بين أن $a=1$ ، $b=-3$ و $c=-2$.

6. استنتج ؛ حسب قيم العدد الحقيقي x ؛ إشارة $g(x)$ و اشارة $g'(x)$

الجزء الثاني :

g دالة معرفة على المجال $[-1;4]$ كما يلي : $g(x)=x^3-3x^2-2$

(C)تمثيلها البياني في معلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. أدرس قابلية اشتقاق الدالة g عند 0 ثم فسر النتيجة هندسيا .

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها على $[-1;4]$.

3. بين أن (C) يقبل مماسين موازيين لمحور الفواصل يطلب تعيين معادلة لكل منهما .

4. عين معادلة مماس المنحني (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1 ، ثم استنتج قيمة مقربة لـ $g(1.0001)$.

5. عين تقريبا تآلفيا للدالة عند 1 ،ثم استنتج قيمة مقربة لـ $g(1.0001)$.

6. عين حصرا لـ $g(x)$ على المجال $[1;2]$

7. بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها فاصلتها .

الجزء الثالث :

f الدالة المعرفة على $[2;4]$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^3+1}{(x-1)^2}$.

(C_f) هو التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. بين أنه ؛ من أجل كل x من $[2;4]$ ؛ يكون : $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-1)^3}$.

2. استنتج اتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها .

3. ارسم (C_f) في $[2;4]$.

4. عين بيانيا اشارة $f(x)$ في $[2;4]$.

5. h الدالة المعرفة على المجال $[2;4]$ كما يلي : $h(x)=[f(x)]^2$

⇦ أدرس اتجاه تغير h و شكل جدول تغيراتها . (عبارة h غير مطلوبة)

6. u الدالة المعرفة على $[2;4]$ كما يلي : $u(x)=|f(x)|$ ، (C_u) هو التمثيل البياني للدالة u.

⇦ أنشئ (C_u) انطلاقا من (C_f)

7. v الدالة المعرفة على $[2;4]\cup[-4;-2]$ كما يلي : $v(x)=f(|x|)$ (C_v) هو التمثيل البياني للدالة v.

⇦ بين أن v زوجية ثم أنشئ (C_v) انطلاقا من (C_f)

8. k الدالة المعرفة على المجال $[3;5]$ كما يلي : $k(x)=f(x-1)+2$ (C_k) هو التمثيل البياني للدالة k.

⇦ اشرح كيفية انشاء (C_k) انطلاقا من (C_f).

الأستاذ : بلجودي حمـــو

حل التمرين -3-

الجزء الأول :

g دالة معرفة على المجموعة $[2;4]$ كما يلي : $g(x)=ax^3+bx^2+c$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية .

بقراءة بيانية :

1. شكل جدول تغيرات g :

x	-1		0		2		4
$g(x)$	-6	↗	-2	↘	-6	↗	14

2.عين $g(0)$ ، $g(2)$ ، $g'(0)$ ، $g'(2)$ و $g'(1)$ و $g"(1)$:

$g(0)=-2$ ، $g(2)=-6$ ، $g'(0)=0$ ، $g'(2)=0$

$g'(1)$ هو معامل توجيه المماس (D) : $g'(1)=\frac{-1-(-4)}{0-1}=-3$

3. اكتب معادلة لـ (D) :

معادلة (D) هي : $y=g'(1)(x-1)+g(1)$ و لدينا $g(1)=-4$ و $g'(1)=-3$

و منه $y=-3(x-1)-4$. و بالتالي معادلة المماس (D) هي : $y=-3x-1$

4 . حل المتراجحة الآتية $g'(x)\prec 0$: $x\in]0;2[$

5. باستعمال (C) ، بين أن $a=1$ ، $b=-3$ و $c=-2$:

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x)=ax^3+bx^2+c$ و $g'(x)=3ax^2+2bx$

لدينا : $\begin{cases}g(0)=-2\\g(1)=-4\\g'(2)=0\end{cases}$ ومنه : $\begin{cases}c=-2\\a+b-2=-4\\12a+4b=0\end{cases}$ ومنه : $\begin{cases}c=-2\\a+b=-2\end{cases}$ ومنه : $\begin{cases}c=-2\\-a-b=2.....(1)\end{cases}$

بجمع (1) و (2) نجد : $2a=2$ ومنه $a=1$

نعوض قيمة a في (1) نجد $1+b=-2$ و منه $b=-3$

اذن $a=1$ ، $b=-3$ و $c=-2$: من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x)=x^3-3x^2-2$

6. استنتج إشارة $g(x)$:

x	-1		4
$g(x)$	$+$	0	$-$

إشارة $g'(x)$:

x	-1		0		2		4
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		

وادي حمـــو

الجزء الثاني :

1.أدرس قابلية اشتقاق الدالة g عند 0 ثم فسرالنتيجة هندسيا .

$$\lim_{h\to 0}\frac{g(h)-g(0)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h^3-3h^2-2+2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h^3-3h^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h(h^2-3h)}{h}=\lim_{h\to 0}(h^2-3h)=0$$

g قابلة للاشتقاق عند 0 و عددها المشتق عند 0 هو $g'(0)=0$.

هندسيا : (C) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 0 مماسا معامل توجيهه 0 .

2.دراسة تغيرات الدالة g:

من اجل كل x من $\Re$ ، $g'(x)=3x^2-6x$

المعادلة $g'(x)=0$ تقبل حلين هما $x=1$ و $x=-1$.و إشارة $g'(x)$ كما هو موضح في الجدول ادناه :

x	-1		0		2		4
$g'(x)$		+	0	-	0	+	

الدالة f متزايدة تماما على $[2;4]$و$[-1;0]$.و متناقصة تماما على $[0;2]$

جدول التغيرات :

x	-1		0		2		4
$g(x)$	-6	↗	-2	↘	-6	↗	14

3.بين أن (C) يقبل مماسين موازيين لمحور يطلب تعيين معادلة لكل منهما .

$g'(x)=0$ معناه $3x^2-6x=0$ و منه $x(3x-6)=0$ و منه $x=0$ أو $x=2$.

اذن : (C) يقبل مماسين أفقيين :

أحدهما عند النقطة ذات الفاصلة 0 معادلته $y=g(0)$ أي $y=-2$

و الأخر عند النقطة ذات الفاصلة 2 معادلته $y=g(2)=-6$ أي $y=-6$

4.عين معادلة (D) مماس المنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1 ،

معادلته $y=g'(1)(x-1)+g(1)$ و منه $y=-3(x-1)-4$ و منه معادلة (D) هي $y=-3x-1$

ثم استنتج قيمة مقربة لـ $g(1.0001)$.

$$g(1.0001)\approx -3(1.0001)-1=-4.0003$$

5.عين تقريبا تآلفيا للدالة عند 1 ،

$$g(1+h)=g'(x)\times h+g(1)=-3h-4$$

ثم استنتج قيمة مقربة لـ $g(1.0001)$

$$g(1.0001)\approx g(1+0.0001)=-3(0.0001)-4=-4.0003$$

6.عين حصرا لـ $g(x)$ على المجال $[1;2]$

لدينا $1\le x\le 2$ و g متناقصة تماما على المجال $[1;2]$ اذن $g(2)\le g(x)\le g(1)$ أي $-6\le g(x)\le -4$

7.تبيين أن (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها :

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x ، $g''(x)=6x-6$

x	1-		1		4

الجزء الثالث :

f الدالة المعرفة على $[2;4]$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^3+1}{(x-1)^2}$.

1. بين أنه ؛ من أجل كل x من $[2;4]$ يكون : $f'(x)=\frac{g(x)}{\quad}$.

من أجل كل x من $[2;4]$ لدينا ،

$$f'(x)=\frac{(3x^2)(x-1)^2-2(x-1)(x^3+1)}{(x-1)^4}=\frac{(x-1)\left[(3x^2)(x-1)-2(x^3+1)\right]}{(x-1)(x-1)^3}=\frac{(3x^2)(x-1)-2(x^3+1)}{(x-1)^3}$$

2.استنتج اتجاه تغير f :

من أجل كل عدد حقيقي x من $[2;4]$، $(x-1)^3 \succ 0$ اذن اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$

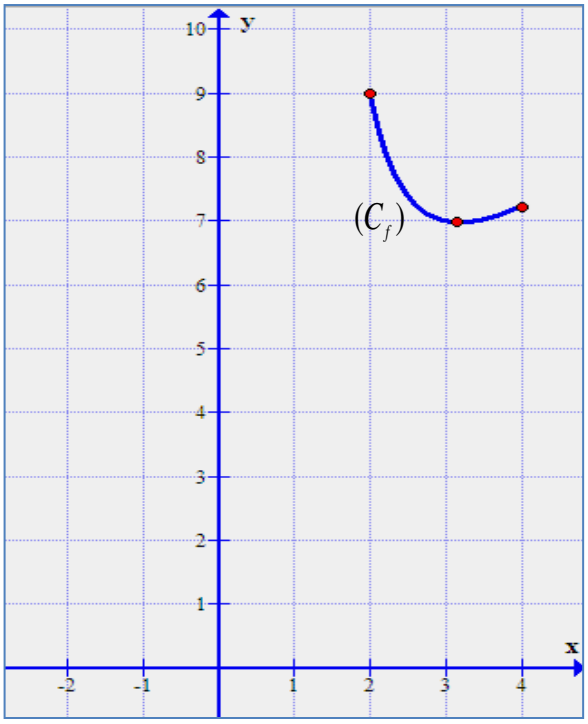
x	2 4
$f'(x)$	- 0 +

f متزايدة تماما على $[\alpha;4]$ ومتناقصة تماما على المجال $[2;\alpha]$.

و شكل جدول تغيراتها .

x	2 4
$f'(x)$	- 0 +
$f(x)$	9 ↘ 6.98 ↗ 7.22

3. ارسم (C_f) في $[2;4]$.



4. عين بيانيا ا

دي حمـــو

5. الدالة المعرفة على المجال $[2;4]$ كما يلي : $h(x)=[f(x)]^2$

⇦ أدرس اتجاه تغير h و شكل جدول تغيراتها . (عبارة h غير مطلوبة) :

من أجل كل x من $[2;4]$ لدينا ، $h'(x)=2\times[f'(x)]\times[f(x)]$

من أجل كل x من $[2;4]$ لدينا $f(x)\succ 0$ اذن اشارة $h'(x)$ من اشارة $f'(x)$

x	2	α	4
$h'(x)$	-	0	+

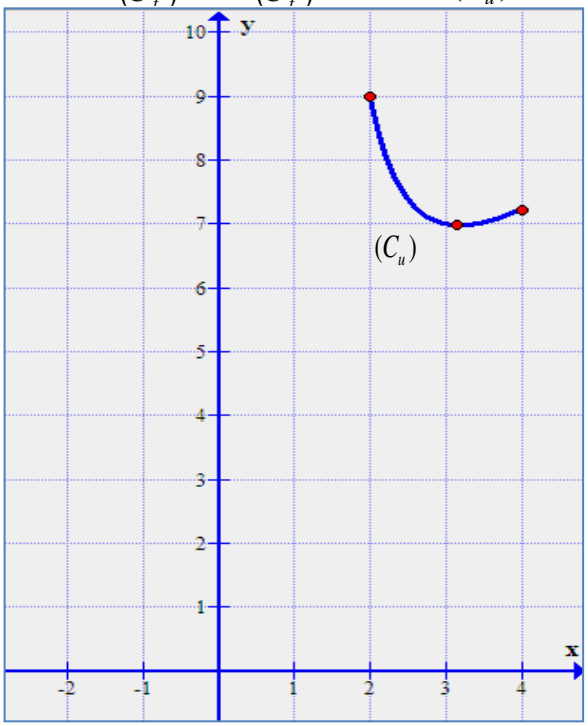
الدالة h متزايدة تماما على $[\alpha;4]$ ومتناقصة تماما على $[2;\alpha]$

x	2		α		4
$h'(x)$	-		0	+	
$h(x)$	9^2	↘	6.98^2	↗	7.22^2

6. الدالة المعرفة على المجال $[2;4]$ كما يلي : $u(x)=|f(x)|$ (C_u) هو التمثيل البياني للدالة u .

⇦ انشاء (C_u) انطلاقا من (C_f) :

يكون (C_u) منطبقا على (C_f) لأن (C_f) فوق محور الفواصل .



الأستاذ : بلجودي حمـــو

7. v **الدالة المعرفة على** $D_v=[-4;-2]\cup[2;4]$ **كما يلي :** $v(x)=f(|x|)$ **هو التمثيل البياني للدالة** v **.** (C_v)

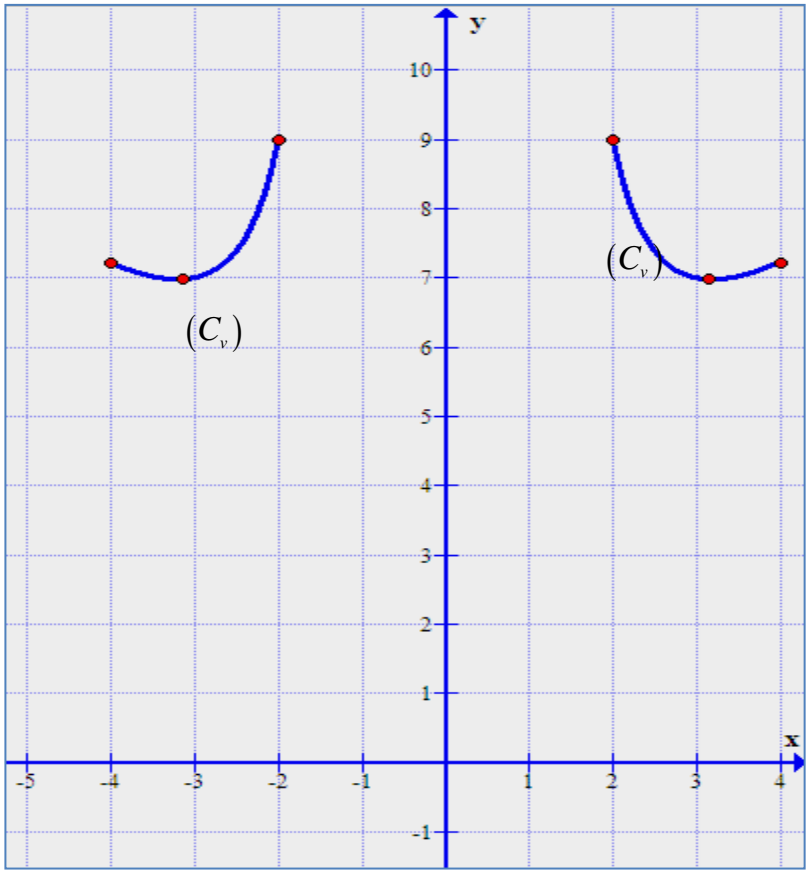
⇦ بين أن v **زوجية**

من اجل $x\in D_v$ ، $-x\in D_v$ و: $v(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=v(x)$. إذن الدالة v زوجية .

أنشاء (C_v) **انطلاقا من** (C_f) **:**

في المجال $[2;4]$ يكون $v(x)=f(x)$ اذن (C_v) منطبقا على (C_f) في هذا المجال .

و بما أن الدالة v زوجية فإن منحنيها منتاظر بالنسبة إلى محور التراتيب .



8. k **الدالة المعرفة على المجال** $[3;5]$ **كما يلي :** $k(x)=f(x-1)+2$ **هو التمثيل البياني للدالة** k **.** (C_k)

⇦ اشرح كيفية انشاء (C_k) **انطلاقا من** (C_f) **:**

$k(x)=f(x-1)+2$ من الشكل $k(x)=f(x+a)+b$ مع $a=-1$ و $b=2$.

إذن (C_k) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(1;2)$.

الأستاذ : بلجودي حمـــو

دعواتكـــــــــــــم