الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
ثانوية: المجاهد بضياف قدور-فاتيس
المستوى: 02 تقني رياضي الموسم الدراسي: 2024/2025
الفرض الأول للفصل الأول في مادة: الرياضيات المدة: 01 ساعة و 15د

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر كثير الحدود $P(x)$ حيث:

$$P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$$

1) أحسب $P(2)$ ، ماذا تستنتج ؟ .

2) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (x-2)(ax^2+bx+c)$.

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$.

4) أدرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $P(x)$ ثم استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المتراجحة $P(x) \geq 0$.

5) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول الحقيقي x والوسيط الحقيقي m غير المعدوم التالية :

$$mx^2 + 5x + \frac{6}{m} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (E) \quad .$$

ليكن x_1 و x_2 حلين للمعادلة (E) ، عيّن قيمة m اذا علمت أنّ: $x_1 + x_2 = 5$ ثم أحسب كلا من x_1 و x_2 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ: $f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ عين العددين الحقيقيين α و β بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-2}$.

• نضع في مايلي : $\alpha = 3$ و $\beta = 1$

2/ فكّك الدالة f الى مركب دالتين بسيطتين يطلب تعيينهما .

3/ استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty; 2[$ و $]2; +\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

4/ أثبت أنّ النقطة $\Omega(2;3)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5/ اشرح كيف يتم انشاء (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة مقلوب ثمّ أنشئه .

6/ h الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ بـ: $h(x) = f(|x|)$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

www.dze

التصحيح النموذجي للفرض الأول الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى: 2 تقني رياضي

الأستاذ: بولغيتي عبد الرزاق.

التمرين الأول:

1/ $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$

1/ حساب $P(2)$:

$P(2) = 2(2)^3 - 13(2)^2 + 13(2) + 10$

$= 16 - 52 + 26 + 10$

$= 0$

نستنتج أن (2) هو جذر لـ $P(x)$

2/ تعيين الأعداد الحقيقية a ; b و c:

باستعمال طريقة القسمة الاقليدية:

$2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$	$x - 2$
$-2x^3 + 4x^2$	$2x^2 - 9x - 5$
$-9x^2 + 13x + 10$	
$-(-9x^2 + 18x)$	
$-5x + 10$	
$-(-5x + 10)$	
0	

وعليه $a = 2$ / $b = -9$ / $c = -5$

ومنه $P(x) = (x-2)(2x^2 - 9x - 5)$

3/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x) = 0$

لدينا: $P(x) = 0$

يكافئ $(x-2)(2x^2 - 9x - 5) = 0$

حل المعادلة $2x^2 - 9x - 5 = 0$

$\Delta = 81 - 4(2)(-5)$

$= 81 + 40 = 121$

$x_1 = \frac{9 - 11}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$

$x_2 = \frac{9 + 11}{4} = \frac{20}{4} = 5$

ومنه حلول المعادلة $P(x) = 0$ هي:

$S = \left\{ -\frac{1}{2} ; 2 ; 5 \right\}$

4/ دراسة إشارة $P(x)$:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$		2		5		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$
$2x^2-9x-5$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

حلول المتراجحة $P(x) \geq 0$ هي:

$S = \left[-\frac{1}{2} ; 2 \right] \cup [5 ; +\infty[$

2/

$mx^2 + 5x + \frac{6}{m} = 0 \quad \ldots\ldots (E)$

* تعيين قيمة m:

لدينا $x_1 + x_2 = 5$

حيث x_1 و x_2 حلان للمعادلة (E)

ومنه لدينا: $S = x_1 + x_2 = \frac{-5}{m}$

$\boxed{m = -1}$

هو:

$\Delta = 25$

$x_1 = \frac{-5-1}{2m} = \frac{-6}{-2} = 3$ ومنه

$x_2 = \frac{-5+1}{-} = \frac{-4}{-2} = 2$

التمرين (02) :

$f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$

1/ تعيين العددين الحقيقيين α و β :

لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$:

$f(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-2} = \frac{\alpha(x-2)+\beta}{x-2}$

$= \frac{\alpha x - 2\alpha + \beta}{x-2}$

بالمطابقة نجد :

$\begin{cases} \alpha = 3 \\ -2\alpha + \beta = -5 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} \alpha = 3 \\ \beta = 1 \end{cases}$

2/

لدينا $f = V \circ u$

حيث : $u : x \longmapsto x-2$

$V : x \longmapsto 3 + \frac{1}{x}$

$x \xrightarrow{u} x-2 \xrightarrow{V} 3+\frac{1}{x-2}$

$f = V \circ u$

3/ استنتاج اتجاه تغير الدالة f :

أ) على المجال $]-\infty ; 2[$:

لدينا الدالة u متناقصة تماما على المجال $]-\infty ; 2[$ و من أجل كل x من المجال $]-\infty ; 2[$

لدينا $x < 2$ ومنه $x-2 < 0$

أي $u(x) < 0$.

ومنه $u(x) \in]-\infty ; 0[$

الدالة V متناقصة تماما على المجال $]-\infty ; 0[$

ب) على المجال $]2 ; +\infty[$:

الدالة u متزايدة تماما على المجال $]2 ; +\infty[$

ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]2 ; +\infty[$

لدينا $x > 2$ ومنه $x-2 > 0$

أي $u(x) > 0$ ومنه $u(x) \in]0 ; +\infty[$

الدالة V متناقصة تماما على المجال $]0 ; +\infty[$.

وعليه الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty ; 2[$ و $]2 ; +\infty[$

- جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		↘	‖	↘	

4/ إثبات أن $(2;3)$ مركز تناظر لـ (C_f) :

لدينا $x \in D_f$ معناه $x \in \mathbb{R}-\{2\}$ ومنه $x \neq 2$

ومنه $-x \neq -2$ ومنه $4-x \neq 2$

أي $4-x \in \mathbb{R}-\{2\}$

وعليه $(4-x) \in D_f$

ولدينا من أجل كل $x \in D_f$ و $(4-x) \in D_f$:

$f(4-x) + f(x) = 3 + \frac{1}{4-x-2} + 3 + \frac{1}{x-2}$

$= 3 + \frac{1}{2-x} + 3 + \frac{1}{x-2}$

$= 3 - \frac{1}{x-2} + 3 + \frac{1}{x-2}$

$= 6$

مركز تناظر (C_f) .

ج) شرح كيف يمكن إنشاء (C_f) :

لدينا $f(x) = 3 + \frac{1}{x-2}$

$= K(x-2) + 3$

حيث $K : x \longmapsto \frac{1}{x}$

وعليه (C_f) هو صورة (C) منحنى الدالة مقلوبي بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{V}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$

6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ بـ :

$h(x) = f(|x|)$

أ) إثبات أن h دالة زوجية :

لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ $(-x) \in \mathbb{R}-\{-2;2\}$ وعليه D_h متناظر بالنسبة لصفر

ولدينا من أجل كل x من D_h :

$h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$

وعليه h دالة زوجية

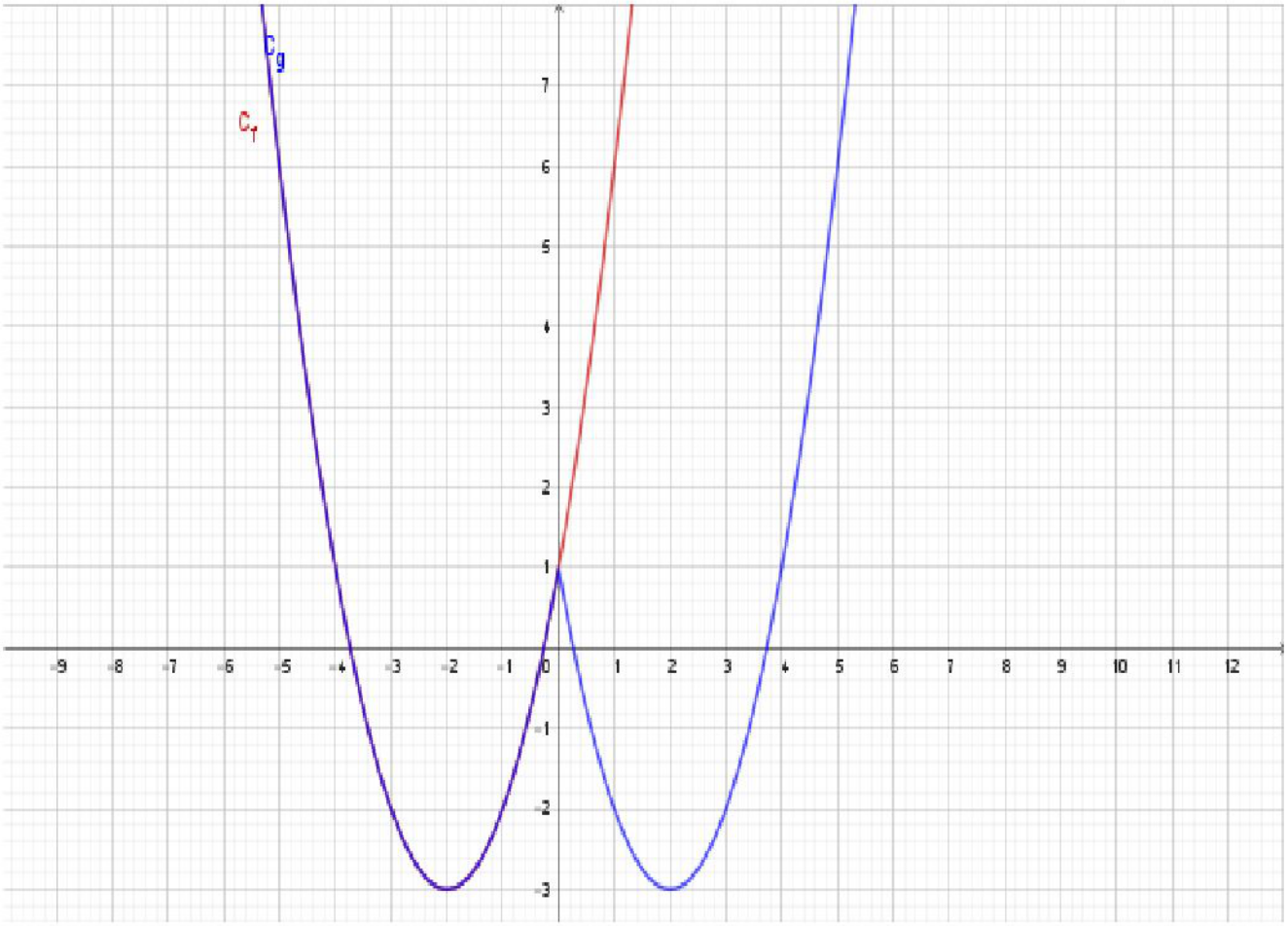
$$h(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & : x \geqslant 0 \\ f(-x) & : x \leqslant 0 \end{cases}$$

ب) شرح الطريقة إنشاء (C_h) :

(C_h) منطبق على (C_f) لما $x \geqslant 0$

(C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب لما $x \leqslant 0$

وبما أن h دالة زوجية فإن (C_h) متناظر بالنسبة لمحور التراتيب.


C_g
C_f
7
6
5
4
3
2
1
-9
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
-1
-2
-3