درس شامل حول المرجح في المستوي

مرجح نقطتين.

تعريف مرجح نقطتين: لتكن A وB نقطتين متمايزتين وليكن α وβ عددين حقيقيين حيث $\alpha + \beta \neq 0$.

نسمي مرجح النقطتين A وB المرفقتين بالمعاملين α وβ على الترتيب النقطة G حيث: $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \vec{0}$.

1) إذا كانت نقطة A مرفقة بالعدد الحقيقي α الثنائية $(A;\alpha)$ تسمى نقطة مثقلة.

2) الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ تسمى جملة نقطتين مثقلتين.

3) النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$.

4) إذا كان $\alpha = \beta \neq 0$

فإنّ G تسمى مركز المسافتين المتساويتين للنقطتين A وB.

وفي هذه الحالة نأخذ $\alpha = \beta = 1$.

النقطة G منتصف القطعة $[AB]$.

5) إذا كانت النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ فإنّ النقط A ، B وG على استقامة واحدة.

6) إذا كانت A منطبقة على B فإنّ: G ينطبق على A.

خواص

1) G وحيدة

(لأنّ $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$) إنشاء G

4) G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,k\alpha);(B,k\beta)\}$

حيث k عدد حقيقي غير معدوم.

أي: (إذا ضربنا المعاملات في نفس العدد الحقيقي غير المعدوم لا يتغير المرجح).

5) من أجل كل نقطة M من المستوي،

$\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} = (\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$.

ملاحظة:

إذا كان المرجح G منتصف القطعة $[AB]$ فإنّ من أجل كل نقطة M $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MG}$.

احداثيات المرجح : إذا كان $A(x_A;y_A)$، $B(x_B;y_B)$ و$G(x_G;y_G)$

فإنّ:

أستاذ تونسي ن

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{\alpha x_A + \beta x_B}{\alpha + \beta} \\ y_G = \dfrac{\alpha y_A + \beta y_B}{\alpha + \beta} \end{cases}$$

حالات خاصة: إذا كانت النقطة G منتصف القطعة $[AB]$، فإنّ:

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

مرجح ثلاث نقط.

تعريف مرجح ثلاث نقط: A ، B وC ثلاث نقط؛ α ، β وγ ثلاث أعداد حقيقية حيث $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$.

نسمي مرجح النقط A ، B وC المرفقة بالمعاملات α ، β وγ على الترتيب النقطة G حيث: $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} + \gamma\overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

1) إذا كانت نقطة C مرفقة بالعدد الحقيقي γ الثنائية (C, γ) تسمى نقطة مثقلة.

2) الجملة $\{(A, \alpha); (B, \beta); (C, \gamma)\}$ تسمى جملة ثلاث نقط مثقلة.

3) G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A, \alpha); (B, \beta); (C, \gamma)\}$.

4) إذا كان $\alpha = \beta = \gamma \neq 0$

فإنّ G تسمى مركز المسافات المتساوية للنقط A ، B وC.

وفي هذه الحالة نأخذ $\alpha = \beta = \gamma = 1$.

وإذا كانت النقط A ، B وC ليست في استقامية

فإنّ G مركز ثقل المثلث ABC.

5) إذا كانت النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A, \alpha); (B, \beta); (C, \gamma)\}$ وكانت النقط A ، B وC في استقامية فإنّ النقط G وC في استقامية.

6) إذا كانت A منطبقة على B وC فإنّ: G ينطبق عليهم

خواص 1) G وحيدة

(لأنّ $\overrightarrow{AC}$ و$\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين) إنشاء G ($\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB} + \frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$)

4) G مرجح الجملة المثقلة $\{(A, k\alpha); (B, k\beta); (C, k\gamma)\}$ حيث k عدد حقيقي غير معدوم.

أي: (إذا ضربنا المعاملات في نفس العدد الحقيقي غير المعدوم لا يتغير المرجح).

5) من أجل كل نقطة M من المستوي،

$$\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC} = (\alpha + \beta + \gamma)\overrightarrow{MG}.$$

ملاحظة: إذا كان المرجح G مركز ثقل المثلث ABC فإنّ من أجل كل نقطة M $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

خاصية التجميع:

لأستاذ: تونسي ن

مبرهنة:

G مرجح النقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات α ، β و γ على الترتيب.

إذا كان $\alpha+\beta\neq 0$ وكانت النقطة D مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين α و β على الترتيب.

فإن: G مرجح النقطتين D و C المرفقة بالمعاملات $\alpha+\beta$ و γ على الترتيب.

احداثيات المرجح : إذا كان $A(x_A;y_A)$، $B(x_B;y_B)$، $C(x_C;y_C)$

و $G(x_G;y_G)$ فإنّ:

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma} \\ y_G=\dfrac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma} \end{cases}$$

حالات خاصة: إذا كانت النقطة G مركز ثقل المثلث ABC ، فإنّ:

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \end{cases}$$

مرجح عدة نقط واستعمالات المرجح

يُمكن تعريف وبنفس الطريقة جملة n نقطة مثقلة).

مرجح عدة نقط (مرجح n نقطة حيث $n>3$)

يُمكن التعميم. الخواص المعروفة في مرجح ثلاث نقط تبقى صحيحة في مرجح n نقطة.

تعيين مجموعة نقط باستعمال المرجح.

الهدف هو تعيين حسب قيم العدد الحقيقي k المجموعة (Γ_k) مجموعة النقط M من المستوي التي

تحقق: $\|\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}\|=k$

إذا كان لدينا: $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$

باستعمال العلاقة $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}$

نجد: $MG=\dfrac{k}{|\alpha+\beta+\gamma|}$ (هي G المرجح)

في حالة $k<0$ $\quad$ $k=0$ $\quad$ $k>0$

فإنّ:

$M=G\,/\,(\Gamma_k)=\{\quad\}$ أي: M تنطبق على G

$(\Gamma_k)=\{G\}$

المجموعة (Γ_k) هي دائرة مركزها G مرجح الجملة المثقلة

$\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ ونصف قطرها $r=\dfrac{k}{|\alpha+\beta+\gamma|}$.

الأستاذ: تونسي ن

سلسلة تمارين حول المرجح في المستوي

التمرين رقم (01):

ABC مثلث

1) I نقطة من المستوي معرفة كما يلي: $\overrightarrow{AI} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$

1. بين أن النقطة I هي مرجح النقطتين A و B مرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.
2. أنشئ النقطة I

2) J مرجح الجملة المثقلة $\{(B;2),(C;-1)\}$ أنشئ النقطة J

3) G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1)(B;4)(C;-2)\}$ أنشئ النقطة G

4) نسمي (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}\right\| = 5\left\|2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$

5) و (F) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|4\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MC}\right\|$

1. عين ثم أنشئ كلا من المجموعتين (E) و (F).

التمرين رقم (02):

ليكن ABCD مربعا مركزه O و G مرجح الجملة $\{(A\cdot 1).(B.2).(C.3).(D.6)\}$

1) أنشئ I مرجح الجملة $\{(A.1).(C.3)\}$ و J مرجح الجملة $\{(B.2).(D.6)\}$.

2) بين أن G مرجح النقطتين I و J المرفقتين بالمعاملين 1 و 2 علي الترتيب ثم أنشئ G

3) لتكن M نقطة من المستوي . عين ثم أنشئ المجموعة (E) للنقط M التي تحقق :

$$\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}+6\overrightarrow{MD}\right\| = 12\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$$

4) المستوي منسوب إلي معلم $(A.\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD})$

- اوجد إحداثي G .
- اوجد إحداثي G' مرجح الجملة المثقلة $\{(A.3).(B.6).(C.1).(D.2)\}$
- استنتج أن النقط G . O . G' في استقامية

التمرين رقم (03):

ABC مثلث قائم ومتساوي الساقين في A حيث: $AB = AC = 4cm$.

1. نعرف النقطة G بالعلاقة : $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$.

بين أن النقطة G مرجح للنقط A ، B ، C المرفقة بالمعاملات α ، β ، γ على الترتيب يطلب تعيينها .

2. لتكن M نقطة كيفية من المستوي .

أ. عبر عن الشعاع $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{MG}$.

ب. بين أنه يمكن كتابة الشعاع $\vec{v} = -2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ على الشكل $\vec{v} = \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

ج. أنشئ النقطة D المعرفة بـ: $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$.

د. أحسب AD و AG بالسنتيمتر.

3. استنتج من الأسئلة السابقة المجموعة (E)، مجموعة النقط M من المستوي حيث

أستاذ تونسي ن

التمرين رقم (04):

ليكن ABC مثلثا قائم في B ومتساوي الساقين حيث: $BA = 1$

نعتبر النقطتين G و H المعرفتين كما يلي: من أجل كل نقطة M من المستوي

$$3\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MH} \quad ; \quad 3\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MG}$$

1) عبر عن $\overrightarrow{AG}$ و $\overrightarrow{BH}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$

2) استنتج أن $\overrightarrow{AG}$ و $\overrightarrow{BH}$ مرتبطان خطيا.

2) عين مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $2\left\|3\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MB}\right\| = \left\|3\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA}\right\|$

4) بين أن الشعاع $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ مستقل عن النقطة M

5) إستنتج مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\left\|3\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MB}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\|$

مع تحديد عناصرها المميزة. (علما أن $\left\|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right\| = \sqrt{2}$).

التمرين رقم (05):

$ABCD$ متوازي أضلاع ، m عدد حقيقي ، نرمز بـ G_m لمرجح الجملة المثقلة $\{(A, 2m), (B, 1-m), (C, 2-m)\}$.

1. بين أن G_m موجود من أجل كل عدد حقيقي m.
2. أنشئ النقطة G_1.
3. عين مجموعة النقط M التي تحقق: $\left\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\right\| = \frac{3}{2}AB$
4. عبّر عن $\overrightarrow{AG_m}$ بدلالة m و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

التمرين رقم (06):

ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، نعتبر النقط $A(-2,0)$ ، $B(4,-2)$ ، $C(2,3)$.

H نقطة معرفة كما يلي : $-\overrightarrow{HA} + 2\overrightarrow{BH} = \vec{0}$ و G_α مرجح الجملة $\{(A,\alpha), (B, \alpha^2+1), (C, 4\alpha-1)\}$.

❶- بين أن النقطة H هي مرجح النقطتين A و B المرفقتين على الترتيب بمعاملين يطلب تعيينهما .

❷- علم النقط A و B ، C ، ثم أنشئ النقطة H .

❸- عين قيم α التي من اجلها تكون G_α موجودة . ثم أنشئ النقطة G_1 .

❹- بين أن النقط C و H ، G_1 على استقامة واحدة .

❺- عين و أنشئ مجموعة النقط M من المستوي في الحالتين الآتيتين :

$(E_1): \left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\right\| = 3\left\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right\|$.

$(E_2): \left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\right\|$.

التمرين رقم (07): مثلث متقايس الأضلاع حيث

الأستاذ: توفيق ن

(S) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$

1) أنشئ النقطة G مرجح الجملة $\{(A,2),(B,-1),(C,-3)\}$

2) عين مجموعة النقط (S).

3) تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المجموعة (S).

4) أنشئ المجموعة (S).

التمرين رقم (08): المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) مثل النقط $A\left(\frac{3}{2},-3\right)$، $B(0,4)$، $C(3,0)$.

2) لتكن I مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,-2)\}$ و J مرجح الجملة $\{(B,2);(C,3)\}$ و G مرجح الجملة

$\{(A,-1);(B,2),(C,-3)\}$

عين احداثي كل من النقط I ، J و G ثم مثلها في المعلم السابق.

3) عين ثم أنشئ المجموعة (E) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\| = \frac{3}{5}\left\|2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|$$

4) عين ثم أنشئ المجموعة (F) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{GA}\right\|$$

التمرين رقم (09): ABC مثلث كيفي

1. أنشئ النقط E ، F و G حيث:

E مرجح الجملة المثقلة $\{(B,3);(C,1)\}$ ، F معرفة كمايلي : $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ و G منتصف القطعة $[AB]$

2. عين العددين الحقيقيين α و β حيث F مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(C,\beta)\}$
3. لتكن النقطة I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(B,3);(C,1)\}$

أ) بين أن النقط A ، I و E على استقامة واحدة

ب) بين أن المستقيمات ، و تتقاطع في نقطة واحدة يطلب تعيينها

الأستاذ: تونسي ن

4. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق : $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\| = 7\left\|\vec{MI}-\vec{MB}\right\|$

5. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق : $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\| = \frac{7}{4}\left\|3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|$

التمرين رقم (10): نعتبر ABC مثلث ، I و J نقطتين معرفتين كمايلي : $\vec{AI}=\frac{2}{3}\vec{AC}$ و $\vec{AJ}=3\vec{AB}$

النقطة G نظيرة النقطة B بالنسبة لـ I

1. أنشئ المثلث ABC و النقطتين I و J
2. أ) أكتب $\vec{GB}$ بدلالة $\vec{GA}$ و $\vec{AC}$

ب) استنتج أن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,-3);(C,4)\}$

3. بين أن النقط G ، C و J على استقامة واحدة
4. عين ثم انشئ مجموعة النقط M التي تحقق : $\left\|2\vec{MA}-3\vec{MB}+4\vec{MC}\right\| = 3\left\|2\vec{MA}-3\vec{MB}\right\|$

التمرين رقم (11): ABC مثلث. I نقطة من (AB) حيث $2\vec{IA}+\vec{IB}=\vec{0}$

G نقطة من (IC) حيث $3\vec{GI}-2\vec{GC}=\vec{0}$. المستقيم (AG) يقطع المستقيم (BC) في H.

1) ارسم شكلا.

2) بين أن G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1);(C,-2)\}$

3) لتكن النقطة L مرجح الجملة $\{(B,1);(C,-2)\}$

4)أ- بين أن النقطة L تنتمي إلى المستقيمين (BC) و (AG)

ب- استنتج العدد الحقيقي k حيث $\vec{BH}=k\vec{BC}$.

التمرين رقم (12): ليكن ABC مثلثا حيث $AB=8cm$ و $BC=4cm$ و $AC=6cm$.

1) لتكن I مرجح الجملة $\{(A,1);(B,4)\}$. أنشئ النقطة I.

2) لتكن J مرجح الجملة $\{(B,2);(C,-1)\}$. أنشئ النقطة J.

3) نرمز بـ G إلى مرجح الجملة $\{(A,1);(B,4);(C,-2)\}$ بين أن G هي نقطة تقاطع المستقيمين (CI) و (AJ).

4) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|\vec{MA}+4\vec{MB}\right\| = 5\left\|2\vec{MB}-\vec{MC}\right\|$.

5) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|\vec{MA}+4\vec{MB}-2\vec{MC}\right\| = 4\left\|\vec{MA}-\vec{MC}\right\|$.

التمرين رقم (13): ABC مثلث متقايس الأضلاع. طول ضلعه $2cm$ و H منتصف القطعة $[AC]$

1) أنشئ G مرجح الجملة المثقلة

أستاذ تونسي ن

2) عين و أنشئ مجموعات النقط M من المستوي في كا حالة من الحالات التالية:

$$\| \overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| = 4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (E_1)$$

$$\| \overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\| \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (E_2)$$

$$\| \overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| = \|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (E_3)$$

التمرين رقم (14):ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع .نعتبر النقطتين I و J حيث I مرجح $\left(A, -\frac{1}{2}\right)$ و $\left(B, \frac{3}{2}\right)$ و J مرجح $(A, 2)$ و $(D, -3)$

1) أنشئ النقطتين I و J.

2) بين أن: $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ} = 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$

3) بين أن النقط C ، I و J في استقامية.

4) لتكن K منتصف القطعة $[DJ]$ و L نقطة حيث: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BL}$

أ- بين أن C منتصف $[KL]$.

ب- بين أن (KL) و (BD) متوازيان .

5) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوى اللتى تحقق: $\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\| = \|2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MD}\|$.

التمرين رقم (15):ليكن ABC مثلثا حيث $AB = 8cm$ و $BC = 4cm$ و $AC = 6cm$.

1) لتكن I مرجح الجملة $\{(A, 1); (B, 4)\}$. أنشئ النقطة I.

2) لتكن J مرجح الجملة $\{(B, 2); (C, -1)\}$.أنشئ النقطة J.

3) نرمز بـ G إلى مرجح الجملة $\{(A, 1); (B, 4); (C, -2)\}$بين أن G هي نقطة تقاطع المستقيمين (CI) و (AJ).

4) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\| \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} \| = 5 \| 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \|$.

5) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\| \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} \| = 4\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} \|$.

التمرين رقم (16): المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1) مثل النقط $A\left(\frac{3}{2}, -3\right)$، $B(0, 4)$، $C(3, 0)$.

2) لتكن مرجح الجملة و مرجح الجملة و مرجح الجملة

أستاذ: توفيق ن

$\{(A,-1);(B,2),(C,-3)\}$عين احداثي كل من النقط I ، J و G ثم مثلها في المعلم السابق.

3) عين ثم أنشئ المجموعة (E) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\| = \frac{3}{5}\left\|2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|$$

4) عين ثم أنشئ المجموعة (F) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{GA}\right\|$$

التمرين رقم (17): $ABCD$ مربع طول ضلعه $2cm$.

1) أنشئ النقطتين I و J حيث: B مرجح الجملة $\{(I,-2);(A,1)\}$ و J منتصف القطعة المستقيمة $[BC]$.

2) لتكن M نقطة كيفية من المستوي، وليكن $\vec{u}$ الشعاع المعرف كما يلي : $\vec{u}=\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}$.

أ) بين أن الشعاع $\vec{u}$ ثابت (مستقل عن M).

ب) استنتج أن $\vec{u}=-2\overrightarrow{AB}$.

3) لتكن (γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث:

$$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|.$$

أ) بين أن النقطتين I و J تنتميان الى (γ).

ب) عين طبيعة المجموعة (γ) ثم أنشئها.

التمرين رقم (18): ليكن $(ABCD)$ متوازي أضلاع . ولتكن النقطتين I و J حيث:

I مرجح الجملة $\left\{(A;2);(D;-3)\right\}$ و J مرجح الجملة $\left\{(A;-\frac{1}{2});(B;\frac{3}{2})\right\}$

1) أنشئ النقطتين I و J

2) بين أن: $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$

3) بين أن النقط $J;I;C$ على استقامة واحدة

4) لتكن K منتصف القطعة $[DJ]$ و L نقطة حيث: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BL}$

أ) بين أن C منتصف $[KL]$

ب) بين أن (KL) و (BD) متوازيان

التمرين رقم (19): A و B نقطتان من المستوى مرفقتان بالمعاملين α^2+1 و $-2\alpha-4$.

1) عين α حتى تكون النقطة G_α مرجح A و B مرفقتين بالمعاملين α^2+1 و $-2\alpha-4$ على الترتيب.

2) عين مجموعة النقط G_α عندما يتغير α في $R-\{-1,3\}$.

الأستاذ تونسي ن

التمرين رقم (20): ABC مثلث. I نقطة من (AB) حيث: $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

G نقطة من (IC) حيث $3\overrightarrow{GI}-2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. المستقيم (AG) يقطع المستقيم (BC) في H.

1) ارسم شكلا.

2) بين أن G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1);(C,-2)\}$

3) لتكن النقطة L مرجح الجملة $\{(B,1);(C,-2)\}$

أ- بين أن النقطة L تنتمي إلى المستقيمين (BC) و (AG)

ب- استنتج العدد الحقيقي k حيث $\overrightarrow{BH}=k\overrightarrow{BC}$

التمرين رقم (21): ABC مثلث كيفي.

1) لتكن I مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,-2)\}$ و J مرجح الجملة $\{(B,2);(C,3)\}$ و G مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,2),(C,-3)\}$ أنشئ النقط I ، J و G.

2) عين ثم أنشئ المجموعة (E) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=\frac{3}{5}\left\|2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|$$

عين ثم أنشئ المجموعة (F) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|\overrightarrow{GA}\right\|$$

التمرين رقم (22): لتكن النقط A، B، C و D إحداثياتها على الترتيب $(3;3)$، $(-1;-1)$، $(-2;-3)$ و $(3;-3)$.

1) عين إحداثيتي النقطة E بحيث يكون الرباعي $BCDE$ متوازي أضلاع.

2) عين إحداثيتي النقطة G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1);(C,1);(D,1);(E,1)\}$

3) ليكن L مركز متوازي أضلاع $BCDE$. برهن أن النقط A، G و L في استقامية.

4) أ) بين أن: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$

ب) ماذا تمثل النقطة G بالنسبة للمثلث ABD ؟

5) لتكن I منتصف و منتصف . برهن أن مركز ثقل المثلث .

الأستاذ: تونسي ن

التمرين رقم (23):

ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع .نعتبر النقطتين I و J حيث I مرجح $\left(A,-\frac{1}{2}\right)$ و $\left(B,\frac{3}{2}\right)$ و J مرجح $(A,2)$ و $(D,-3)$

1) أنشئ النقطتين I و J.

2) بين أن: $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$

3) بين أن النقط I، C و J في استقامية.

4) لتكن K منتصف القطعة $[DJ]$ و L نقطة حيث: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BL}$

أ- بين أن C منتصف $[KL]$.

ب- بين أن (KL) و (BD) متوازيان .

5) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوى اللتي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MD}\right\|$.

التمرين رقم (24): ABC مثلث متقايس الأضلاع. طول ضلعه $2cm$ و H منتصف القطعة $[AC]$

1) أنشئ G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-4);(C,1)\}$

2) عين و أنشئ مجموعات النقط M من المستوي في كا حالة من الحالات التالية:

$$\left\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=4\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(E_1)$$

$$\left\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(E_2)$$

$$\left\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(E_3)$$

التمرين رقم (25): في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o,i,j)،نعتبر النقط A,B,C,G حيث:

$A(1,3)$، $B(1,0)$، $C(-2,3)$ و النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{A(2),B(-3),C(-1)\}$.

عيّن في كل حالة مما يلي النتيجة الصحيحة مع التبرير.

1.إحداثيا النقطة G هي:

❶ $\left(\frac{-1}{-1},\frac{-3}{2}\right)$ ❷ $\frac{1}{1}\ \frac{3}{3}$ ❸ $\frac{-1}{-1}\ \frac{3}{3}$

2. النقطة A مرجع الجملة المثقلة $\{G(\alpha), B(\beta), C(\lambda)\}$ إذن :

❶ $\alpha = -2$ و $\beta = 3$ و $\lambda = 1$ ❷ $\alpha = 4$ و $\beta = -6$ و $\lambda = -2$ ❸ $\alpha = -2$ و $\beta = -3$ و $\lambda = -1$

3. مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{2MA} - 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right\|$

❶ دائرة ❷ مستقيم ❸ مجموعة خالية ❹ نقطة

فرع 2)

$EFNM$ مستطيل ولتكن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{E(1), F(3), N(1), M(1)\}$.

✓ أنشئ المستطيل $EFNM$ و النقطة H .

التمرين رقم (26): المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ، A, B, C ثلاث نقط من المستوي احداثياها $(-1, 3)$ ، $(2, -2)$ ، $(1, 2)$ على الترتيب .

1. بين ان النقط A, B, C ليست في استقامية.
2. نعتبر النقطة G مرجح النقط A, B, C المرفقة بالمعاملات 1 ، 3 ، 2- على الترتيب .

- احسب احداثي النقطة G ثم علم النقط A, B, C ، G
- عين ثم انشئ المجموعة (E) النقط M من المستوي بحيث: $\left\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right\|$
- عين ثم انشئ المجموعة (T) النقط M من المستوي بحيث: $\left\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\right\| = 4$

التمرين رقم (27): A ، B نقطتان متمايزتان من المستوي و m عدد حقيقي.

1) ناقش وجود النقطة G مرجح الجملة $\{(A, m^2 + 2); (B, m^2 + m - 3)\}$

2) أنشئ G في الحالة $m = 0$ وفي الحالة $m = 1$

التمرين رقم (28): ليكن ABC مثلثا حيث $AB = 8cm$ و $BC = 4cm$ و $AC = 6cm$.

1) أ- لتكن I مرجح الجملة $\{(A, 1); (B, 4)\}$. أنشئ النقطة I.

ب- لتكن J مرجح الجملة . أنشئ النقطة .

الأستاذ: تونسي ن

3) نرمز بـ G إلى مرجح الجملة $\{(A,1);(B,4);(C,-2)\}$

بين أن G هي نقطة تقاطع المستقيمين (CI) و (AJ).

4) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\| \overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB} \| = 5 \| 2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC} \|$.

5) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\| \overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC} \| = 4\| \overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC} \|$.

التمرين رقم (29): ABC مثلث قائم و متساوي الساقين في A حيث: $AB=AC=4cm$.

1) أنشئ النقطة G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1);(C,1)\}$.

2) لتكن M نقطة كيفية من المستوي.

أ- عبر عن الشعاع $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{MG}$.

ب- بين أنه يمكن كتابة الشعاع $\vec{v}=-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ على الشكل $\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

جـ- أنشئ النقطة D المعرفة بـ: $\overrightarrow{AD}=\vec{v}$.

د- أحسب AD و AG بالسنتيمتر.

3) أ- استنتج من الأسئلة السابقة المجموعة E ، مجموعة النقط M من المستوي حيث:

$$\| 2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC} \| = \| -2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC} \|$$

ب – أنشئ المجموعة E .

التمرين رقم (30): المستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.لتكن النقطة G مرجح النقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات α ، β و γ على الترتيب.نضع $A(x_A;y_A)$، $B(x_B;y_B)$ و $C(x_C;y_C)$.

1-أثبت أن إحداثيا النقطة G هي $(x_G;y_G)$ حيث :

$$x_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma} \text{ و } y_G=\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}.$$

2-: أوجد إحداثيا النقطة G حيث $A(1,1),B(0,-3),C(2,4)$ و $\alpha=1,\beta=-2,\gamma=2$

عطلة سعيدة .....

https://www.facebook.com/groups/28704540

الأستاذ: "تونسي ن" يتمنّى لكم التوفيـــــــــق والنجـــاح

لا تنسونا من صالح دعائكم

tounsi_nawri@yahoo.com

الأستاذ: تونسي ن