الفرض الثاني للثلاثي الأول في الرياضيات

2026 - 2025 | المدة: 01 سا

تجنّب الشطب و استعمال المصحّح.

التمرين الأول: (11 نقطة)

f دالة عددية معرفة على المجال $]-3;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{2x+6}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

① احسب نسبة تزايد الدالة f بين العددين $5+h$ و 5. حيث h عدد حقيقي غير معدوم.

② استنتج أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند القيمة $x_0=5$. ثم فسر النتيجة هندسيا.

③ عين معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 5.

④ عين تقريبا تآلفيا للدالة f بجوار 5. ثم أحسب قيم تقريبية لكل من: $f(4.97)$ و $f(5.002)$.

⑤ أحسب $f'(x)$. ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة f على المجال $]-3;+\infty[$.

⑥ g دالة معرفة على المجال $]-3;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{f(x)}{\sqrt{2}}$. إشرح كيف يمكن رسم منحنى الدالة g.

التمرين الثاني: (09 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

① حلول المعادلة: $x^4-3x^2-4=0$ في $\mathbb{R}$ هي: $S=\{4;-1\}$.

② المنحنى الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^3+x^2+1$ يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة -1 يوازي محور الفواصل.

③ قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $(m-4)x^2+2mx+m+2=0$ في $\mathbb{R}$ حلان متمايزان هي: $m\in]-6;+\infty[$.

④ إذا كانت الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $g(x)=\dfrac{x^2+1}{-x+1}$. فإن المعادلة $g'(x)=0$ تقبل حل وحيد.

⑤ ليكن (C_h) منحنى دالة h معرفة على $\mathbb{R}$ و (Δ) مماس لـ (C_h) عند النقطة ذات الفاصلة -2 معادلته $y=-3x+7$. ومنه $h'(-2)=-3$ و $h(-2)=1$.

⑥ إذا كانت f دالة معرفة على المجال $\left]\dfrac{1}{3};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=\sqrt{3x-1}$ فإن حلول المتراجحة $f'(x)\geq 1$ هي: $S=\left[\dfrac{10}{12};+\infty\right[$.

الأستاذ: فراحتية المحفوظ T!

انتهى

www.dze

الإجابة النموذجية للفرض الثاني:

حل المسألة الأولى:

$f(x) = \sqrt{2x+6}$

① - حساب نسبة التزايد بين العددين $5+h$ و 5

$$\frac{f(5+h)-f(5)}{h} = \frac{\sqrt{10+2h+6}-4}{h}$$

$$= \frac{(\sqrt{16+2h}-4)(\sqrt{16+2h}+4)}{h(\sqrt{16+2h}+4)}$$

$$= \frac{16+2h-16}{h(\sqrt{16+2h}+4)} = \frac{2}{\sqrt{16+2h}+4}$$

② - استنتاج أن f قابلة للاشتقاق عند $x_0 = 5$:

$$f'(5) = \lim_{h\to 0} \frac{f(5+h)-f(5)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{2}{\sqrt{16+2h}+4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

- التفسير البياني:

المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) عند نقطة ذات الفاصلة 5 معامل توجيهه $f'(5) = \frac{1}{4}$

③ - معادلة المماس (T) عند $x_0 = 5$

$$(T): y = f'(5)(x-5) + f(5)$$

$$= \frac{1}{4}(x-5) + 4$$

$$= \frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$$

④ - تحسين تقريب تآلفي لـ f بجوار 5

أحسن تقريب تآلفي للدالة f بجوار 5 هي معادلة المماس (T) عند $x_0 = 5$ وتكتب

$$f(x) \simeq \frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$$

القيم المقربة:

$$f(5,002) \simeq \frac{1}{4}(5,002) + \frac{11}{4}$$
$$\simeq 4,0005$$

$$f(4,97) \simeq \frac{1}{4}(4,97) + \frac{11}{4}$$
$$\simeq 3,9925$$

⑤ - حساب $f'(x)$:

f قابلة للاشتقاق على $]-3;+\infty[$ حيث

$$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+6}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2x+6}} > 0$$

إذن الدالة f متزايدة تماما على $]-3;+\infty[$

⑥ - شرح كيفية رسم (C_g):

$$g(x) = \frac{\sqrt{2x+6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2x+6}{2}}$$

لدينا

$$= \sqrt{x+3}$$

إذن (C_g) صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}$

حل التمرين الثاني:

الإجابة بسهم جدح او خطأ مع التبرير:

① - خطأ

لدينا $x^4-3x^2-4=0$

بوضع $X=x^2$ مع $X>0$ نجد

$X^2-3X-4=0$.

حساب مميز $\Delta=9+16=25>0$

للمعادلة حلان: $X_1=-1$ مرفوض و $X_2=4$

اي $x^2=4$ اي $x=2$ او $x=-2$

$S=\{-2;2\}$

② - خطأ

لدينا f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث

$f'(x)=3x^2+2x$

(C_f) يقبل مماس أفقي معناه $f'(x_0)=0$

اي $x(3x+2)=0$ اي $x_0=0$ او $x_0=\frac{-2}{3}$

اي (C_f) يقبل مماس يوازي محور

فواصل عند نقطتين ذات فاصلتين 0 و $\frac{-2}{3}$

③ - خطأ

تعيين قيم وسيط m حتى يقبل معادلة

حلان:

لدينا $(m-4)x^2+2mx+m+2=0$

معناه $\Delta m>0$

اي $4m^2-4(m-4)(m+2)>0$

اي $4m^2-4m^2+8m+32>0$

اي $m>-32$ اي $8m>-32$

④ خطأ

لدينا g قابلة للاشتقاق على $]-\infty,1[$

حيث $g'(x)=\frac{2x(-x+1)+(x^2+1)}{(-x+1)^2}$

$=\frac{-2x^2+2x+x^2+1}{(-x+1)^2}$

$=\frac{-x^2+2x+1}{(-x+1)^2}$

لدينا $g'(x)=0$ اي $-x^2+2x+1=0$

فضه $\Delta=4+4=8>0$

للمعادلة حلان

$x_1=1+\sqrt{2}$ $x_2=1-\sqrt{2}$

⑤ خطأ

لدينا (C_h) يقبل مماس معادلته $y=-3x+7$

عند $x_0=-2$ معناه

$f'(-2)=-3$ و $f(-2)=-3(-2)+7$

$=6+7=13$

⑥ خطأ

لدينا f قابلة للاشتقاق على $]\frac{1}{3};+\infty[$

حيث $f'(x)=\frac{3}{2\sqrt{3x-1}}$

لدينا $f'(x)\geq 1$ اي $\frac{3}{2\sqrt{3x-1}}\geq 1$

اي $3\geq 2\sqrt{3x-1}$

اي $\frac{3}{2}\geq\sqrt{3x-1}$ اي $\frac{9}{4}>3x-1$

اي $\frac{13}{4}\geq 3x$ اي $\frac{13}{12}\geq x$

$S=]$

$S=$