الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان البكالوريا التجريبي — دورة: ماي 2024

شعبة: آداب و فلسفة + لغات — ثانوية عياش مقلاتي الحاسي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 02 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضـــــــــوع الأول

التمرين الأول: 06 نقاط

نعتبر العددين الصحيحين a و b بحيث $a \equiv 2024[5]$ و $b - a \equiv 1962[5]$.

1. بين أن $a \equiv 4[5]$ و أن $b \equiv 1[5]$.
2. تحقق أن $a \equiv -1[5]$، ثم بين أن العددين a^{2024} و b^{1445} متوافقان بتردد 5.
3. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على العدد 5.
4. بين أن العدد $a^{2025} + 2b^{1445} + 1962^{1962}$ مضاعف للعدد 5.
5. عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $2^n + a^{2025} + 2b^{1445} \equiv 0[5]$.

التمرين الثاني: 06 نقاط

نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحيث $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_2 + u_4 = 10 \end{cases}$.

1. احسب الحد u_3، ثم بين أن $r = 2$ بحيث r هو أساس المتتالية (u_n).
2. اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n.
3. بين أن العدد 2023 حد من حدود المتتالية (u_n) يطلب تعيين رتبته.
4. نعتبر المجموع S_n بحيث $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.
   أ) بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $S_n = n^2 - 1$.
   ب) عين قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $S_n = 2024$.

التمرين الثالث: 08 نقاط

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x^3 + 3x^2$، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.
2. بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = -3x(x-2)$، ثم ادرس حسب قيم x إشارة $f'(x)$.
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.
4. بين أن النقطة $I(1;2)$ نقطة انعطاف لـ (C_f)، ثم اكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) في النقطة A.
5. عين احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.
6. احسب $f(-1)$ ثم أنشئ (T) و ارسم (C_f).
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = m$.

الموضـــــوع الثانـــــي

التمرين الأول: 06 نقاط

نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 5u_n - 4 \end{cases}$ و $v_n = u_n - 1$.

1. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 5 يطلب حساب حدها الأول v_0.
2. اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n، ثم استنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_n = 5^n + 1$.
3. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).
4. بين أن العدد 3126 حد من حدود (u_n) يطلب تعيين رتبته.
5. احسب بدلالة n المجموع S_n بحيث $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$.
6. استنتج بدلالة n المجموع S'_n بحيث $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

التمرين الثاني:06 نقاط

نعتبر الأعداد الصحيحة a، b و c بحيث $a = 1962$، $b = -2025$ و $c \equiv a + b\,[11]$.

1. بين أن $a \equiv 4\,[11]$، $b \equiv 10\,[11]$، ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد c على العدد 11.
2. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على العدد 11.
3. تحقق أن $b \equiv -1\,[11]$ ثم بين أن $a^a + 3b^a + (c+1)^{2023} \equiv 0\,[11]$.
4. عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $b^{1445} \times a^n \equiv b\,[11]$.

التمرين الثالث:08 نقاط

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ: $f(x) = \dfrac{2x-2}{x-2}$، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$.

1. بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) = 2 + \dfrac{2}{x-2}$.
2. احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$، $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x < 2}} f(x)$. استنتج معادلة لكل من المستقيمين المقاربين لـ (C_f).
3. بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R} - \{2\}$: $f'(x) = \dfrac{-2}{(x-2)^2}$، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.
4. اكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$.
5. بين أن النقطة $B(2;2)$ مركز تناظر لـ (C_f).
6. عين احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات.
7. أنشئ (T) و المستقيمات المقاربة ثم ارسم (C_f).