التمرين:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1\,;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{1+x}$

1) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 ثم اكتب معادلة (T) مماس منحنى الدالة f عند النقطة التي فاصلتها 0.

2) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+\frac{1}{2}x$

- أكمل الجدول التالي:

x	$-0{,}002$	$-0{,}001$	$0{,}001$	$0{,}002$
$f(x)$				
$g(x)$				

- ماذا تلاحظ؟

3) أحسن تقريب تآلفي للدالة f بجوار 0 هي الدالة g.

استنتج القيمة المقربة لكل من $\sqrt{1{,}00007}$ و $\sqrt{0{,}999917}$.

حل التمرين:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1\,;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{1+x}$

1) دراسة قابلية اشتقاق الدالة f عند 0:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{1+h}-1}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{\left(\sqrt{1+h}-1\right)\left(\sqrt{1+h}+1\right)}{h\left(\sqrt{1+h}+1\right)}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{1+h-1}{h\left(\sqrt{1+h}+1\right)}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{h}{h\left(\sqrt{1+h}+1\right)}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{1+h}+1}$$
$$=\frac{1}{2}$$

ومنه:

الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0 لأنها تقبل نهاية حقيقية ℓ عند 0.

حيث:

كتابة معادلة (T) مماس منحنى الدالة f عند النقطة التي فاصلتها 0:

تعطى معادلة (T) مماس منحنى الدالة f عند النقطة $(1\,;0)$ بـ:

$$(T): y=f'(0)(x-0)+f(0)$$

ومنه:

$$(T): y=\frac{1}{2}x+1$$

2) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+\frac{1}{2}x$

- اكمال الجدول:

x	$-0{,}002$	$-0{,}001$	$0{,}001$	$0{,}002$
$f(x)$	$0{,}998999$	$0{,}999499$	$1{,}00049$	$1{,}000999$
$g(x)$	$0{,}999$	$0{,}9995$	$1{,}0005$	$1{,}001$

- نلاحظ أن $f(x)\simeq g(x)$ بجوار 0.

ومنه:

$$\sqrt{1+x}\simeq 1+\frac{1}{2}x$$

3) أحسن تقريب تآلفي للدالة f بجوار 0 هي الدالة g.

استنتاج القيمة المقربة لكل من $\sqrt{1{,}00007}$ و $\sqrt{0{,}999917}$:

القيمة المقربة لـ $\sqrt{1{,}00007}$:

$$\sqrt{1{,}00007}=\sqrt{1+0{,}00007}$$
$$\sqrt{1{,}00007}\simeq 1+\frac{0{,}00007}{2}$$
$$\sqrt{1{,}00007}\simeq 1+0{,}000035$$

نجد:

$$\sqrt{1{,}00007}\simeq 1{,}000035$$

القيمة المقربة لـ $\sqrt{0{,}999917}$:

$$\sqrt{0{,}999917}=\sqrt{1+(-0{,}000083)}$$
$$\sqrt{0{,}999917}\simeq 1-\frac{0{,}000083}{2}$$
$$\sqrt{0{,}999917}\simeq 1-0{,}00004175$$

نجد:

$$\sqrt{0{,}999917}\simeq 0{,}9999585$$