تمارين تدريبية

التمرين :01

نضع في كيس 10 كريات مرقمة من 32 إلى 41، نسحب كرة واحدة بصفة عشوائية ونسجل رقمها.

❶ عين مجموعة النتائج التي يمكن الحصول عليها في هذه التجربة العشوائية.

❷ عين مجموعة الامكانيات كل من الحوادث التالية:

- رقم الكرة المسحوب مضاعف لـ 2
- رقم الكرة المسحوبة مضاعف لـ 3
- رقم الكرة المسحوبة مضاعف لـ 7
- رقم الكرة المسحوب مضاعف لـ 19
- رقم الكرة المسحوبة مضاعف لـ 2 و 3 في آن واحد
- رقم الكرة المسحوبة مضاعف لـ 2 أو 3
- رقم الكرة غير مضاعف لـ 2
- رقم الكرة غير مضاعف لـ 2 و 3 في آن واحد

التمرين :02

نعتبر تجربة سحب رقم علبة يحتوي تحتوي على الارقام 5.6.7.8.9.10.11 ونسجل الرقم المسحوب، ولتكن الحوادث التالية: ✔ A حادثة ظهور رقم أكبر تماما من 7

✔ B حادثة ظهور رقم أصغر من أو يساوي 10.

✔ C حادثة ظهور رقم زوجي.

① عين عدد عناصر المجموعة Ω

② عين الحوادث التالية وحدد عناصر كلا منها: A ، B و C.

① عين مجموعة الحوادث التالية:

- $A \cap B$ ❖ $A \cap C$ ❖ $A \cap B \cap C$ ❖ $A \cup C$ ❖
- $A \cup B \cup C$ ❖ $\overline{A}$ ❖ $\overline{B}$ ❖ $\overline{A \cup B}$ ❖ $\overline{A} \cap \overline{B}$ ❖

التمرين :03

كيس يحتوي على 30 كرية لانفرق بينها عند اللمس، 7 منها زرقاء و 11 حمراء و 12 صفراء نسحب من الكيس كرة واحدة.

❶ عين مجموعة الحوادث التالية وحدد عناصر كلا منها:

❖ الحادثة A: الكرية المسحوبة زرقاء

❖ الحادثة C : الكرية المسحوبة زرقاء أو حمراء.

❖ الحادثة E: الكرية المسحوبة ليست الزرقاء.

❖ الحادثة F : الكرية المسحوبة سوداء .

❷ أحسب نسبة عدد عناصر كل حادثة إلى عدد عناصر مجموعة الامكانيات.

التمرين :04

✍ A و B حادثتان حيث:

$p(A)=0.3$ ، $p(A\cup B)=0.7$ و $p(A\cap B)=0.2$

❖ أحسب $p(B)$ ،ماذا تستنتج فيما يخص الحدثتين A و B.

✍ A و B حادثتان حيث:

$p(A)=0.45$ ، $p(B)=0.37$ و $p(A\cup B)=0.82$

❖ إثبت أن A و B غير متلائمتين.

✍ A و B حادثتين حيث:

$p(\overline{A})=0.44$ ، $p(\overline{B})=0.63$ و $p(\overline{A\cup B})=0.52$

❖ أحسب $p(A\cap B)$.

التمرين :05

✍ نلخص إحتمال نجاح أحمد وصالح في الباكالوريا في الجدولين التاليين :

x_i	F_A	S_A
p_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

x_i	F_S	S_S
p_i	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

❶ لخص الجدولين السابقين في مخطط واحد مناسب.

❷ ماإحتمال نجاح أحمد وصالح معا؟

❸ ما احتمال أن ينجح واحد منهما فقط؟

التمرين :06

✍ يحتوي كيس على ثلاث كرات بيضاء، أربع كرات خضراءوثلاث كرات صفراء، نسحب عشوائيا كرة من الكيس، هل يوجد تساوي إحتمال إذا كانت مجموعة الإمكانيات Ω هي:

❖ $\Omega=\{B;V;J\}$ ❖ Ω هي الكرات العشر.

✍ نرمي زهرة النرد حيث وجه واحد مرقم 1،وجهين مرقمين 2،ثلاثة وجوه مرقمة 3.

① هل هناك تساوي احتمال؟

② عين مجموعة الامكانيات التي يكون من أجلها تساوي احتمال.

التمرين :07

نرمي قطعة نقدية مزيفة مرة واحدة، نسمي P "الحادث الحصول على ظهر" و F "الحادث الحصول على وجه"

❶ علما أن احتمال الحصول على ظهر هو $p(P)=\frac{1}{3}$. أحسب $p(F)$

❷ نرمي القطعة ثلاث مرات

❖ ضع مخططا توضح فيه جميع الحالات الممكنة لهذه التجربة.

❖ ماهو احتمال: ✔ الحصول على وجه؟

✔ الحصول على الوجه مرتين؟

التمرين :08

نعتبر كثير الحدود $p(x)$ المعرف بـ:

$$p(x)=x^6-14x^4+49x^2-36$$

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $p(x)=0$.....(E)

نرمي زهرة نرد غير مزيف وجوهها هي حلول المعادلة (E) مرتبن متتاليتين ونهتم بالوجه العلوي كل مرة.

① شكل شجرة الاحتمالات الخاصة بهذه التجربة العشوائية.

② ماإحتمال الحصول على رقمين متعاكسين؟

③ ماإحتمال الحصول على مجموع رقمين أكبر أو يساوي أربعة؟

④ ماإحتمال الحصول على رقم أقل من أربعة؟

⑤ أكمل الجدول التالي ثم أحسب $\sum_{i=1}^{4} p(X_i)$

X_i	$\lvert X\rvert \geq 6$	$4 \leq \lvert X\rvert < 6$	$2 \leq \lvert X\rvert < 4$	$\lvert X\rvert < 2$
$p(X_i)$				

التمرين :09

X متغير عشوائي قانون احتماله موزع كالتالي:

X	4	3	2	1	0	-1
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	α	α	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$

❶ عين قيمة العدد α

❷ أحسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي لـ: X.

❸ أحسب $V(X)$ التباين لـ X و $\sigma(X)$ انحراف X.

التمرين :10

زهرة نرد مزيفة ذات أربعة أوجه مرقمة من 1 إلى 4.

نرمز بالرمز p_i لاحتمال ظهور الوجه ذي الرقم i مع $i \in \{1,2,3,4\}$

② أحسب احتمال ظهور رقم فردي.

التمرين :11

نقترح اللعبة التالية: يدفع اللاعب M دينارا ثم يرمي زهر نرد غير مزيفة ذات 12 وجها مرقمة من 1إلى 12 إذا ظهر رقم زوجي يحصل اللاعب على دينارين اثنين، اذا ظهر أحد الأرقام 7.9.11 يحصل االلاعب على ثمانية دنانير أما اذا ظهر أحد الأرقام 1.3.5 فانه يحصل على ثلاثة دنانير

❶ عين قيمة M حتى تكون اللعبة عادلة(الأمل الرياضياتي معدوم)

❷ إذا كان $M=4$ ، هل المشاركة في هذه اللعبة هي لصالح اللاعب؟

التمرين :12

نلقي حجر النرد متجانس،ذا ستة أوجه مرقمة من 1إلى 6،ونهتم بالرقم الظاهر على الوجه العلوي.

❶ عين مجموعة النتائج الممكنة .

❷ أحسب احتمال الحوادث التالية:

A: "الرقم الظاهر فردي"

B: "الرقم الظاهر حل للمعادلة $x^2-3x+2=0$"

C: "الرقم الظاهر أولي"

❸ أحسب احتمال ظهور الحوادث التالية: $A\cap B$ ، $A\cap C$ ، $\overline{A}$ و $\overline{B}$

❹ استنتج احتمالي الحادثتين $\overline{A\cap B}$ ، $\overline{A}\cap\overline{B}$

وما أرى استنزاف طاقتي
في طلب العلم ، إلا
جوابا مهذبا
لـ "وعن شبابه فيما
افناه " ☺☺

تمارين للتعمق

التمرين :01

زهرة نرد مزيفة أوجهها مرقمة من 1 إلى 6،نرمي زهرة النرد ثم نسجل رقم الوجه العلوي،احتمالات الأوجه متناسبة مع الارقام التي تحملها. ❶ ماهي مجموعة الامكانيات؟

❷اكتب قانون الاحتمال المواف للتجربة.

❸أحسب احتمال ظهور وجه يحمل رقما فرديا.

❹احسب احتمال وجه يحمل رقما أوليا.

❺أحسب احتمال ظهور رقم أولي أو فردي

التمرين :02

يحتوي كيس على 4كرات صفراء كرة واحدة سوداء وثلاث كرات بيضاء. نسحب كرتين على التوالي بدون ارجاع الكرة المسحوبة إلى الكيس . ❶باستعمال مخطط الشجرة حدد جميع الإمكانيات لهذه التجربة . ❷مااحتمال سحب كرتين صفراوتين؟

❸ما احتمال ظهور كرة بيضاء وكرة سوداء؟

❹ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الصفراء المسحوبة

❖عين قيم المتغير العشوائي X.

❖عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي،تباينه و انحرافه المعياري.

التمرين :03

يحتوي وعاء على 6 قريصات لانفرق بينها باللمس كل منها مرقمة بعدد أولي ينتمي إلى مجموعة الأعداد الأولية الستة الأولى.

نسحب عشوائيا من الوعاء قريصتين في آن واحد،ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الرقمين الظاهرين على القريصتين.

❶عين قيم المتغير العشوائي X

❷أكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي .

❸أحسب الامل الرياضياتي.

❹أحسب التباين،والانحراف المعياري.

التمرين :04

يحتوي كيس على اربع كرات مرقمة 1،2،5،7 نسحب كرتين

❶أعط قائمة الامكانيات 16 لهذه التجربة

❷أحسب احتمال الحوادث التالية.

❖ $X=5$ ❖ $X=2Y$ ❖ $X+3Y\leq 3$ ❖ $X+Y$ عدد فردي

التمرين :05

يحتوي كيس على ثلاث قريصات بيضاء وخمسة قريصات سوداء ،نسحب قريصتين من الكيس على التوالي بحيث نعيد إلى الكيس القريصة المسحوبة قبل سحب القريصة الثانية

❶مثل النتائج بمخطط او شجرة

❷ماهو احتمال الحصول على نفس اللون؟

التمرين :06

نظم خمسة لاعبين A,B,C,D,E منافسة في لعبة الشطرنجن ، نفرض أن اللاعبين A،BوC لهم نفس احتمال الربح واللاعبين DوE لهما نفس الاحتمال للربح،اللاعب A له ثلاث مرات حظوظ الربح للاعب D.

❖أحسب احتمال الربح لكل لاعب.

❖أحسب احتمال لربح DأوE

❖ماهو احتمال ربح AأوBأوC.

❖ماهو احتمال أن B لايربح؟

التمرين :07

نرمي زهرة نرد غير مزيفة حيث وجه واحد مرقم 1 .ووجهين مرقمين 2،وثلاثة اوده مرقمة 3.

❶هل هناك تساوي احتمال؟

❷عين مجموعة امكانيات يكون من أجلها تساوي احتمال.

التمرين :08

في حقيبة السفر لأحمد يوجد سروالان أحدهما أبيض والاخر أسود ومعطفان أحدهما أبيض والآخر أسود وثلاثة قمصان اثنان منهما بيضاوان والثالث أسود .أخذ أحمد بطريقة عشوائية سروال وقميص ومعطف.

①عين الامكانيات التي تسمح لأحمد بارتداء سروال وقميص ومعطف.

②لتكن A الحادثة " لباس أحمد كله أسود".بين أن: $p(A)=\frac{1}{12}$

③أحسب احتمال الحادثة B "أحمد يرتدي سروال ومعطف من لونين مختلفين".

قميص أسودولا معطف