الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية: المجاهد بحياته قدور-فاتيس

المستوى: 02 علوم تجريبية 01 — الموسم الدراسي: 2024/2025

اختبار الفصل الأول في مادة: الرياضيات — المدة: 02 ساعة

التمرين الأول: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة ، عيّنه مع التبرير .

1/ f و g دالتان معرفتان على $]2;+\infty[$ بـ: $f(x)=x^2+2$ و $g(x)=\frac{1}{\sqrt{x-2}}$

الدالة gof هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

أ) $(gof)(x)=\frac{1}{x^2}$ ب) $(gof)(x)=\frac{1}{x}$ ج) $(gof)(x)=x$.

2/ f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2-1$ ومنه $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ تساوي :

أ) 4 ب) -4 ج) 3 .

3/ g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^2+2x$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم ، معادلة المماس لـ (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 1 هي :

أ) $y=4x+1$ ب) $y=4x-1$ ج) $y=x+1$.

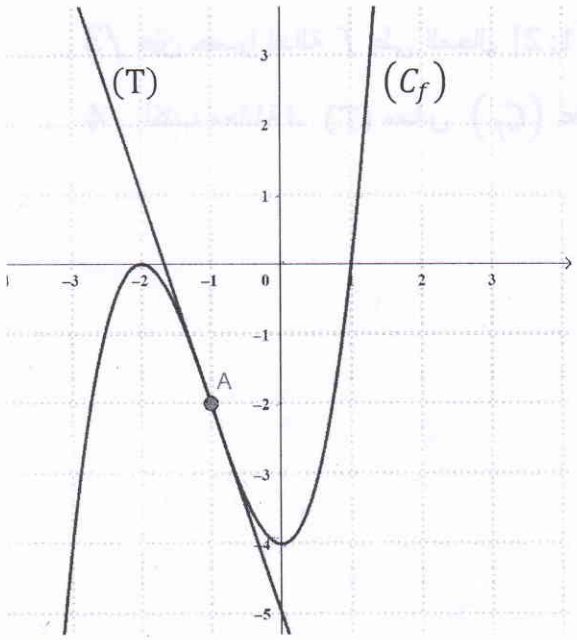
4/ h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{5\}$ بـ: $h(x)=3+\frac{1}{x-5}$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، (C_h) هو صورة المنحنى الممثل للدالة مقلوب بانسحاب شعاعه :

أ) $\vec{v}\begin{pmatrix}-5\\3\end{pmatrix}$ ب) $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\-3\end{pmatrix}$ ج) $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

I) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=x^3+3x^2-4$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (T) مماس (C_f) عند النقطة A ذات الفاصلة -1 ، كما هو موضح في الشكل المقابل .



* بقراءة بيانية :

1) عيّن $f(-1)$ ، $f'(0)$ ، $f'(-1)$.

2) أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة -1 .

3) عيّن اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

4) عيّن القيم الحدية المحلية للدالة f .

5) عيّن حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $f(x)$.

6) حل بيانيا في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$.

7) بيّن أنّ النقطة $A(-1;-2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

II) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = |f(x)|$.

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق . اشرح طريقة انشاء (C_h) إنطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

التمرين الثالث : **(09** نقاط**)**

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = 4x^3 + 6x^2 + 8$.

1) أحسب $g(-2)$ ، ماذا تستنتج ؟ .

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) = (x+2)(4x^2 - 2x + 4)$.

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $g(x) = 0$ ثمّ أدرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{2x^3-8}{x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -1$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

2/ عيّن القيّم الحدية المحلية للدالة f .

3/ عيّن حصرا للدالة f على المجال $[1;2]$.

4/ أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

بالتوفيق

التصحيح النموذجي لإمتحان الفصل الأول في مادة الرياضيات.

المستوى: / 02 ع ت (01)

الأستاذ بولفيتي عبد الرزاق

تمرين (01): /

1/ الإجابة الصحيحة هي:

ب) $(g\circ f)(x) = \frac{1}{x}$

التبرير:

لدينا من أجل كل $x \in]0;+\infty[$:

$$(g\circ f)(x) = g(f(x))$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2+2-2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2}}$$

$$= \frac{1}{x}$$

2/ الإجابة الصحيحة هي:

أ) 4

التبرير:

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{(2+h)^2-1-3}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{h(h+4)}{h}$$

$$= 4$$

3/

الإجابة الصحيحة هي: ب) $y = 4x-1$

التبرير:

$$(T): y = g'(1)(x-1)+g(1)$$

لدينا $g'(1) = 4$

و $g(1) = 3$

ومنه $y = 4(x-1)+3$

$$= 4x-4+3$$

$$= 4x-1$$

4/

الاجابة الصحيحة هي: ج) $\vec{V}\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$

التبرير:

لدينا: $h(x) = 3+\frac{1}{x-5}$

$$= 3+k(x-5)$$

$$= k(x-5)+3$$

حيث: $k: x \mapsto \frac{1}{x}$

أي: $h(x) = k(x-5)+3$

وعليه (C_h) هو صورة (C_k) بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{V}\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$.

التمرين الثاني :/

1/ $f(-1) = -2$

$f'(0) = 0$

$$f'(-1) = \frac{-2-1}{-1-(-2)} = \frac{-3}{1} = -3$$

2) كتابة معادلة المماس (T) :

$$(T) : y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$$

$$= -3(x+1) - 2$$

$$= -3x - 5$$

$$\boxed{(T) : y = -3x - 5}$$

3/ الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty ; -2]$ و $[0 ; +\infty[$

ومتناقصة تماما على المجال $[-2 ; 0]$

* جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	0	↘	-4	↗	

4) تعيين القيم الحدية المحلية لـ f :

الدالة f تقبل قيمة حدية كبرى عند -2 هي 0 وقيمة حدية صغرى عند 0 هي -4

5) إشارة $f(x)$:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

6) حل بيانيا المعادلة $f(x) = 0$:

نلاحظ من خلال التمثيل البياني للدالة f أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما -2 و 1

وعليه حلول المعادلة $f(x) = 0$ هي : $S = \{-2 ; 1\}$

7) إثبات أن النقطة A هي مركز تناظر (C_f)

لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $(-2-x) \in \mathbb{R}$

ومن أجل كل $x \in \mathbb{R}$ و $(-2-x) \in \mathbb{R}$

$$f(-2-x) + f(x)$$

$$= (-2-x)^3 + 3(-2-x)^2 - 4 + x^3 + 3x^2 + 4$$

ومنه

$$f(-2-x) + f(x)$$

$$= -(2+x)^3 + 3(2+x)^2 - 4 + x^3 + 3x^2 - 4$$

$$= -8 - x^3 + 6x^2 - 12x + 12 + 3x^2 + 12x - 4 + x^3 + 3x^2 - 4$$

$$= -4$$

$$= 2(-2)$$

وعليه النقطة A هي مركز تناظر (C_f)

II)

$$h(x) = |f(x)|$$

$$= \begin{cases} f(x) & f(x) \geqslant 0 \\ -f(x) & f(x) \leqslant 0 \end{cases}$$

وعليه (C_h) منطبق على (C_f) لما (C_f) يكون فوق محور الفواصل و (C_h) يقع تحت محور الفواصل.

* إنشاء (C_h) :



الأستاذ بولفيتي عبد الرزاق

التمرين الثالث:

I

1)

$$g(-2) = 4(-2)^3 + 6(-2)^2 + 8$$
$$= -32 + 24 + 8$$
$$= 0$$

نستنتج أن (-2) هو جذر لـ $g(x)$

2)

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x:

$$(x+2)(4x^2 - 2x + 4)$$
$$= 4x^3 - 2x^2 + 4x + 8x^2 - 4x + 8$$
$$= 4x^3 + 6x^2 + 8$$
$$= g(x)$$

3)

لدينا: $g(x) = 0$

يكافئ $(x+2)(4x^2 - 2x + 4) = 0$

وهذه إما $x + 2 = 0$ أي $x = -2$

أو $4x^2 - 2x + 4 = 0$

$$\Delta = 4 - 4(4)(4)$$
$$= 4 - 64$$
$$= -60 < 0$$

وعليه حلول المعادلة $g(x) = 0$ هي:

$$S = \{-2\}$$

دراسة إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$	
$4x^2-2x+4$		$+$		$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II)

$$f(x) = \frac{2x^3 - 8}{x + 1}$$

1/

لدينا من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -1$

الدالة f قابلة للاشتقاق ودالتها المشتقة f' حيث:

$$f'(x) = \frac{6x^2(x+1) - 2x^3 + 8}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{6x^3 + 6x^2 - 2x^3 + 8}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{4x^3 + 6x^2 + 8}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{g(x)}{(x+1)^2}$$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f:

لدينا من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -1$

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$$

وعليه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

4/ كتابة معادلة لـ (T)

$(T): y = f'(0)(x-0) + f(0)$

لدينا:

$f'(0) = \frac{g(0)}{1} = \frac{8}{1} = 8$

و $f(0) = \frac{-8}{1} = -8$

ومنه

$\boxed{(T): y = 8x - 8}$

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	

وعليه الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-2;-1[$ و $]-1;+\infty[$

ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-2]$

* جدول تغيرات الدالة f:

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	
$f(x)$		↘	24	↗	$\|\|$	↗	

2/ تعيين القيم الحدية المحلية للدالة f:

الدالة f تقبل قيمة حدية محلية صغرى عند -2 حيث 24.

3/ تعيين حصر الدالة f على المجال $[1;2]$:

لدينا من أجل كل $x \in [1;2]$

$1 \leqslant x \leqslant 2$

والدالة f متزايدة تماما على المجال $[1;2]$ ...