المادّة: رياضيات
المستوى: 2 ع ت

التّاريخ: 2023/03/09
المدّة: ساعتين ونصف

اختبار الفصل الثّاني

التّمرين الأوّل: (05 نقاط)

كيس يحتوي على ثلاث كرات حمراء مرقّمة بـ: $\frac{-\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{2\pi}{3}$. وكرتين خضراوين مرقّمتين بـ: 0 ، π.
نسحب عشوائيا كرتين على التوالي من الكيس مع إرجاع الكرة الأولى المسحوبة قبل سحب الثّانية.

I. مثل هذه التجربة بمخطط مناسب. ثم احسب احتمال الحوادث التالية:

A : "سحب كرتين تحملان نفس الرقم". B : " سحب كرتين جداء رقميهما معدوم ".

C : "سحب كرتين إحداهما على الأقل تحمل رقما هو حل للمعادلة $\sin(\ ) = 0$".

II. ليكن α و β العددين الظّاهرين على الكرتين المسحوبتين، نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لكرتين، العدد $\cos(\alpha)\times\cos(\beta)$.

1. بين أن مجموعة القيم الممكنة لـ X هي: $\left\{-1;\frac{-1}{2};0;\frac{1}{4};\frac{1}{2};1\right\}$.

2. عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم بين أن $E(X)=\frac{1}{100}$.

III. نضع الكرات الحمراء في كيس U_1، والكرات الخضراء في كيس آخر U_2، نسحب في آن واحد كرة من U_1 و كرة من U_2، ما هو احتمال سحب كرتين جداء رقميهما سالب تماما ؟

التّمرين الثّاني: (06 نقاط)

في معلم متعامد ومتجانس. نعتبر النقط $A(-2;0)$ ، $B(2;3)$ ، $C(1;m)$ و $D(\ 3;\ 4)$ ، m عدد حقيقي.
ولتكن النقطة G المعرفة بالعلاقة $\overline{GB}=\overline{AD}$. ولتكن النقطة I منتصف القطعة $[AB]$.

1. بين أن النقطة G مرجح للجملة المثقلة $\{(A,1),(B,1),(D,-1)\}$، احسب إحداثيات G و I.

2. عين (E_1) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|$.

3. عين قيم m في كل حالة من الحالات التالية:

أ) A ، B و C على استقامة واحدة.

ب) $ABCD$ متوازي أضلاع.

ج) ABC مثلث قائم في A.

د) ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A.

هـ) المجموعة (E_2) للنقط M من المستوي التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}\|=\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\|$ هي دائرة مركزها ... منصف قطرها ...

www.dzexa
www.ecol

التّمرين الثّالث: (09 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2+4x+8}{2x+4}$. (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1. احسب النهايات عند حدود مجالي تعريف الدالة f .
2. عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\}$: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+2}$.
3. بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (Δ) معادلته $y=\dfrac{1}{2}x+1$.
4. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب (Δ).
5. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\}$ فإن: $f'(x)=\dfrac{x^2+4x}{2(x+2)^2}$.
6. ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
7. بين أن $(\ _f)$ يقبل مماسين (T_1) و $(\ _2)$ ميل كل منهما يساوي $\dfrac{-3}{2}$ ، يطلب كتابة معادلة لكل منهما.
8. عين نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين ثم بين أنها مركز تناظر للمنحنى $(\ _f)$.
9. ارسم (Δ)، $(\ _1)$، $(\ _2)$ و (C_f) .
10. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x^2+x(4-2n)+8-4=0$.
11. عين قيم العدد الحقيقي λ حتى تقبل المعادلة $f(x)=4\cos(\lambda)$ حلاّ مضاعفا.

مدرسة الرجاء والتفوق الخاصة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ECOLE PRIVÉE

من إعداد: الأستاذ بن مسعود

السنة الدراسية: 2022-2023	تصحيح اختبار الفصل الثاني	المادة: رياضيات
المستوى: 2 ع ت		الأستاذ: بن مسعود

التمرين الأول:

(I)

① \ ②	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	0	π
$-\frac{\pi}{2}$	$(-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{2})$	$(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2})$	$(-\frac{\pi}{2};\frac{2\pi}{3})$	$(-\frac{\pi}{2};0)$	$(-\frac{\pi}{2};\pi)$
$\frac{\pi}{2}$	$(\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2};\frac{2\pi}{3})$	$(\frac{\pi}{2};0)$	$(\frac{\pi}{2};\pi)$
$\frac{2\pi}{3}$	$(\frac{2\pi}{3};-\frac{\pi}{2})$	$(\frac{2\pi}{3};\frac{\pi}{2})$	$(\frac{2\pi}{3};\frac{2\pi}{3})$	$(\frac{2\pi}{3};0)$	$(\frac{2\pi}{3};\pi)$
0	$(0;-\frac{\pi}{2})$	$(0;\frac{\pi}{2})$	$(0;\frac{2\pi}{3})$	$(0;0)$	$(0;\pi)$
π	$(\pi;-\frac{\pi}{2})$	$(\pi;\frac{\pi}{2})$	$(\pi;\frac{2\pi}{3})$	$(\pi;0)$	$(\pi;\pi)$

$P(C)=\frac{16}{25}$ ، $P(B)=\frac{9}{25}$ ، $P(A)=\frac{5}{25}=\frac{1}{5}$

(II) نلخص قيم المتغير العشوائي X في الجدول التالي:

α \ β	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	0	π
$-\frac{\pi}{2}$	0	0	0	0	0
$\frac{\pi}{2}$	0	0	0	0	0
$\frac{2\pi}{3}$	0	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
0	0	0	$-\frac{1}{2}$	1	-1
π	0	0	$\frac{1}{2}$	-1	1

ومنه فإن $X\in\{-1,-\frac{1}{2},0,\frac{1}{4},\frac{1}{2},1\}$

$P(X=\frac{1}{4})=\frac{4}{25}$ ، $P(X=0)=\frac{16}{25}$ ، $P(X=-\frac{1}{2})=\frac{2}{25}$ ، $P(X=-1)=\frac{2}{25}$

$P(X=1)=\frac{2}{25}$ ، $P(X=\frac{1}{2})=\frac{2}{25}$

x_i	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{16}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$

$E(X)=-1\times\frac{2}{25}-\frac{1}{2}\times\frac{2}{25}+0\times\frac{16}{25}+\frac{1}{4}\times\frac{4}{25}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{25}+1\times\frac{2}{25}$

$E(X)=\frac{1}{100}$

(III)

U_2 \ U_1	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$
0	0	0	0
π	$-\frac{\pi^2}{2}$	$\frac{\pi^2}{2}$	$\frac{2\pi^2}{3}$

التمرين الثاني:

1) لدينا $\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{AD}=\vec{0}$ أي $\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{AD}$

ومنه $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ نجد $\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{GD}=\vec{0}$

إذن G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,1);(D,-1)\}$

$I(0;\frac{3}{2})$ $G(3;7)$

2) $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|$

$2MG=2MI$ أي

ومنه $MG=MI$

(3) (E_1) هي مستقيم محور القطعة $[GI]$

4) $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطان خطيا

$9-4m=0$ ، $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\m\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$

نجد $m=\frac{9}{4}$

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ (ب

$m=-1$ ومنه $m+4=3$ ، $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}4\\m+4\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$

ج) $BC^2=AB^2+AC^2$ أي $1+(m-3)^2=25+9+m^2$

نجد $1-6m=25$ أي $m=-4$

د) $AB=AC$ أي $\sqrt{9+m^2}=5$

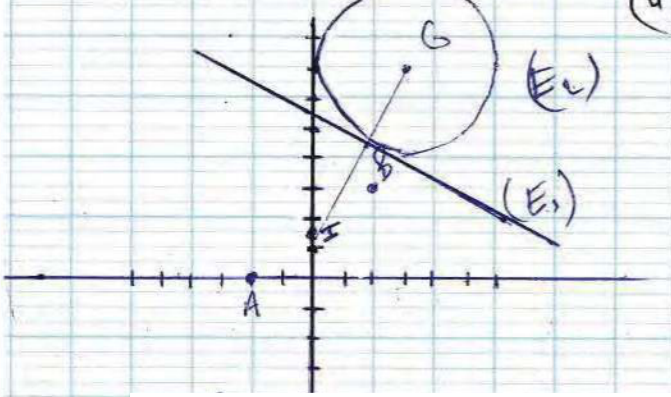
نجد $m^2=16$ أي $m=4$ أو $m=-4$

هـ) لدينا $(E_2):MG=AC$ و $(E_1):MG=3$

ومنه $AC=3$ أي $\sqrt{9+m^2}=3$

ونجد $9+m^2=9$ ومنه $m=0$

4)



Ecole Erradja wa Tafaouk

التمرين الثالث

1) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{x}{2} = -\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{2} = +\infty$

$\lim_{x\to-2^{<}} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x\to-2^{>}} f(x) = +\infty$

x		-2	
$2x+4$	$-$	0	$+$

2)

$$f(x) = ax + b + \frac{2c}{2x+4}$$

$$f(x) = \frac{2ax^2 + 4ax + 2bx + 4b + 2c}{2x+4}$$

بالمطابقة نجد :
$$\begin{cases} 2a = 1 \\ 4a + 2b = 4 \\ 4b + 2c = 8 \end{cases}$$

ومنه $a = \frac{1}{2}$ $b = 1$ $c = 2$

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1 + \frac{2}{x+2}$$

3)

$$\lim_{|x|\to+\infty} \left[f(x) - \left(\frac{1}{2}x + 1\right) \right] = \lim_{|x|\to+\infty} \frac{2}{x+2} = \boxed{0}$$

ومنه $y = \frac{1}{2}x + 1$ م.م مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$

$x = -2$ عمودي

4)

$$f(x) - \left(\frac{1}{2}x + 1\right) = \frac{2}{x+2}$$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$	$\|$	$+$

في المجال $]-\infty, -2[$ (C_f) يقع تحت (Δ).

في المجال $]-2, +\infty[$ (C_f) يقع فوق (Δ).

5) f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{-2\}$

$$f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{2}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 4 - 4}{2(x+2)^2} = \frac{x(x+4)}{2(x+2)^2}$$

6) إشارة المشتقة من إشارة البسط

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	

في المجالين $]-\infty; -4]$ و $[0; +\infty[$ ، f متزايدة.

في المجالين $[-4; -2[$ و $]-2; 0]$ ، f متناقصة

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	

7) $f'(x) = \frac{-3}{2}$

$$\frac{x(x+4)}{2(x^2+4x+4)} = \frac{-3}{2}$$

$$x^2 + 4x = -3x^2 - 12x - 12$$

أي : $4x^2 + 16x + 12 = 0$

نجد $x_1 = -1$ و $x_2 = -3$

$(T_1): y = f'(-3)(x+3) + f(-3)$

$(T_1): y = \frac{-3}{2}(x+3) - \frac{5}{2}$

$(T_1): y = \frac{-3}{2}x - 7$

$(T_2): y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$

$(T_2): y = \frac{-3}{2}(x+1) + \frac{5}{2}$

$(T_2): y = \frac{-3}{2}x + 1$

8) $\begin{cases} x = -2 \\ y = \frac{1}{2}x + 1 \end{cases}$ نقطة التقاطع هي $\Omega(-2, 0)$

• من أجل $x \in D_f$ أي $x \neq -2$ ، $-x \neq 2$

$-4 - x \neq -2$ أي $(-4-x) \in D_f$

• نبين أن $f(-4-x) + f(x) = 0$

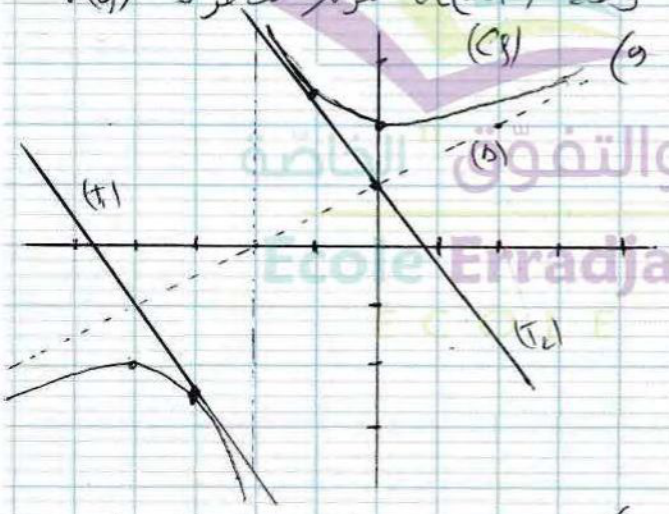
$$f(-4-x) + f(x) = \frac{1}{2}(-4-x) + 1 + \frac{2}{-4-x+2} + \frac{1}{2}x + 1 + \frac{2}{x+2}$$

$$= -2 - \frac{1}{2}x + 1 + \frac{2}{-x-2} + \frac{1}{2}x + 1 + \frac{2}{x+2}$$

$= 0$ (محققة)

ومنه $\Omega(-2, 0)$ مركز تناظر لـ (C_f).

9)



10)

$$x^2 + x(4 - 2m) + 8 - 4m = 0$$

$$x^2 + 4x + 8 = 2mx - 4m$$

$$f(x) = m$$

مناقشة أفقية مع المستقيمات $y = m$

لما $m \in]-\infty, -2[$ حلين سالبين

لما $m = -2$ حل مضاعف سالب $m = 2$ حل مضاعف معدوم

لما $m \in]-2, 2[$ لا يوجد حلول

لما $[\ldots]$ ... إشارة

$\lambda = \frac{\pi}{3} + 2k$

$\lambda = \frac{2\pi}{3} + 2$

مدرسة الرجاء والتفوق الخاصة
Ecole Erradja wa Tafaouk
C.E.P.R.E.