سلسلة عموميات على الدوال للسنة الثانية تسيير واقتصاد

التمرين01

f ، g دالتان عدديتان لمتغير حقيقي x معرفتين كما يلي: $f(x)=x^2+2x$ ، $g(x)=4x+9$

1. بيّن انّ الدالة $(f+g)(x)=(x+3)^2$
2. في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، اشرح كيف يتم رسم بيان الدالة $f+g$ ثم أرسمه.
3. نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*-\{-2\}$ بالعبارة: $h(x)=\frac{g(x)}{f(x)}$
   أ- عيّن عبارة الدالة h
   ب- احسب صورالعدد2، ثم سابقة العدد 0 بالدالة h .
4. عين عبارة الدالتين gof ، fog المعرفتين على $\mathbb{R}$.

التمرين02:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بالعبارة : $f(x)=\frac{5x+6}{x+1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

1. عيّن العددين الحقيقيين a و b حيث: $f(x)=a+\frac{b}{x+1}$.
2. بيّن أنّ النقطة $A(-1;5)$ مركز تناظر لـ (C_f).
3. اشرح كيفية رسم (C_f) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مقلوب.

التمرين 03:

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة: $f(x)=\frac{4x-5}{2x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب صور الأعداد 1 ، -1 ، 2 بالدالة f .
2. عيّن السوابق الممكنة للأعداد 0 ، 1 ، -1 .
3. بيّن أنّ النقطة $D(0;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)
4. أدرس إشارة الدالة f على مجالات تعريفها.
5. كيف يمكن إنشاء منحنيات الدوال التالية: $g(x)=f(-x)$ ، $h(x)=-f(x)$ ، $h(x)=f(x+1)$ ، $T(x)=|f(x)|$ ، $k(x)=f(|x|)$

التمرين04:

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=(x+1)^2-1$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. كيف يمكن تمثيل منحنى الدالة f انطلاقا من منحنى الدالة مربع.
2. أثبت ان المنحنى (C_f) يقبل المستقيم ذي المعادلة $x=-1$ محور تناظر له.

3. اشرح كيف يمكن إنشاء منحنيات الدوال h ، g ، k انطلاقا من منحنى الدالة f علما أن:

$h(x)=f(x+1)$ ، $g(x)=f(x)+2$ ، $k(x)=f(x-2)+1$ ثم مثّل هذه الدوال في نفس المعلم

التمرين 05:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بالعبارة : $f(x)=\dfrac{3x-5}{x-2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{2\}$ فإن: $f(x)=3+\dfrac{1}{x-2}$
2. فكك الدالة f الى مركب دالتين مرجعتين يطلب تعيين كل منهما.
3. كيف يمكن إنشاء المنحنى الدالة (C_f) انطلاقا من التمثيل البياني (C) للدالة مقلوب.
4. g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ بالعبارة: $g(x)=f(|x|)$

أ- بين ان الدالة g دالة زوجية.

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f).

التمرين 06:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{2x-5}{x-3}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (C) هو التمثيل البياني للدالة مقلوب

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{3\}$ فإن: $f(x)=2+\dfrac{1}{x-3}$
2. كيف يمكن إنشاء المنحنى الدالة (C_f) انطلاقا من (C).
3. g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-3;3\}$ بالعبارة: $g(x)=f(|x|)$

أ- بين ان الدالة g دالة زوجية.

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f)

4. h دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بالعبارة: $h(x)=|f(x)|$

أ- أدرس إشارة العبارة h .

ب- أكتب عبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ج- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه.



التمرين 07:

لتكن f دالة فردية حيث: جزء من جدول تغيراتها يكون من الشكل:

- اتمم جدول تغيرات الدالة f.

x	0	1	3	4
$f(x)$	0	↗ 2	↘ -1	↗ 0

التمرين 08:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{-2x-1}{x+1}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (C) هو التمثيل البياني للدالة مقلوب

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ فإن: $f(x)=-2+\dfrac{1}{x+1}$
2. كيف يمكن إنشاء المنحنى الدالة (C_f) انطلاقا من (C).
3. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x)=f(|x|)$

أ- بين ان الدالة g دالة زوجية.

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f)

4. h دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بالعبارة: $h(x)=|f(x)|$

أ- أدرس إشارة العبارة f .

ب- أكتب عبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ج- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه.

التمرين09:

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2-2x$

1. تحقق انّ: من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=(x-1)^2-1$
2. هل الدالة f زوجية؟ فردية؟ برر اجابتك
3. اشرح كيف يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) التمثيل البياني للدالة مربع.
4. وضّح كيف يمكن رسم منحنيات الدوال التالية انطلاقا من (C_f) :

$$h(x)=|f(x)| \text{ ، } g(x)=f(x)+1 \quad k(x)=f(x-2)$$

التمرين 10:

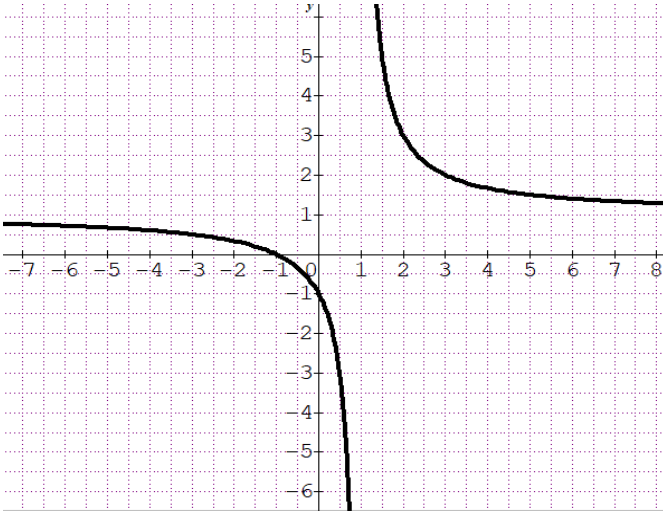
لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x^2-4x$

(c_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1. بين أنه من أجل كل x من R: $f(x)=2(x-1)^2-2$
2. عين نقط تقاطع (c_f) مع حاملي محور المعلم.
3. أثبت أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $x=1$ محور تناظر المنحني (c_f) .
4. انطلاقا من التمثيل البياني للدالة f كيف يمكن إنشاء منحنيات الدوال التالية: $f(x+1)$ ، $f(x+2)-3$

التمرين11:

I. f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{ax+b}{x-1}$ و (C_f) منحنيها البياني الممثل للدالة f في الورقة المرفقة.



1. عين بيانيا $f(0)$ ، $f(-1)$
2. شكل جدول تغيرات الدالة f.
3. بين أن: $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$

II. نعتبر الدوال التالية معرفة كمايلي:

$g(x)=f(|x|)$ ، $k(x)=f(x+1)-1$ ، $h(x)=|f(x)|$

1. أ- بين أن الدالة g زوجية.

ب- اشرح دون رسم كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f).

2. انطلاقا من (C_f) أنشئ المنحنيين (C_h) و (C_k) في نفس المعلم بألوان مختلفة

التمرين12:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=x^2-4x+3$.

1. تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f(x)=(x-2)^2-1$
2. أرسم في معلم متعامد ومتجانس المنحنى (C) الممثل للدالة: $x\mapsto x^2$.
3. اشرح كيفية رسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f انطلاقا من المنحنى (C) في نفس المعلم.
4. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=f(|x|)$

أ- بين أن g دالة زوجية

ب- أكتب عبارة $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ج- ارسم المنحنى (C_g) باستعمال المنحنى (C_f) (مع الشرح)

التمرين 13:

نعتبر الدالة f معرفة على $\mathbb{R}-\{-3\}$ حيث: $f(x)=\dfrac{x+4}{x+3}$

(c_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس

1. بيّن أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x)=a+\dfrac{b}{x+3}$ ، حيث a وb أعداد حقيقية يطلب تعيينها.
2. بيّن أنّ: $f(x)=g(x+3)+1$ علما أنّ g هي الدالة مقلوب.
3. كيف يمكن تمثيل منحنى البياني للدالة f انطلاقا من التمثيل البياني للدالة g.
4. عيّن إشارة الدالة f على مجموعة تعريفها.



5. لتكن الدالة h معرفة كمايلي: $h(x)=|f(x)|$

- انطلاقا من التمثيل البياني للدالة f ، كيف يمكن إنشاء منحنى الدالة h ؟

التمرين14:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+1}$.

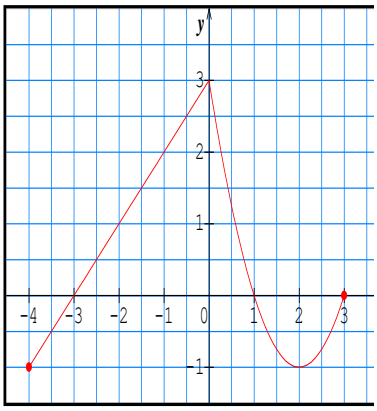
ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. عين عددين حقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ ، $f(x)=a+\dfrac{b}{x+1}$.
2. برهن أن النقطة $A(-1;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).
3. عين إحداثيتي نقطتي تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.
4. كيف يمكن انشاء المنحنى (C_f) انطلاقا من منحنى الدالة مقلوب
5. أنشئ (C_f) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.
6. أدرس إشارة $f(x)$ على المجموعة $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$.
7. h دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بـــ: $h(x)=|f(x)|$
8. اشرح كيف نستنتج المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحى (C_f) ثم أنشئه.



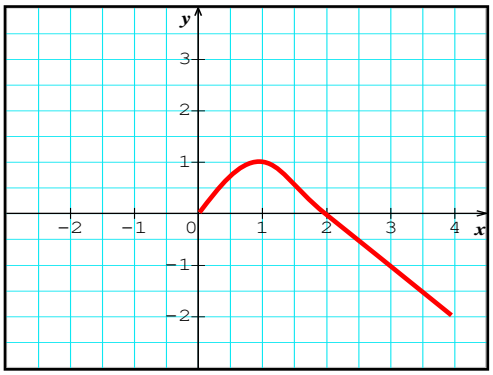
التمرين 15:

المنحني (C_f) المرسوم في الشكل المقابل هو التمثيل البياني لدالة f معرفة على $[-4,3]$



1. بقراءة بيانية عين صور كل من -2 ، 0 و 3.
2. حل بيانيا المعادلتين التاليتين: ا) $f(x)=-x+1$ ، ب) $f(x)=-x$.
3. حل بيانيا المتراجحتين التاليتين: ا) $f(x)<0$ ، ب) $f(x)\geq -x+1$.
4. شكل جدول تغيرات الدالة f .
5. مثل الدالتين g و h في نفس الشكل علما أن: $h(x)=f(-|x|)$ و $g(x)=|f(x)|$

التمرين 16:



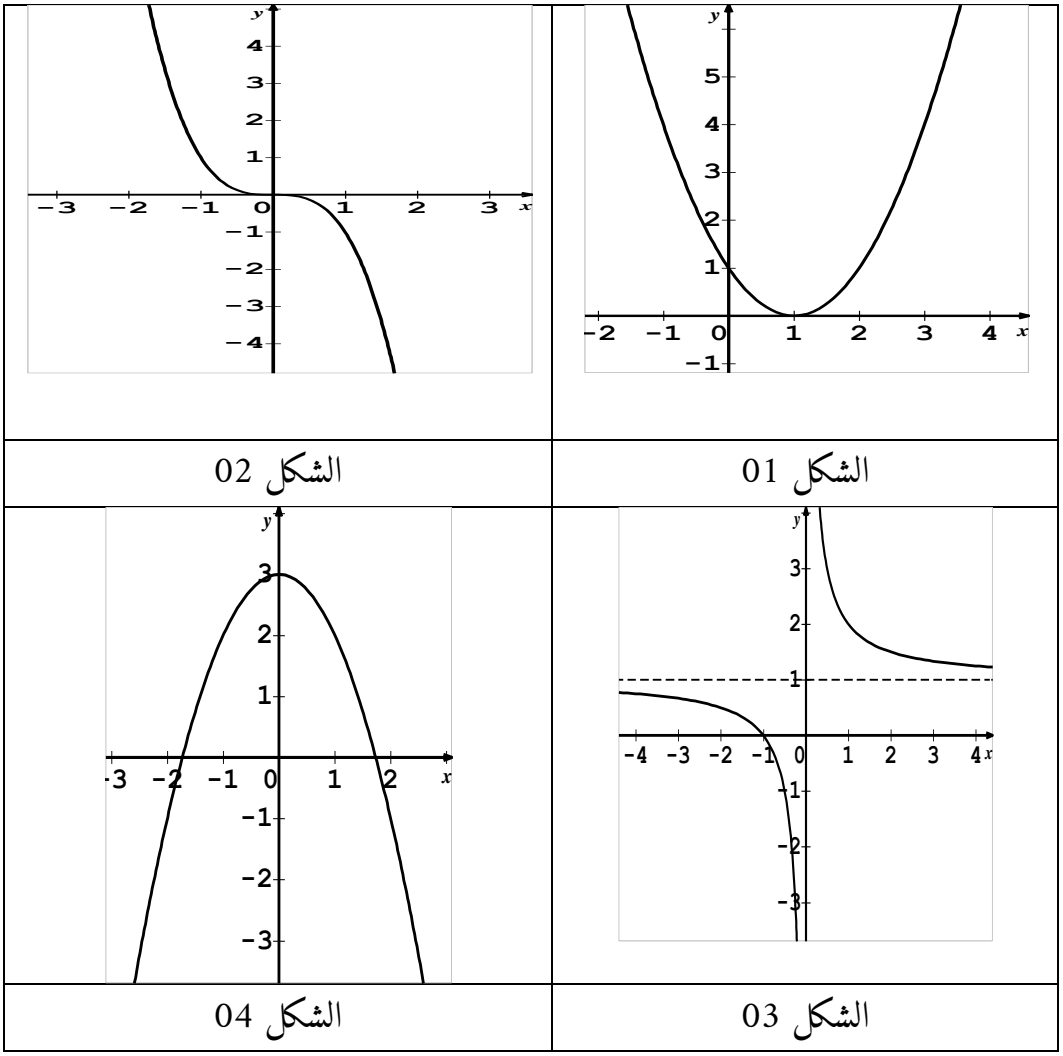
أجب بصح أو خطأ مع التبرير:

إليك منحنى دالة f معرفة على المجال $[0;4]$

1) f متزايدة على المجال $[0,2]$
2) f موجبة على المجال $[0,2]$
3) f رتيبة تماما على المجال $[1,3]$
4) المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين
5) (-2) حل للمعادلة: $f(x)=4$

التمرين 17:

باستعمال الدوال المرجعية عين عبارة كل دالة من الدوال الممثلة بالمنحنيات التالية:



الشكل 01	الشكل 02
الشكل 03	الشكل 04



حل تـــمارين السلسلة

التمرين01

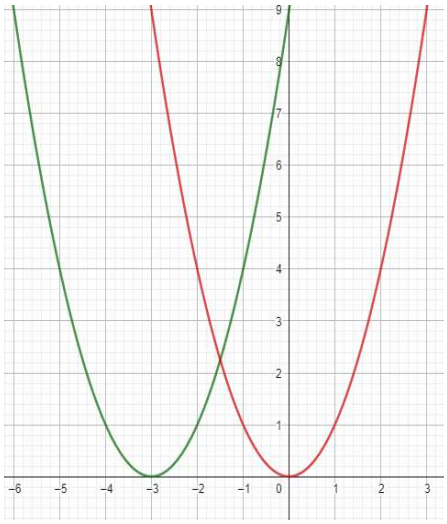
f ، g دالتان عدديتان لمتغير حقيقي x معرفتين كما يلي: $f(x)=x^2+2x$ ، $g(x)=4x+9$

1. تبيين انّ الدالة $(f+g)(x)=(x+3)^2$

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)=x^2+2x+4x+9=x^2+6x+9=(x+3)^2$$

2. شرح كيفية رسم (C_{f+g}) انطلاقا من (C) ثم رسمه

(C_{f+g}) هو صورة (C) التمثيل البياني للدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $-3\vec{i}$



3. نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*-\{-2\}$ بالعبارة: $h(x)=\dfrac{g(x)}{f(x)}$

أ- تعيين عبارة الدالة h :

$$h(x)=\frac{g(x)}{f(x)}=\frac{x^2+2x}{4x+9}$$

ب- حساب صورالعدد2، ثم سابقة العدد 0 بالدالة h $f(2)=\dfrac{2^2+2\times2}{4\times2+9}=\dfrac{8}{17}$

$f(x)=0$ تعني: $x^2+2x=0$ ومنه: $x(x+2)=0$ ومنه: $x=0$ ، $x=-2$

4. تعيين عبارة الدالتين gof ، fog المعرفتين على $\mathbb{R}$.

$$(gof)(x)=g[f(x)]=g(x^2+2x)=4(x^2+2x)+9=4x^2+8x+9$$

$$(fog)(x)=f[g(x)]=f(4x+9)=(4x+9)^2+2(4x+9)$$

التمرين02:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بالعبارة : $f(x)=\dfrac{5x+6}{x+1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

1. تعيين العددين الحقيقيين a و b حيث: $f(x)=a+\dfrac{b}{x+1}$.

$$f(x)=a+\frac{b}{x+1}=\frac{a(x+1)+b}{x+1}=\frac{ax+a+b}{x+1}$$

بالمطابقة نجد: $\boxed{a=5}$ ، $a+b=6$ ومنه: $\boxed{b=1}$ إذا: $f(x)=5+\dfrac{1}{x+1}$

2. تبيين أنّ النقطة $A(-1;5)$ مركز تناظر لـ (C_f).

لدينا: $x\in D_f$ يعني: $x\neq-1$ ومنه: $-2-x\neq1-2$ ومنه: $2\alpha-x\neq-1$ إذا: $(2\alpha-x)\in D_f$

ولدينا:

$$f(2\alpha-x)+f(x)=f(-2-x)+f(x)$$

$$=5+\frac{1}{-2-x+1}+5+\frac{1}{x+1}=10+\frac{1}{-1-x}+\frac{1}{x+2}$$

$$=10-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+1}=10=2\beta$$

ومنه A مركز تناظر للمنحنى (C_f)

3. شرح كيفية رسم (C_f) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مقلوب.

(C_f) هو ص

التمرين 03:

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{4x-5}{2x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. حساب صور الأعداد 1 ، −1 ، 2 بالدالة f .

$$f(1)=\frac{4(1)-5}{2(1)}=\frac{-1}{2} \quad ، \quad f(-1)=\frac{4(-1)-5}{2(-1)}=\frac{-9}{-2}=\frac{9}{2} \quad ، \quad f(1)=\frac{4(2)-5}{2(2)}=\frac{3}{4}$$

2. تعيين السوابق الممكنة للأعداد 0 ، 1 ، −1 .

$f(x)=0$ تعني: $\dfrac{4x-5}{2x}=0$ ومنه: $4x-5=0$ ومنه: $x=\dfrac{5}{4}$

$f(x)=1$ تعني: $\dfrac{4x-5}{2x}=1$ ومنه: $4x-5=2x$ ومنه: $2x=5$ ومنه: $x=\dfrac{5}{2}$

$f(x)=-1$ تعني: $\dfrac{4x-5}{2x}=-1$ ومنه: $4x-5=-2x$ ومنه: $6x=5$ ومنه: $x=\dfrac{5}{6}$

3. تبيين أنّ النقطة $D(0;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

لدينا: $x\in D_f$ يعني: $x\neq 0$ ومنه: $2\alpha-x\neq 0$ إذا: $(2\alpha-x)\in D_f$ ولدينا:

$$f(2\alpha-x)+f(x)=f(-x)+f(x)$$
$$=\frac{4(-x)-5}{2(-x)}+\frac{4x-5}{2x}$$
$$=\frac{-4x-5}{-2x}+\frac{4x-5}{2x}$$
$$=\frac{4x+5+4x-5}{2x}=\frac{8x}{2x}=4=2\beta$$

ومنه D مركز تناظر للمنحنى (C_f)

4. دراسة إشارة الدالة f على مجالات تعريفها.

x	$-\infty$		0		$\frac{5}{4}$	$+\infty$
$4x-5$	$-$		$-$	0	$+$	
$2x$	$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$	$+$	‖	$-$	0	$+$	



5. كيفية إنشاء منحنيات الدوال التالية: $g(x)=f(-x)$ ، $h(x)=-f(x)$ ، $L(x)=f(x+1)$ ، $T(x)=|f(x)|$ ، $k(x)=f(|x|)$

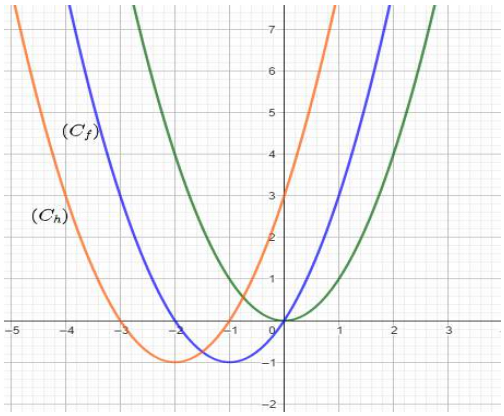
- (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لحور الفواصل - (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لحور التراتيب
- (C_L) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}$
- لدينا: $T(x)=|f(x)|$ ومنه: $\begin{cases}T(x)=f(x)\ ,\ f(x)\geq 0\\ T(x)=-f(x)\ ,\ f(x)\leq 0\end{cases}$ ومنه: (C_T) ينطبق على (C_f) لما $f(x)\in[0,+\infty[$ ،

(C_T) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $f(x)\in]-\infty,0]$

- لدينا: $k(x)=f(|x|)$ ومنه: $\begin{cases}k(x)=f(x)\ ,x\geq 0\\k(x)=f(-x)\ ,x\leq 0\end{cases}$ ومنه: (C_k) ينطبق على (C_f) لما $x\in[0,+\infty[$ ونكمل الرسم بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب لأن الدالة k دالة زوجية.

التمرين04:

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=(x+1)^2-1$ و(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$



1. كيفية يمكن تمثيل منحنى الدالة f انطلاقا من منحنى الدالة مربع.

(C_f) هو صورة التمثيل البياني للدالة مربع بانسحاب شعاعه $-\vec{i}-\vec{j}$

2. اثبات ان المنحنى (C_f) يقبل المستقيم ذي المعادلة $x=-1$ محور تناظر له.

لدينا: $x\in D_f$ يعني: $x\in\mathbb{R}$ ومنه: $(2\alpha-x)\in\mathbb{R}$ إذا: $(2\alpha-x)\in D_f$ ولدينا:

$$f(2\alpha-x)=f(-2-x)=(-2-x+1)^2-1=(-1-x)^2-1=(x+1)^2-1=f(x)$$

ومنه المستقيم ذي المعادلة $x=-1$ محور تناظر للمنحنى (C_f)

3. شرح كيف يمكن إنشاء منحنيات الدوال h ، g ، k انطلاقا من منحنى الدالة ثم ارسمهم

- (C_h) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}$
- (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{j}$
- (C_k) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{i}+\vec{j}$

التمرين 05:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{3x-5}{x-2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1. التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{2\}$ فإن: $f(x)=3+\dfrac{1}{x-2}$

$$3+\frac{1}{x-2}=\frac{3(x-2)+1}{x-2}=\frac{3x-6+1}{x-2}=\frac{3x-5}{x-2}=f(x)$$

2. تفكيك الدالة f الى مركب دالتين مرجعتين يطلب تعيين كل منهما.

$f=vou$ حيث: $u(x)=x-2$ و $v(x)=3+\dfrac{1}{x}$

3. كيفية إنشاء المنحنى الدالة (C_f) انطلاقا من التمثيل البياني (C) للدالة مقلوب.

(C_f) هو صورة (C) التمثيل البياني للدالة مقلوب بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{i}+3\vec{j}$

4. g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ بالعبارة: $g(x)=f(|x|)$

أ- بين ان الدالة g دالة زوجية.

لدينا: D_g متناظر بالنسبة للصفر و: $g(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=g(x)$ ومنه الدالة g دالة زوجية

ب- شرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f).

لدينا: $g(x)=f(|x|)$ ومنه: $\begin{cases} g(x)=f(x)\ ,x\geq 0 \\ g(x)=f(-x)\ ,x\leq 0 \end{cases}$ ومنه: (C_g) ينطبق على (C_f) لما $x\in[0,+\infty[$ ونكمل الرسم بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب لأن الدالة g دالة زوجية.

التمرين 06:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{2x-5}{x-3}$.

1. التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{3\}$ فإن: $f(x)=2+\dfrac{1}{x-3}$

$$2+\frac{1}{x-3}=\frac{2(x-3)+1}{x-3}=\frac{2x-6+1}{x-3}=\frac{2x-5}{x-3}=f(x)$$

2. كيفية إنشاء المنحنى الدالة (C_f) انطلاقا من (C).

(C_f) هو صورة (C) بالانسحاب الذي شعاعه $3\vec{i}+2\vec{j}$

3. g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-3;3\}$ بالعبارة: $g(x)=f(|x|)$

أ- بين ان الدالة g دالة زوجية.

لدينا: D_g متناظر بالنسبة للصفر و: $g(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=g(x)$ ومنه الدالة g دالة زوجية

ب- شرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f).

لدينا: $g(x)=f(|x|)$ ومنه: $\begin{cases} g(x)=f(x)\ ,x\geq 0 \\ g(x)=f(-x)\ ,x\leq 0 \end{cases}$ ومنه: (C_g) ينطبق على (C_f) لما $x\in[0,+\infty[$ ونكمل الرسم بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب لأن الدالة g دالة زوجية.

4. h دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بالعبارة: $h(x)=|f(x)|$

أ- أدرس إشارة العبارة h .

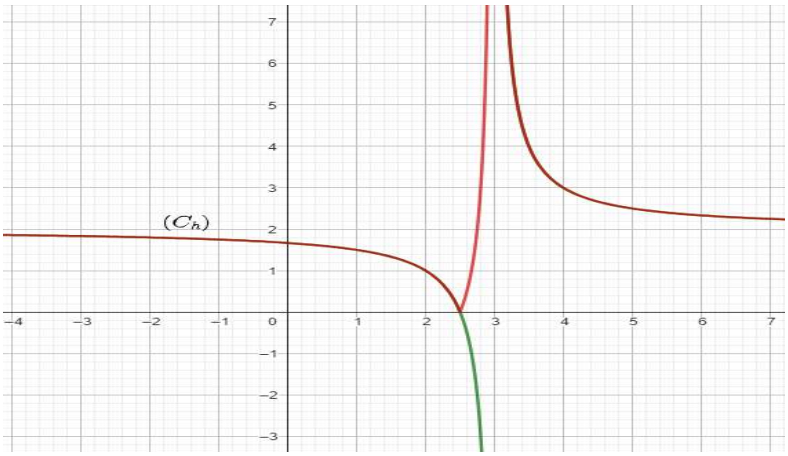
x	$-\infty$		$\frac{5}{2}$		3	$+\infty$
$2x-5$	$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	‖	$+$	

ب- أكتب عبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

لدينا: $h(x)=|f(x)|$ ومنه: $\begin{cases} h(x)=f(x)\ ,f(x)\geq 0 \\ h(x)=-f(x)\ ,f(x)\leq 0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} h(x)=f(x)\ ,x\in\left]-\infty,\frac{5}{2}\right]\cup]3,+\infty[\\ h(x)=-f(x)\ ,x\in\left[\frac{5}{2},3\right[\end{cases}$

ج- شرح كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه.

(C_g) ينطبق $x\in\left[\frac{5}{-}\right.$ $\left.\right]\ 5\left.\right]$



التمرين07:

لتكن f دالة فردية حيث: جزء من جدول تغيراتها يكون من الشكل، إتمام جدول تغيرات الدالة f

x	-4	-3	-1	1	3	4
$f(x)$	0	↗ 1	↘ -2	↗ 2	↘ -1	↗ 0

التمرين08:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{-2x-1}{x+1}$.

1. التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ فإن: $f(x)=-2+\dfrac{1}{x+1}$

$$-2+\frac{1}{x+1}=\frac{-2(x+1)+1}{x+1}=\frac{-2x-1}{x+1}=f(x)$$

2. كيفية إنشاء المنحنى (C_f) انطلاقا من (C): (C_f) هو صورة (C) بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}-2\vec{j}$

3. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x)=f(|x|)$

أ- بين ان الدالة g دالة زوجية.

لدينا: D_g متناظر بالنسبة للصفر و: $g(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=g(x)$ ومنه الدالة g دالة زوجية

ب- شرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f).

لدينا: $g(x)=f(|x|)$ ومنه: $\begin{cases} g(x)=f(x)\ ,x\geq 0 \\ g(x)=f(-x)\ ,x\leq 0 \end{cases}$ ومنه: (C_g) ينطبق على (C_f) لما $x\in[0,+\infty[$ ونكمل الرسم بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب لأن الدالة g دالة زوجية.

4. h دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بالعبارة: $h(x)=|f(x)|$

أ- أدرس إشارة العبارة f .

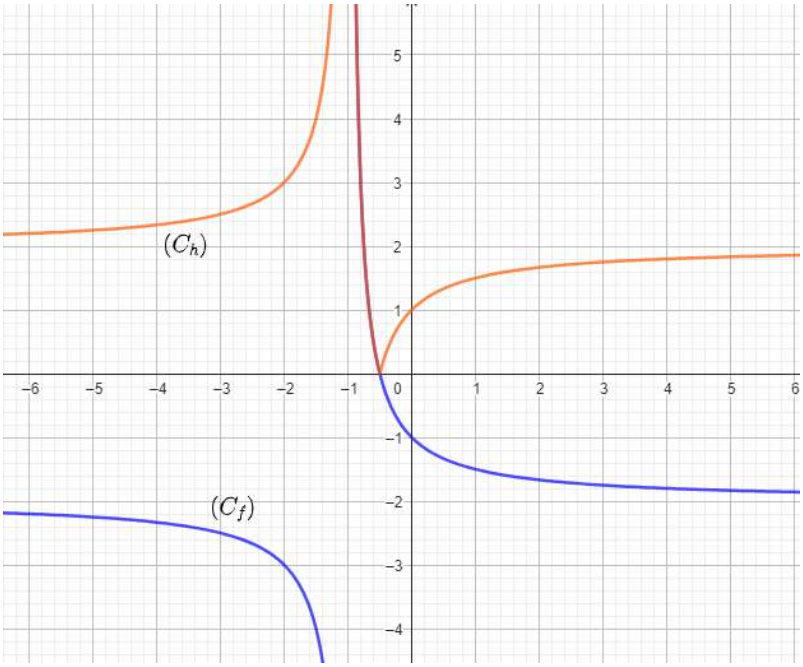
x	$-\infty$	-1		$\frac{-1}{2}$	$+\infty$
$-2x-1$	$+$	$+$	0	$-$	
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	
$f(x)$	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$

ب- أكتب عبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

لدينا: $h(x)=|f(x)|$ ومنه: $\begin{cases} h(x)=f(x)\ ,f(x)\geq 0 \\ h(x)=-f(x)\ ,f(x)\leq 0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} h(x)=f(x)\ ,x\in\left]-1,\frac{-1}{2}\right] \\ h(x)=-f(x)\ ,x\in\left]-\infty,-1\right[\cup\left]\frac{-1}{2},+\infty\right[\end{cases}$

ج- شرح كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه.

(C_g) ينطبق على (C_f) لما $x\in\left]-1,\frac{-1}{2}\right]$ ، (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $x\in\left]-\infty,-1\right[\cup\left]\frac{-1}{2},+\infty\right[$





التمرين09:

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2-2x$

1. التحقق انّ: من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=(x-1)^2-1$

$$(x-1)^2-1=x^2-2x+1-1=x^2-2x=f(x)$$

2. الدالة f لا زوجية ولا فردية لان:

لدينا: من اجل كل $x\in\mathbb{R}$ ، $-x\in\mathbb{R}$ و: $f(-x)=(-x)^2-2(-x)=x^2+2x$

ومنه: $f(-x)\neq f(x)$ و $f(-x)\neq -f(x)$

3. اشرح كيف يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) التمثيل البياني للدالة مربع.

(C_f) (C) $\vec{i}-\vec{j}$

4. كيفية رسم منحنيات الدوال التالية انطلاقا من (C_f) :

- لدينا: $h(x)=|f(x)|$ ومنه: $\begin{cases} h(x)=f(x)\ ,f(x)\geq 0 \\ h(x)=-f(x)\ ,f(x)\leq 0 \end{cases}$ ومنه:

(C_h) ينطبق على (C_f) لما $f(x)\geq 0$ ، (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $f(x)\leq 0$

- (C_g) صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{j}$
- (C_k) صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{i}$

التمرين 10:

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x^2-4x$

1. التبين أنه من أجل كل x من R: $f(x)=2(x-1)^2-2$

$$2(x-1)^2-2=2(x^2-2x+1)-2=2x^2-4x+2-2=f(x)$$

2. تعيين نقط تقاطع (C_f) مع حاملي محور المعلم.

أ- مع محور الفواصل: $f(x)=0$ تعني: $2x^2-4x=0$ ومنه $x(2x-4)=0$ ومنه: $x=0$ ، $x=2$

ب- مع محور التراتيب: $f(0)=2(0)^2-4(0)=0$

ومنه نقط تقاطع (c_f) مع حاملي محور المعلم هي: $(0,0)$ ، $(2,0)$

3.اثبات أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $x=1$ محور تناظر المنحني (C_f) .

لدينا: $x\in D_f$ يعني: $x\in\mathbb{R}$ ومنه: $(2\alpha-x)\in\mathbb{R}$ إذا: $(2\alpha-x)\in D_f$

ولدينا: $f(2\alpha-x)=f(2-x)=2(2-x-1)^2-2=2(1-x)^2-2=2(x-1)^2-2=f(x)$

ومنه المستقيم ذي المعادلة $x=1$ محور تناظر للمنحنى (C_f)

4. انطلاقا من التمثيل البياني للدالة f كيف يمكن إنشاء (C_h) ، (C_k) :

(C_h) هو صورة (c_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}$

(C_k) هو صورة (c_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-2\vec{i}-3\vec{j}$

التمرين11:

I. f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{ax+b}{x-1}$ و (C_f) منحنيها البياني الممثل للدالة f في الورقة المرفقة.

1. تعيين الصورتين بيانيا: $f(0)=-1$ ، $f(-1)=0$

2. جدول التغيرات:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	↘	||	↘

3. تبيين أن: $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$



لدينا: $f(x)=\frac{ax+b}{x-1}$ و $\begin{cases}f(0)=-1\\f(-1)=0\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}\frac{a.0+b}{0-1}=-1\\\frac{a.(-1)+b}{-1-1}=0\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}-b=-1\\\frac{-a+b}{-2}=0\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}b=1\\a=b=1\end{cases}$ إذا: $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$

II.نعتبر الدوال التالية معرفة كمايلي: $g(x)=f(|x|)$ ، $k(x)=f(x+1)-1$ ، $h(x)=|f(x)|$

1. أ- بين أن الدالة g زوجية.

لدينا: D_g متناظر بالنسبة للصفر و: $g(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=g(x)$ ومنه الدالة g دالة زوجية

ب- شرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f).

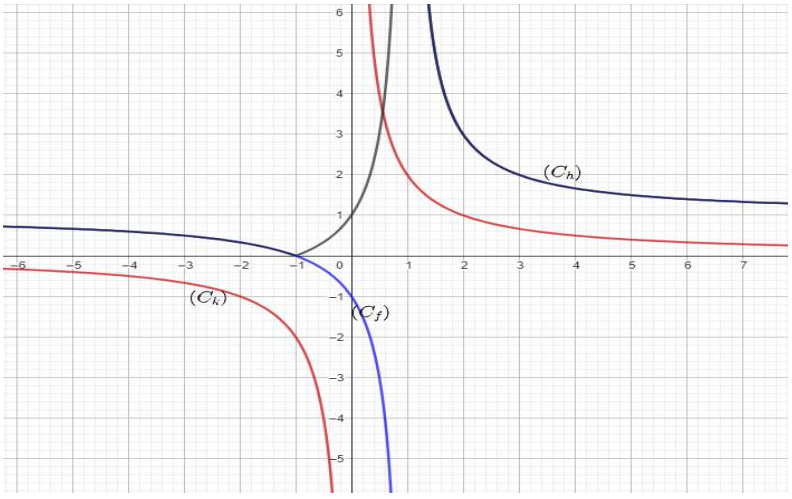
لدينا: $g(x)=f(|x|)$ ومنه: $\begin{cases}g(x)=f(x)\ ,x\geq 0\\g(x)=f(-x)\ ,x\leq 0\end{cases}$ ومنه: (C_g) ينطبق على (C_f) لما $x\in[0,+\infty[$ ونكمل الرسم بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب لأن الدالة g دالة زوجية.

2. انطلاقا من (C_f) أنشئ المنحنيين (C_h) و (C_k) في نفس المعلم بألوان مختلفة

(C_k) هو صورة (c_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}-\vec{j}$

- لدينا: $h(x)=|f(x)|$ ومنه: $\begin{cases}h(x)=f(x)\ ,f(x)\geq 0\\h(x)=-f(x)\ ,f(x)\leq 0\end{cases}$ ومنه:

(C_h) ينطبق على (C_f) لما $f(x)\geq 0$ ، (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $f(x)\leq 0$



التمرين12:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=x^2-4x+3$.

1. التحقق أن: $f(x)=(x-2)^2-1$

$(x-2)^2-1=x^2-4x+4-1=x^2-4x+3=f(x)$

2. رسم في معلم متعامد ومتجانس المنحنى (C) الممثل للدالة: $x\mapsto x^2$.

3. شرح كيفية رسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f انطلاقا من المنحنى (C) :

(C_f) هو صورة (C) بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{i}-\vec{j}$

4. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=f(|x|)$

أ- بين



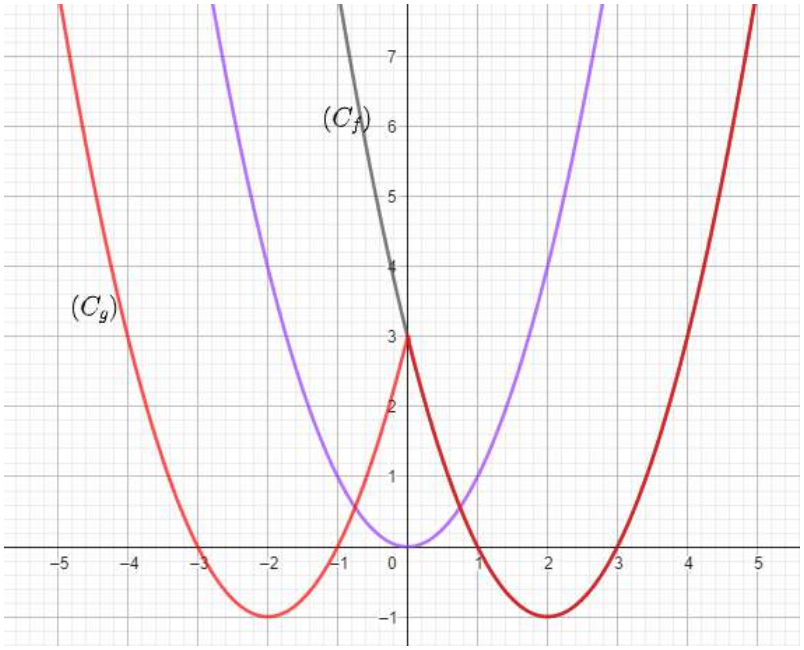
لدينا: D_g متناظر بالنسبة للصفر و: $g(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=g(x)$ ومنه الدالة g دالة زوجية

ب- كتابة عبارة $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

لدينا: $g(x)=f(|x|)$ ومنه: $\begin{cases} g(x)=f(x)\ ,x\geq 0 \\ g(x)=f(-x)\ ,x\leq 0 \end{cases}$

ج- شرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f).

(C_g) ينطبق على (C_f) لما $x\in[0,+\infty[$ ونكمل الرسم بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب لأن الدالة g دالة زوجية.





التمرين 13:

$$f(x)=\frac{x+4}{x+3} \quad ، \quad D_f=\mathbb{R}-\{-3\}$$

1. تبيين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x)=a+\frac{b}{x+3}$ ، حيث a وb أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

$$f(x)=a+\frac{b}{x+3}=\frac{a(x+3)+b}{x+3}=\frac{ax+3a+b}{x+3}$$

بالمطابقة نجد: $\begin{cases} a=1 \\ 3a+b=4 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$ إذا: $f(x)=1+\frac{1}{x+3}$

2. تبيين أنّ: $f(x)=g(x+3)+1$ علما أنّ g هي الدالة مقلوب.

لدينا: $g(x)=\frac{1}{x}$ ومنه: $g(x+3)+1=\frac{1}{x+3}+1=f(x)$

3. كيفية يمكن تمثيل منحنى البياني للدالة f انطلاقا من التمثيل البياني للدالة g.

(C_f) هو صورة (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه: $-3\vec{i}+\vec{j}$



4. تعيين إشارة الدالة f على مجموعة تعريفها.

x	$-\infty$		-4		-3		$+\infty$
$x+4$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$x+3$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$\|$	$+$		$+$

5. لتكن الدالة h معرفة كمايلي: $h(x)=|f(x)|$

- انطلاقا من التمثيل البياني للدالة f ، كيفية إنشاء منحنى الدالة h

لدينا: $h(x)=|f(x)|$ ومنه: $\begin{cases} h(x)=f(x)\ ,f(x)\geq 0 \\ h(x)=-f(x)\ ,f(x)\leq 0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} h(x)=f(x)\ ,x\in]-\infty,-4]\cup]-3,+\infty[\\ h(x)=-f(x)\ ,x\in [-4,-3[\end{cases}$

ومنه: (C_g) ينطبق على (C_f) لما $x\in]-\infty,-4]\cup]-3,+\infty[$ ، (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $x\in [-4,-3[$

التمرين14:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+1}$.

1. تعيين عددين حقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$: $f(x)=a+\dfrac{b}{x+1}$.

$$f(x)=a+\frac{b}{x+1}=\frac{a(x+1)+b}{x+1}=\frac{ax+a+b}{x+1}$$

بالمطابقة نجد: $\begin{cases} a=2 \\ a+b=3 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$ إذا: $f(x)=2+\dfrac{1}{x+1}$

2. برهن أن النقطة $A(-1;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

لدينا: $x\in D_f$ يعني: $x\neq -1$ ومنه: $-2-x\neq 1-2$ ومنه: $2\alpha-x\neq -1$ إذا: $(2\alpha-x)\in D_f$ ولدينا:

$$f(2\alpha-x)+f(x)=f(-2-x)+f(x)$$

$$=2+\frac{1}{-2-x+1}+2+\frac{1}{x+1}$$

$$=4+\frac{1}{-1-x}+\frac{1}{x+2}$$

$$=4-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+1}=4=2\beta$$

ومنه A مركز تناظر للمنحنى (C_f)

3. تعيين إحداثيتي نقطتي تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

أ- مع محور الفواصل: $f(x)=0$ تعني: $2x+3=0$ ومنه $x=-\dfrac{3}{2}$

ب-مع محور التراتيب: $f(0)=\dfrac{2(0)+3}{0+3}=1$

ومنه نقط تقاطع (c_f) مع حاملي محور المعلم هي: $(0,1)$ ، $\left(-\dfrac{3}{2},0\right)$

4. كيفية انشاء المنحنى (C_f) انطلاقا من منحنى الدالة "مقلوب "

(C_f) هو صورة منحنى الدالة مقلوب بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}+2\vec{j}$





5. دراسة إشارة $f(x)$ على المجموعة $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$.

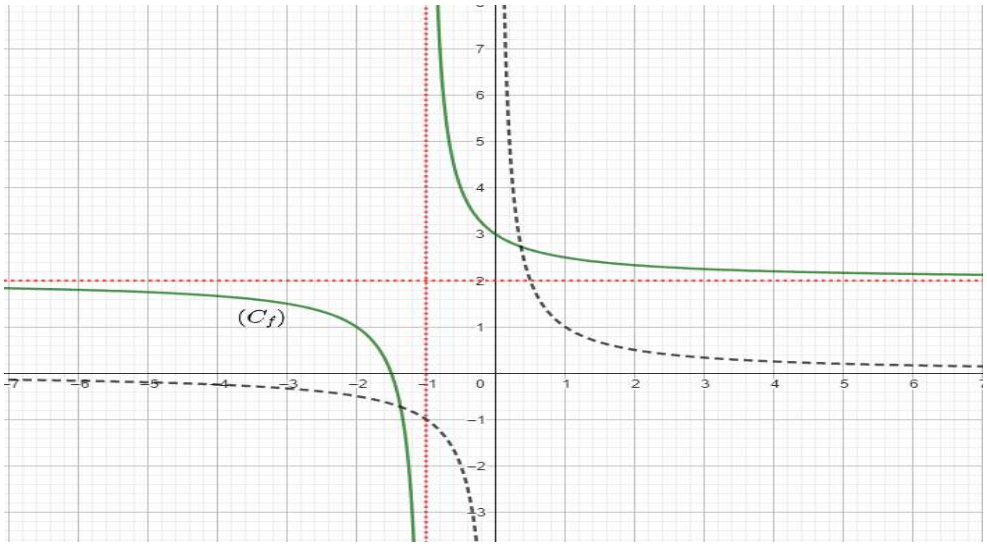
x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$		-1	$+\infty$
$2x+3$	$-$	0	$+$		$+$
$x+1$	$-$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$	‖	$+$

6. h دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بـــــ: $h(x)=|f(x)|$

- شرح كيف نستنتج المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحى (C_f) ثم أنشئه.

لدينا: $h(x)=|f(x)|$ ومنه: $\begin{cases} h(x)=f(x)\ ,f(x)\geq 0 \\ h(x)=-f(x)\ ,f(x)\leq 0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} h(x)=f(x)\ ,x\in\left]-\infty,-\frac{3}{2}\right]\cup]-1,+\infty[\\ h(x)=-f(x)\ ,x\in\left[-\frac{3}{2},-1\right[\end{cases}$

ومنه: (C_g) ينطبق على (C_f) لما $x\in\left]-\infty,-\frac{3}{2}\right]\cup]-1,+\infty[$ ، (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $x\in\left[-\frac{3}{2},-1\right[$



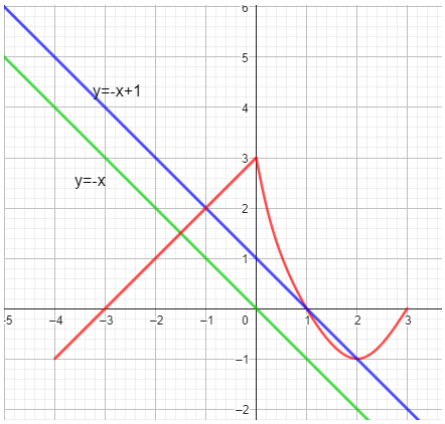
التمرين 15:

المنحني (C_f) المرسوم في الشكل المقابل هو التمثيل البياني لدالة f معرفة على $[-4\ ,\ 3]$.

1. تعيين صور الأعداد:

$f(-2)=1$ ، $f(0)=3$ ، $f(3)=0$

2. الحل البياني للمعادلتين:



ا) $f(x)=-x+1$ حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم الذي معادلته $y=-x+1$ ومنه: $S=\{-1,1,2\}$

ب) $f(x)=-x$ حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم الذي معادلته $y=-x$ ومنه: $S=\{-1.5\}$

3. الحل البياني للمتراجحتين:

ا) $f(x)<0$ هي فواصل المنحنى (C_f) التي تقع تحت محور الفواصل ومنه: $S=]-4,-3[\cup]1,3[$

ب) $f(x)\geq -x+1$ هي فواصل المنحنى (C_f) التي تقع فوق المستقيم الذي $y=-x+1$ معادلة له ومنه: $S=]-1,1[\cup]2,3[$

4. جدول تغيرات الدالة f.

x	-4		0		2		3
$f(x)$	-1	↗	3	↘	-1	↗	0

5. مثل الدالتين g و h في نفس الشكل علما أن: $h(x)=f(-|x|)$ و $g(x)=|f(x)|$

لدينا: $h(x)=f(-|x|)$ ومنه: $\begin{cases}h(x)=f(-x)\ ,x\geq 0\\ h(x)=f(x)\ \ ,x\leq 0\end{cases}$ ومنه: (C_h) ينطبق على (C_f) لما $x\in]-\infty,0]$ ونكمل الرسم بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب لأن الدالة h دالة زوجية.

- لدينا: $g(x)=|f(x)|$ ومنه: $\begin{cases}g(x)=f(x)\ ,f(x)\geq 0\\ g(x)=-f(x)\ ,f(x)\leq 0\end{cases}$ ومنه: (C_g) ينطبق على (C_f) لما $f(x)\in[0,+\infty[$ ،

(C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $f(x)\in]-\infty,0]$

التمرين 16:

الإجابة بصح أو خطا مع التبرير:



1. خ لأن: f متزايدة على المجال $[0,1]$ ومتناقصة على المجال $[1,2]$
2. ص.
3. ص لأن: f متناقصة على المجال $[1,3]$
4. ص لأن: المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين هما $x_1=0$ ، $x_2=2$
5. خ لأن: $f(x)=4$ لا تقبل حلا

التمرين 17:

تعيين عبارة كل دالة:

الشكل 01: (C) هو صورة التمثيل البياني لمنحنى الدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i}$ ومنه: $f(x)=(x-1)^2$

الشكل 02: (C) هو ضرب تراتيب الدالة مكعب في العدد (-1) ومنه: $f(x)=-x^3$

الشكل 03: (C) هو صورة التمثيل البياني للدالة مقلوب بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{j}$ ومنه: $f(x)=1+\frac{1}{x}$

الشكل 04: (C) نحصل عليه بضرب تراتيب التمثيل البياني لمنحنى الدالة مربع ثم انسحاب شعاعه $3\vec{j}$ ومنه: $f(x)=-x^2+3$