الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية بوسنة عمار بن الشابي زريزر — السنة الثانية ثانوي

الأستاذة: سناني لينا سرور — الشعب: ر- ت ر- ع ت

ملخص المكتسبات في الدوال العددية

1. إشارة عبارة جبرية:

أ- إشارة ثنائي الحد من الدرجة الأولى: العبارة $(ax+b)$ تنعدم لما $x=-\frac{b}{a}$ وإشارتها:

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$	عكس إشارة a		0	نفس إشارة a	

ب- إشارة العبارة $(ax+b)^n$ حيث n عدد صحيح:

- ✓ إذا كان n زوجي فإن $(ax+b)^n \geq 0$
- ✓ إذا كان n فردي فإن إشارة العبارة $(ax+b)^n$ هي إشارة العبارة $(ax+b)$

ت- إشارة ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية ax^2+bx+c:

نحل المعادلة $ax^2+bx+c=0$ لذلك نحسب المميز Δ المعرف بـ $\Delta=b^2-4ac$ ونميز ثلاث حالات تبعا لإشارة Δ:

- ✓ الحالة الأولى $\Delta>0$: المعادلة تقبل حلان هما $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ والإشارة كالآتي:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
ax^2+bx+c	نفس إشارة a		0	عكس إشارة a	0	نفس إشارة a	

- ✓ الحالة الثانية $\Delta=0$: المعادلة تقبل حل مضاعف هو $x_0=\frac{-b}{2a}$ وإشارة العبارة كالآتي:

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
ax^2+bx+c	نفس إشارة a		0	نفس إشارة a	

- ✓ الحالة الثالثة $\Delta<0$: المعادلة لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$ وإشارتها :

x	$-\infty$		$+\infty$
ax^2+bx+c	نفس إشارة a		

ث- الشكل النموذجي للعبارة ax^2+bx+c هو $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$

ج- المتطابقات الشهيرة:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

2. عموميات على الدوال:

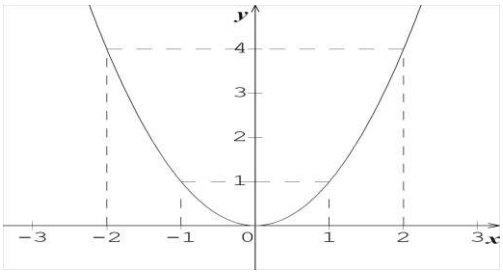
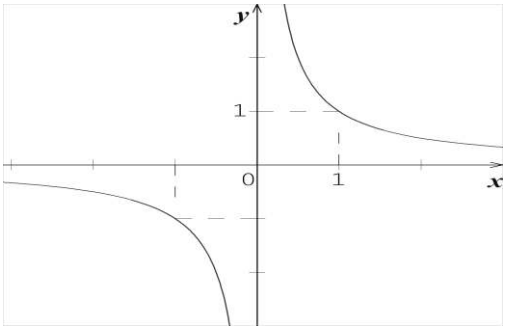
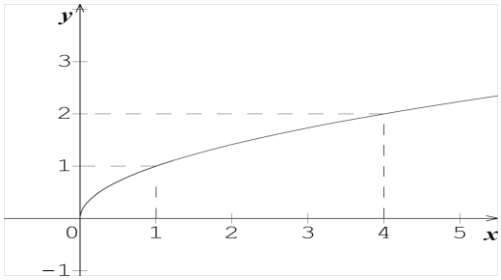
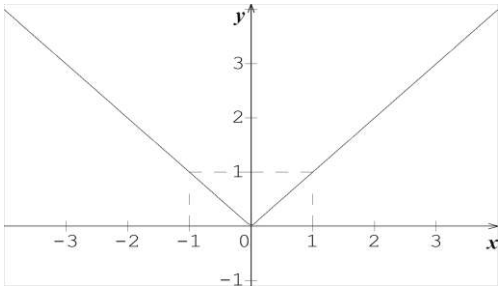
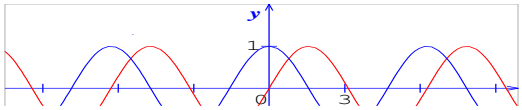
أ- الدالة: لتكن D جزء غير خال من $\mathbb{R}$، إذا كانت D مجموعة تعريف الدالة f فإن f ترفق بكل عدد حقيقي x من D عددا حقيقيا **وحيدا** نرمز له بـــ $f(x)$.

- ✓ نقول أن $f(x)$ هي صورة العدد x بالدالة f
- ✓ العدد x إن وجد هو سابقة العدد $f(x)$ بالدالة f
- ✓ التمثيل البياني للدالة f في معلم (O,I,J) للمستوي هو مجموعة النقط $M(x,y)$ التي تحقق:

$$y = f(x) \text{ و } x \in D_f$$

ب- مجموعة تعريف دالة: هي مجموعة الأعداد الحقيقية x التي يكون من أجلها حساب $f(x)$ ممكنا ونرمز لها بـ D_f

ت- الدوال المرجعية:

الدالة	اتجاه التغير	التمثيل البياني
$f: x \mapsto x^2$	• f متناقصة تماما على $]-\infty,0]$ إذا كان $a < b \leq 0$ فإن $a^2 > b^2$ • f متزايدة تماما على $[0,+\infty[$ إذا كان $0 \leq a < b$ فإن $a^2 < b^2$	
$f: x \mapsto \frac{1}{x}$	• f متناقصة تماما على $]-\infty,0[$ إذا كان $a < b < 0$ فإن $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ • f متناقصة تماما على $]0,+\infty[$ إذا كان $0 < a < b$ فإن $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$	
$f: x \mapsto \sqrt{x}$	• f متزايدة تماما على $[0,+\infty[$ إذا كان $0 \leq a < b$ فإن $\sqrt{a} < \sqrt{b}$	
$f: x \mapsto \lvert x \rvert$	• f متناقصة تماما على $]-\infty,0]$ إذا كان $a < b \leq 0$ فإن $\lvert a \rvert > \lvert b \rvert$ • f متزايدة تماما على $[0,+\infty[$ إذا كان $0 \leq a < b$ فإن $\lvert a \rvert < \lvert b \rvert$	
$f: x \mapsto \sin x$ $: x \mapsto \cos x$	الدالتان $f: x \mapsto \sin x$ و $g: x \mapsto \cos x$	

ث- شفعية دالة: لتكن f دالة معرفة على جزء D من $\mathbb{R}$

- ✓ نقول أن الدالة f زوجية إذا كان D متناظرا بالنسبة إلى 0 وكان من أجل كل x من D، $f(-x) = f(x)$ يكون منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس للمستوي متناظرا بالنسبة لحامل محمور التراتيب
- ✓ نقول أن الدالة f فردية إذا كان D متناظرا بالنسبة إلى 0 وكان من أجل كل x من D، $f(-x) = -f(x)$ يكون منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس للمستوي متناظرا بالنسبة إلى مبدأ المعلم

أمثلة:

- الدوال $x \longmapsto |x|$ و $x \longmapsto x^2$ هي دوال زوجية، الدوال $x \longmapsto \frac{1}{x}$ و $x \longmapsto ax$ $(a \in \mathbb{R})$ هي دوال فردية.

ج- اتجاه تغير دالة على مجال: f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$

- ✓ f متزايدة تماما على I يعني أنه من أجل كل عددين حقيقيين x_1 و x_2 من I، إذا كان $x_1 < x_2$ فإن: $f(x_1) < f(x_2)$
- ✓ f متناقصة تماما على I يعني أنه من أجل كل عددين حقيقيين x_1 و x_2 من I، إذا كان $x_1 < x_2$ فإن: $f(x_1) > f(x_2)$
- ✓ f ثابتة على I يعني أنه من أجل كل عددين حقيقيين x_1 و x_2 من I فإن: $f(x_1) = f(x_2)$

إذا كانت الدالة f متناقصة تماما أو متزايدة تماما على مجال I نقول أنها رتيبة عليه.

3. حل معادلات ومتراجحات بيانيا:

✓ **حل المعادلة $f(x) = g(x)$ بيانيا:**

حلول المعادلة $f(x) = g(x)$ ذات المجهول الحقيقي x بيانيا هي فواصل نقط تقاطع التمثيلين البيانيين للدالتين f و g

✓ **حل المتراجحة $f(x) < g(x)$ بيانيا:**

حلول المتراجحة $f(x) < g(x)$ بيانيا هي الأعداد الحقيقية x التي من أجلها يكون التمثيل البياني للدالة f يقع تحت التمثيل البياني للدالة g