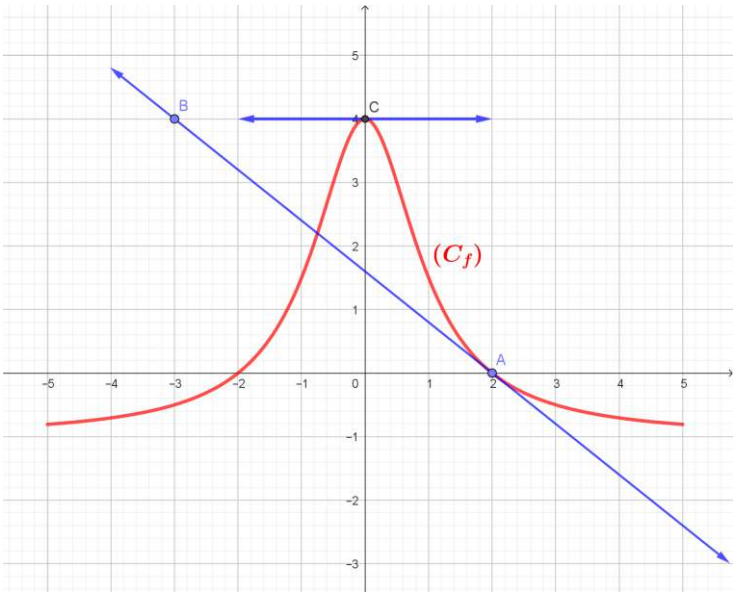
المستوى:ثانية علوم تجريبية المدة: 60 دقيقة

الفرض(2) التجريبي الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات



تمرين: نعتبر الدالة f المعرفة و القابلة للإشتقاق على المجال $[-5;5]$ بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ و المستقيمان المرسومان في الشكل هما المماسان للمنحني (C_f) عند النقطتين $A(2;0)$ و $C(0;4)$ كما هو موضح في الشكل المقابل:

بقراءة بيانية:

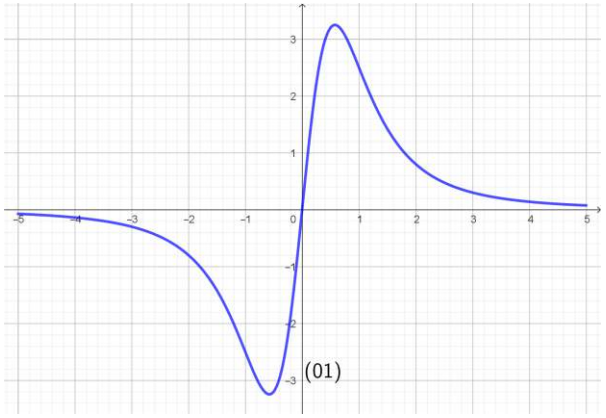
1) حدد $f'(2)$ و $f'(0)$

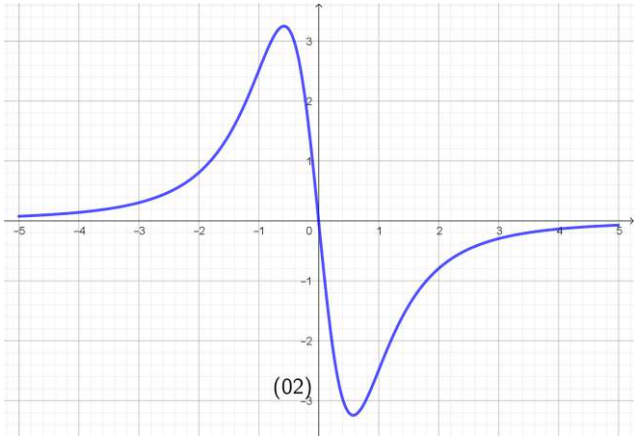
2) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 2، ثم استنتج قيمة مقربة لـ $f(1,98)$

3) عين في المجال $[-5;5]$:

❖ حل المعادلة: $f'(x)=0$ وحلول المتراجحة التالية: $f'(x)\leq 0$.

4) من بين المنحنيين (01) و (02) عين، مع التبرير المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f .





5) أ) شكل جدول تغيرات الدالة f

ب) برر وجود قيمة حدية محلية للدالة f يطلب تعيينها.

6) أ) عين $f(0)$ و $f(2)$ ثم بين أن $a=0$ و $b=4$ علما أن $f(x)=\dfrac{-x^2+ax+b}{x^2+1}$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-5;5]$: $f'(x)=\dfrac{-10x}{\left(x^2+1\right)^2}$

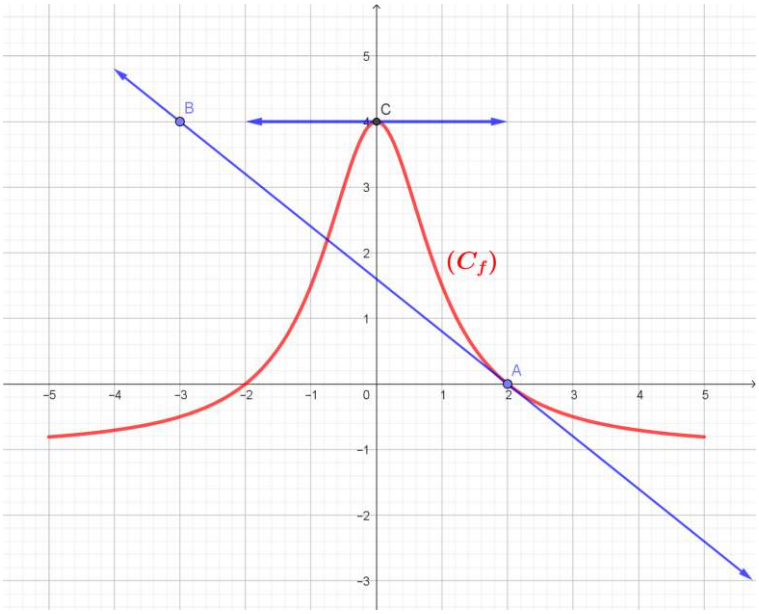
ت) استنتج اتجاه تغير الدالة f .

.....انتهى

المستوى:ثانية علوم تجريبية المدة: 60 دقيقة

تصحيح الفرض (02) التجريبي الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات

تمرين: بقراءة بيانية:



1) تحديد $f'(2)$ و $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h)-4}{h}$:

$f'(2)$ هو معامل توجيه المماس في النقطة ذات الفاصلة 2 ،

نختار نقطتين من المماس و لتكن $A(2;0)$ و $B(-3;4)$ ومنه

$$f'(2)=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{0-4}{2-(-3)}=\frac{-4}{5}$$

$f'(0)=0$ لأن المماس في النقطة ذات الفاصلة 0 موازي إلى حامل محور الفواصل.

2) تعين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 2 :

$$(T): y=f'(2)(x-2)+f(2)=\frac{-4}{5}(x-2)+0=\frac{-4}{5}x+\frac{8}{5}$$

✓ استنتج قيمة مقربة لـ $f(1,98)$:

لدينا $f(x)\simeq\dfrac{-4}{5}x+\dfrac{8}{5}$ لما x قريب إلى 2 ومنه $f(1,98)\simeq\dfrac{-4}{5}(1,98)+\dfrac{8}{5}$ إذن $f(1,98)\simeq 0,016$

3) تعين في المجال $[-5;5]$:

❖ حل المعادلة: $f'(x)=0$:معناه تعين فواصل نقط (C_f) التي يكون عندها المماس موازي إلى محور الفواصل أي $S=\{0\}$

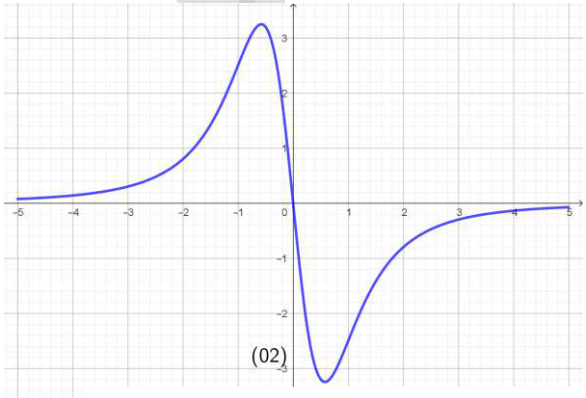
❖ حلول المتراجحة التالية: $f'(x)\le 0$ معناه تعيين المجالات التي تكون عليها الدالة f متناقصة أي $S=[0;5]$

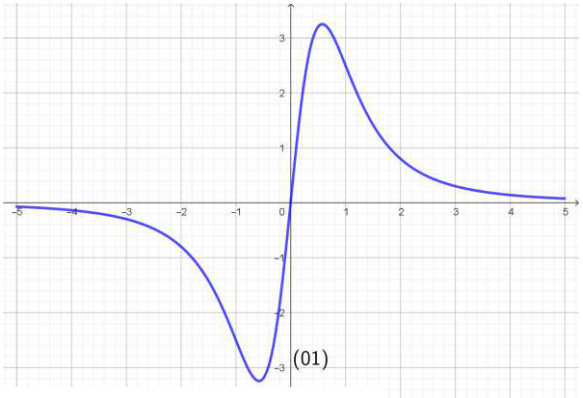
4) من بين المنحنيين (01) و (02) عين ، مع التبرير المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f .

بما أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-5;0]$ فإن f' موجبة ومنه منحنى الدالة f' يقع فوق محور الفواصل على المجال $[-5;0]$

أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $[0;5]$ فإن f' سالبة ومنه منحنى الدالة f' يقع تحت محور الفواصل على المجال $[0;5]$

وهذا ما يتوافق في الشكل (02)





تصحيح الفرض (02) التجريبي الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات

5) أ) شكل جدول تغيرات الدالة f

x	-5		0		5
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(-5)$	↗	4	↘	$f(5)$

ب) تبرير وجود قيمة حدية محلية للدالة f يطلب تعيينها.

بما أن f' إنعدمت و غيرت من إشارتها في القيمة 0 فإنه يوجد مجال مفتوح $]-1;1[$ يشمل 0 تقبل فيه الدالة f قيمة حدية محلية قيمتها $f(0)=4$

6) أ) تعين $f(0)$ و $f(2)$ ثم بين أن $a=0$ و $b=4$ علما أن $f(x)=\dfrac{-x^2+ax+b}{x^2+1}$.

$f(0)=4$ و $f(2)=0$

$f(0)=4$ معناه $\dfrac{-(0)^2+a(0)+b}{(0)^2+1}=4$ ومنه $b=4$

$f(2)=0$ معناه $\dfrac{-(2)^2+a(2)+b}{(2)^2+1}=0$ معناه $\dfrac{-4+2a+4}{4+1}=0$ معناه $\dfrac{2a}{5}=0$ ومنه $a=0$ ومنه $f(x)=\dfrac{-x^2+4}{x^2+1}$

ب) تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-5;5]$: $f'(x)=\dfrac{-10x}{\left(x^2+1\right)^2}$:

الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال $[-5;5]$ و من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-5;5]$:

$$f'(x)=\frac{(-2x)\left(x^2+1\right)-(2x)\left(-x^2+4\right)}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{-2x^3-2x+2x^3-8x}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{-10x}{\left(x^2+1\right)^2}$$:

ت) استنتاج اتجاه تغير الدالة f :

إشارة $f'(x)$ من إشارة $[-10x]$ لأن $\left(x^2+1\right)^2>0$ على المجال $[-5;5]$ ومنه

x	-5		0		5
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-5;0]$ ومتناقصة تماما على المجال $[0;5]$

.....انتهى

بالتوفيق