واجب منزلي رقم 01 في مادة الرياضيات

المستوى : 2 علوم تجريبية الموسم الدراسي : 2025-2026

سلم يوم : 2025/10/16 يعاد يوم : 2025/10/23 يناقش يوم: 2025/10/..

التمرين الأول

I) لتكن الدالة f المعرفة على مجموعة D من $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+3}{x+2}}$

1. بين أن $D=]-\infty;-3]\cup]-2;+\infty[$.
2. بين أن $f=g\circ h$ حيث g هي الدالة جذر تربيعي و h دالة يطلب تعيينها ثم عين مجموعة تعريفها D_h.
3. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_h فإن $h(x)=1+\dfrac{1}{x+2}$.
4. إشرح طريقة رسم المنحنى (C_h) الممثل للدالة h في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
5. بين أن النقطة $\Omega(-2;1)$ مركز تناظر المنحنى (C_h).
6. عين إتجاه تغير الدالة f عل كل من المجالين $]-\infty;-3]$ و $]-2;+\infty[$

II) نعتبر الدالتين h_1 و h_2 حيث $h_1=|h(x)|$ و $h_2(x)=h(-|x|)$.

1. إشرح طريقة رسم (C_{h_1}) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.
2. عين D_{h_2}
3. اثبت أن الدالة h_2 دالة زوجية.
4. أكتب $h_2(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.
5. إشرح طريقة رسم (C_{h_2}) منحنى الدالة h_2 إنطلاقا من (C_h).

التمرين الثاني

نعتبر المعادلة : $x^4+2x^3-x-6=0\cdots(1)$

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

① $x^2+x-3=0$ ② $x^2+x+2=0$ ③ $x^2+3x-4=0$

2. أثبت أن المعادلة (1) تكافئ المعادلة $(x^2+x-2)^2+3(x^2+x-2)-4=0\cdots(2)$
3. إستنتج حلول المعادلة (2)

تصحيح الواجب المنزلي رقم 01 في مادة الرياضيات

المستوى : 2 علوم تجريبية الموسم الدراسي : 2025-2026

التمرين الأول

I) الدالة f المعرفة على مجموعة D من $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+3}{x+2}}$

1. إثبات أن $D=]-\infty;-3]\cup]-2;+\infty[$

$D=\left\{x/\dfrac{x+3}{x+2}\geq 0 \quad و \quad x\neq -2\right\}$ إذن نقوم بدراسة إشارة $\dfrac{x+3}{x+2}$

نقوم بحل المعادلة $\dfrac{x+3}{x+2}=0$ تكافئ $x+3=0$ و $x+2\neq 0$ أي $x=-3$ و $x\neq -2$

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+2$		$-$		$-$	0	$+$	
$\dfrac{x+3}{x+2}$		$+$	0	$-$	‖	$+$	

و عليه
$D=]-\infty;-3]\cup]-2;+\infty[$

2. إثبات أن $f=g\circ h$ حيث g هي الدالة جذر تربيعي و h دالة يطلب تعيينها

حسب مخطط التركيب نجد :

$$x \xrightarrow{h} \frac{x+3}{x+2} \xrightarrow{g} \sqrt{\frac{x+3}{x+2}}$$

$f=g\circ h$

إذن f مركب دالتين حيث $g(x)=\sqrt{x}$ و $h(x)=\dfrac{x+3}{x+2}$

و لدينا

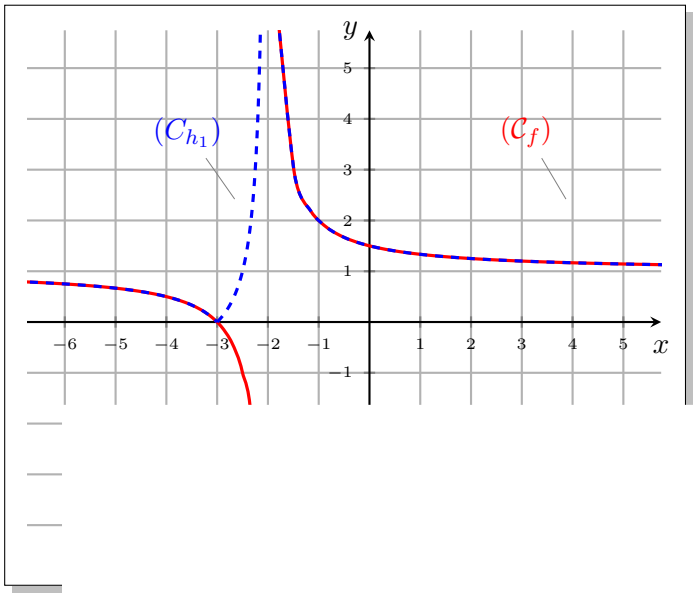
$D_h=\{x\in\mathbb{R}/x+2\neq 0\}$

$D_h=\mathbb{R}-\{-2\}$

3. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من أجل كل D_h فإن $h(x)=1+\dfrac{1}{x+2}$.

$$h(x)=1+\frac{1}{x+2}=\frac{x+2}{x+2}+\frac{1}{x+2}=\frac{x+3}{x+2}$$

4. شرح طريقة رسم المنحنى (C_h)



(C_h) صورة منحنى الدالة مقلوب $x\longmapsto\dfrac{1}{x}$ بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{u}=-2\vec{i}+1\vec{j}$

5. إثبات أن النقطة $\Omega(-2;1)$ مركز تناظر المنحنى (C_h).

نثبت أنه من أجل $x \in D_f$ و $(2\alpha - x) \in D_f$ فإن $h(2\alpha - x) + h(x) = 2\beta$ حيث $\Omega(-2;1)$

إثبات ان $-4 - x \in \mathbb{R} - \{-2\}$

من أجل $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$ معناه $x \neq -2$ أي $-x \neq 2$ أي $-4 - x \neq -2$ و منه $-4 - x \in \mathbb{R} - \{-2\}$ و لدينا

$$h(-4-x) + h(x) = 1 + \frac{1}{-4-x+2} + 1 + \frac{1}{x+2}$$
$$h(-4-x) + h(x) = 1 + \frac{1}{-x-2} + 1 + \frac{1}{x+2}$$
$$h(-4-x) + h(x) = 1 + \frac{1}{-(x+2)} + 1 + \frac{1}{x+2}$$
$$h(-4-x) + h(x) = 1 - \frac{1}{x+2} + 1 + \frac{1}{x+2}$$
$$h(-4-x) + h(x) = 2(1) = 2$$

6. تعيين إتجاه تغير الدالة f

<u>على المجال $]-\infty;-3[$</u>

الدالة h متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-2[$ فهي متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-3[$ حيث من أجل كل $x \in]-\infty;-3[$ فإن $h(x) \in [0;1[$ و الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;1]$ و منه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-3[$

<u>على المجال $]-2;+\infty[$</u>

الدالة h متناقصة تماما على المجال $]-2;+\infty[$ حيث من أجل كل $x \in]-2;+\infty[$ فإن $h(x) > 1$ أي $h(x) \in]1;+\infty[$ و الدالة g متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$ و منه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-2;+\infty[$

II) نعتبر الدالتين h_1 و h_2 حيث $h_1 = |h(x)|$ و $h_2(x) = h(-|x|)$.

1. طريقة رسم (C_{h_1})

$$h_1(x) = \begin{cases} h(x); x \in]-\infty;-3] \cup]-2;+\infty[\\ -h(x); x \in [-3;-2[\end{cases} \quad \text{أي} \quad h_1(x) = \begin{cases} h(x); h(x) \geq 0 \\ -h(x); h(x) \leq 0 \end{cases}$$

من أجل $x \in]-\infty;-3] \cup]-2;+\infty[$ (C_{h_1}) ينطبق على (C_h)

من أجل $x \in [-3;-2[$ (C_{h_1}) نظير (C_h) بالنسبة لحامل محور الفواصل

2. تعيين D_{h_2}

$$D_{h_2} = \{x \in \mathbb{R} / -|x| + 2 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} / |x| \neq 2\}$$
$$D_{h_2} = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 2 \quad \text{و} \quad x \neq -2\} = \mathbb{R} - \{-2;2\}$$

3. إثبات أن الدالة h_2 دالة زوجية

من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-2;2\}$ معناه $x \neq 2$ و $x \neq -2$ و عليه $-x \neq -2$ و $x \neq 2$ و منه $-x \in \mathbb{R} - \{-2;2\}$

و لدينا $h_2(-x) = h(-|-x|) = h(-|x|) = h_2(x)$ و منه g دالة زوجية

4. كتابة $h_2(x)$ بـ

$$x = 2$$

5. شرح طريقة رسم (C_{h_2})

من أجل $]-\infty;-2[\cup]-2;0]$ فإن (C_{h_2}) ينطبق على (C_h)

من أجل $[0.2[\cup]2;+\infty[$ فإن (C_{h_2}) نظير (C_h) بالنسبة لمحور التراتيب لانها دالة زوجية

التمرين الثاني

1. حل المعادلات

$x^2+x-3=0$

حساب Δ :

$$\Delta = b^2-4ac$$
$$= (1)^2-4(1)(-3)$$
$$\Delta = 13$$

$\Delta \succ 0$ إذا للمعادلة حلان مختلفان هما

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$x_1 = \frac{-1-\sqrt{13}}{2}$$
$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$x_1 = \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$$

$x^2+x+2=0$

حساب Δ :

$$\Delta = b^2-4ac$$
$$= (1)^2-4(1)(2)$$
$$\Delta = -7$$

$\Delta \prec 0$ إذاالمعادلة ليس لها حل

$x^2+3x-4=0$

حساب Δ :

$$\Delta = b^2-4ac$$
$$= (3)^2-4(1)(-4)$$
$$\Delta = 25$$

$\Delta \succ 0$ إذا للمعادلة حلان مختلفان هما

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$= \frac{-3-\sqrt{25}}{2}$$
$$x_1 = -4$$
$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$= \frac{-3+\sqrt{25}}{2}$$
$$x_2 = 1$$

2. إثبات أن المعادلة (2) تكافئ المعادلة (1)

$$(x^2+x-2)^2+3(x^2+x-2)-4=0\cdots(2)$$

$$(x^2+x-2)^2+3(x^2+x-2)-4=0$$
$$((x^2+x)-2)^2+3(x^2+x-2)-4=0$$
$$((x^2+x)^2+(2)^2-2(x^2+x)(2)+3x^2+3x-6-4=0$$
$$x^4+x^2+2x^3+4-4x^2-4x+3x^2+3x-6-4=0$$
$$x^4+x^2+2x^3+4-4x^2-4x+3x^2+3x-6-4=0$$
$$x^4+2x^3-x-6=0$$

3. إستنتاج حلول المعادلة (2)

بوضع $X=x^2+x-2$ المعادلة (2) تكافئ المعادلة : $x^2+3x-4=0$ و عليه :

لما $X=-4$ نجد $x^2+x-2=-4$ أي $x^2+x+2=0$ و من السؤال 1 نجد أن المعادلة لا تقبل حل.

لما $X=1$ نجد $x^2+x-2=1$ أي $x^2+x-3=0$ و من السؤال 1 نجد حلول المعادلة هما :

$$x_1 = \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$$

ومنه : $S = \left\{\frac{-1-\sqrt{13}}{2};\frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right\}$

4. حل المتراجحة

بما أن $x^4+2x^3-x-6=(x^2+x-2)^2+3(x^2+x-2)-4$ نجد أن

$$\begin{aligned}x^4+2x^3-x-6&=(x^2+x-2+4)(x^2+x-2-1)\\&=(x^2+x+2)(x^2+x-3)\end{aligned}$$

x	$-\infty$		$\frac{-1-\sqrt{13}}{2}$		0		$\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$		$+\infty$
x^2+x+2		$+$	0	$+$		$+$		$+$	
x^2+x-3		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
x^4+2x^3-x-6		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
x		$-$	0	$-$		$+$		$+$	
$\frac{x^4+2x^3-x-6}{x}$		$-$	0	$+$	‖	$-$		$+$	

وبالتالي حلول المتراجحة هي : $\left]-\infty;\frac{-1-\sqrt{13}}{2}\right[\cup\left]0;\frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right[$