## الموضوع الأول

### التمرين الأول :

كيس يحتوي على 8 كرات منها 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرة واحدة بيضاء ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الكيس .

1ـأـأحسب عدد الحالات الممكنة .

بـاحسب الاحتمالات التالية :

$A$ـ 3 كرات من نفس اللون .

$B$– كرة على الأقل حمراء .

$C$- كرتين على الأكثر حمراء .

2 - نسمي $x$ المتغير العشوائي الذي يرفق عدد الألوان المحصل عليها .

أـماهي قيم $x$ ؟

بـأحسب الإحتمالات التالية : $P(x=1)$ ، $P(x=3)$ واستنتج : $P(x=2)$

جـأحسب الامل الرياضي ، التباين ثم الانحراف المعياري

### التمرين الثاني :

$(u_n)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=3$ و $u_{n+1}=\frac{2}{5}u_n+\frac{6}{5}$ .

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ يكون $u_n>2$ ثم استنتج أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة.

2) نعرف على $\mathbb{N}$ المتتالية $(v_n)$ كما يلي : $v_n=u_n+\alpha$ حيث $\alpha$ عدد حقيقي.

أ) عين قيمة $\alpha$ حتى تكون المتتالية $(v_n)$ هندسية.

ب) أوجد عندئذ عبارة $v_n$ بدلالة $n$ .

استنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$ .

3) نضع $\alpha=-2$ . أحسب بدلالة $n$ عبارة المجموع $S_n=v_0+v_1+.....+v_n$ .

4) نعرف على متتالية $\mathbb{N}$ المتتالية $(w_n)$ كما يلي : $w_n=lnv_n$ .

أكتب عبارة $w_n$ بدلالة $n$ واستنتج أن المتتالية $(w_n)$ حسابية.

5) نضع $P_n=v_0\times v_1\times.....\times v_n$ . أكتب عبارة $ln\,P_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج عبارة $P_n$ بدلالة $n$.

## التمرين الثالث:

**أولا :** $g$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-x+e^{x-2}$ .

1) أدرس تغيرات الدالة $g$ ( لا يطلب حساب النهايات).

2) استنتج إشارة $g(x)$ .

**ثانيا :** $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x-1+\frac{x}{e^{x-2}}$.وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ فإن: $f'(x)=\frac{g(x)}{e^{x-2}}$ .

ب) استنتج اتجاه تغيرات الدالة $f$ وانجز جدول تغيراتها.

ج) بين أن النقطة ذات الفاصلة 2 هي نقطة انعطاف للمنحني $(C_f)$.

3) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ وفسر النتيجة بيانيا.

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x-1$ .

4) أ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]1\,;\,0[$ .

ب) أوجد حصرا للعدد $\alpha$ سعته $10^{-1}$ .

ج) أثبت أن $2-\alpha=ln\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)$

5) بين أن للمنحني $(C_f)$ مماسا $(T)$ معامل توجيهه 1 واكتب معادلة $(T)$.

6) أنشئ $(\Delta)$ و $(T)$ و $(C_f)$.

7) أ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول $x$ التالية: $\frac{x}{e^{x-2}}=m+1.....(E)$ .

ب) بين أنه إذا قبلت المعادلة $(E)$ حلين $\beta$ و $\gamma$ فإن $\beta e^{\gamma}=\gamma e^{\beta}$ .

8) $h$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=(x-1)(1+e^{3-x})$

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ فإن $h(x)=f(x-1)+1$ .

ب) استنتج كيفية رسم $(C_h)$ منحني الدالة $h$ باستعمال المنحني $(C_f)$ ثم أرسم $(C_h)$.

## □الموضوع الثاني

### التمرين الأول :

نعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^n \end{cases}.$$

1) أحسب $u_1$ , $u_2$ , $u_3$.

2) نعرف في مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ المتتالية $(v_n)$ كما يلي : $v_n = u_n - \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

أحسب $v_0$ , $v_1$ , $v_2$ . أعط تخمينا لطبيعة المتتالية $(v_n)$.

3) بين أن المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $q = \frac{1}{4}$.

4) أوجد عبارة الحد العام $v_n$ بدلالة $n$ ثم عبارة $u_n$ بدلالة $n$.

5) نضع $S_n = v_0 + v_1 + ..... + v_n$. عين قيمة العدد الطبيعي $n$ حتى يكون $S_n = \frac{85}{64}$.

6) نضع $T_n = u_0 + u_1 + ..... + u_n$. بين أن $T_n = -\frac{4}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} - 4\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} + \frac{16}{3}$

### التمرين الثاني :

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O\ ,\vec{u}\ ,\vec{v}\right)$. الوحدة $1cm$.

نعتبر النقط $A$ , $B$ , $S$ , $\Omega$ التي لواحقها على الترتيب هي :

$z_A = -2+4i$ , $z_B = -4+2i$ , $z_S = -5+5i$ , $z_\Omega = -2+2i$

1) أوجد الشكل المثلثي لكل من $z_B \times z_A$ ; $z_\Omega \times z_S$.

2) ليكن $h$ التحاكي الذي مركزه النقطة $S$ ونسبته 3. نسمي $C$ و $D$ النقطتان بحيث $h(A) = C$ و $h(B) = D$.

أ) أوجد الكتابة المركبة لهذا التحاكي.

ب) بين أن لاحقة النقطة $C$ هي $z_C = 4+2i$ و لاحقة النقطة $D$ هي $z_D = -2-4i$

3) بين أن النقط $A$ , $B$ , $C$ , $D$ تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

4) أ) عين مجموعة النقط $M$ من المستوي التي لاحقتها $z$ والتي تحقق $|z+2-4i|=|z+4-2i|$.

ت) بين أن المستقيم $(S\Omega)$ هو محور القطعة المستقيمة $[AB]$.

5) لتكن $H$ منتصف القطعة المستقيمة $[AC]$. عين $Arg\left(\frac{z_\Omega - z_H}{z_D - z_B}\right)$ واستنتج قيسا للزاوية $\left(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{H\Omega}\right)$.

## التمرين الثالث :

I) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-1+\ln x$ .

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ .

ب- احسب $g'(x)$ من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ .ثم تحقق أن $g$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ .

ج- احسب $g(1)$ واستنتج إشارة الدالة $g$ .

II) لتكن $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$f(x)=x-\frac{\ln x}{x}$ وليكن $(C_f)$ منحناها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$ .

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

ب- بين أن : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ وذلك من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ ،ثم شكل جدول تغيرات $f$

2) ا- بين أن المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y=x$ هومقارب مائل للمنحنى $(C_f)$.

ب- بين أن $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تحديد إحداثياها .

3) ارسم $(\Delta)$ و $(C_f)$ .

4) $(u_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0=e \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$ من أجل كل عدد طبيعي $n$ .

أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1\le u_n\le e$ .

ب- ثم بين أن $(u)$ متناقصة تماما ، ثم احسب نهايتها .

# الموضوع الثالث

## التمرين الأول : تمرين شامل:

يحتوي كيس على 5 كرات حمراء $(R)$ و 3بيضاء $(B)$ و 2خضراء $(V)$ لا نعرف بينها عند اللمس .

**الحالة الأولى :** نسحب 3 كرات شوائيا ومرة واحدة .

أ) ما احتمال الحصول على الحوادث التالية

A: حادثة الحصول علة 3 كرات من نفس اللون.

B: حادثة الحصول على كرتين من نفس اللون

C: حادثة الحصول على الأقل على كرة حمراء

D: حادثة الحصول على الأكثر على كرتين حمراوين.

ب) كل كرة حمراء تحمل العدد $-5$ و كل كرة بيضاء تحمل الرقم 5 وكل كرة خضراء تحمل الرقم 10.

وليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع الاعداد الظاهرة على القريصات المسحوبة :

- ما هي القيم الممكنة لـ $X$
- أوجد قانون الإحتمال لـ $X$
- أوجد الأمل الرياضياتي لـ $X$
- أحسب التباين والا نحراف المعياري لـ $X$

**الحالة الثانية :** نسحب من هذا الكيس ثلاث كرات على التوالي بحيث نعيد الكرة المسحوبة إلى الكيس قبل السحب الموالي.

- شكل شجرة الاحتمال الموافقة لذلك

هو احتمال سحب :

- ثلاث كرات من نفس اللون.
- الكرة الأولى بيضاء.
- الكرات الثلاث مختلفة اللون.

**الحالة الثالثة :** نسحب في هذه الحالة كرتين على التوالي بحيث لا نعيد الكرة المسحوبة الى الكيس في السحب الموالي.

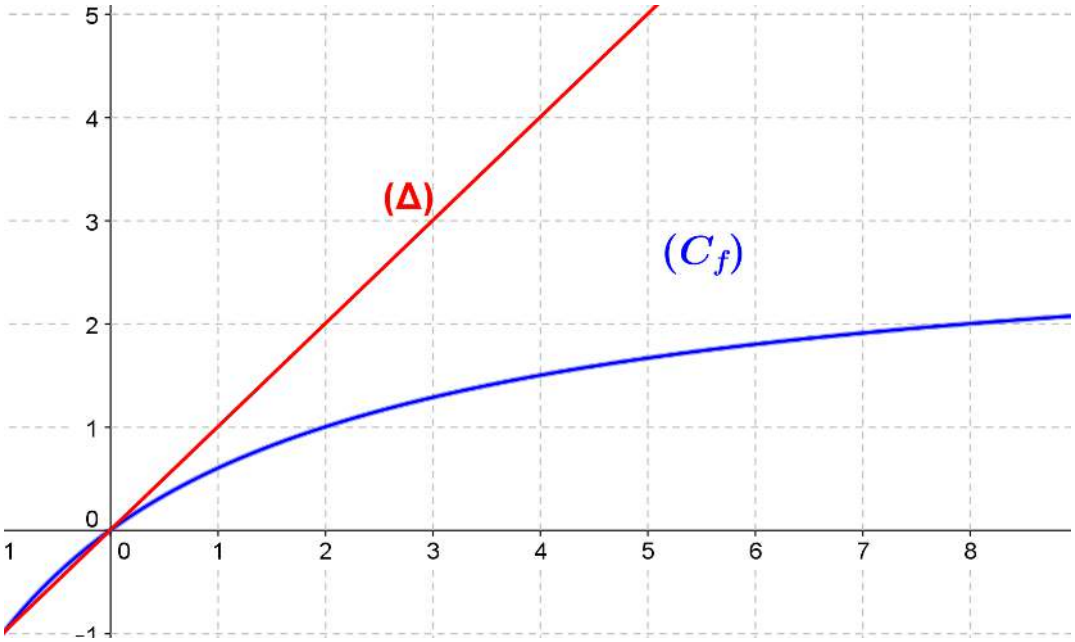
- شكل شجرة الاحتمال الموافقة لذلك.

وليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق في كل سحبة حسب ما يلي :

$X$ ياخذ القيمة 1 اذا كانت الكرتين من نفس اللون.
$X$ ياخذ القيمة 2 اذا تحصلنا على كرة خضراء فقط.
$X$ ياخذ القيمة 0 في الحالات المتبقية.
عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $X$ ثم الامل الرياضي $E(x)$
عين التباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي $X$ .

## التمرين الثاني :

$f$ دالة عددية معرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{3x}{x+4}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ . في الشكل المعطى رسمنا المنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=x$ .




$(u_n)$ متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=8$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}=f(u_n)$

**1)** أ) مثل على المحور $(Ox)$ الحدود $u_4;u_3;u_2;u_1;u_0$ موضحا خطوط الرسم .
**2)** ب) خمّن إتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ .
ج) هل المتتالية $(u_n)$ متقاربة ؟
**3)** أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن $u_n>0$ .
ب) بين أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما واستنتج أنها متقاربة.

4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} \le \frac{3}{4}u_n$ وأن $u_n \le 8\left(\frac{3}{4}\right)^n$ واستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

5) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n = \dfrac{1}{\frac{9}{8}\left(\frac{4}{3}\right)^n - 1}$ واحسب ثانية $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

6) لتكن $(v_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = 1 + \dfrac{\alpha}{u_n}$ . عين قيمة العدد الحقيقي $\alpha$ حتى تكون $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{4}{3}$ .

## التمرين الثالث :

1/ ليكن كثير الحدود $P(z)$ المعرف على $\mathbb{C}$ بـ: $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

أ/ أحسب $P(-1)$ .

ب/ عين العددين الحقيقيين $a$ و $b$ بحيث من أجل كل عدد مركب $z$ لدينا $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$

جـ/ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$

2/ في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، نعتبر النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $G$ صور الأعداد المركبة : $z_A = -1$ ، $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ ، $z_C = 2 - i\sqrt{3}$ و $z_G = 3$

أ/علم النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $G$ .

ب/ احسب $AB$ ، $BC$ و $AC$ . ثم استنتج طبيعة المثلث $ABC$ .

جـ/ عين عمدة للعدد المركب $\dfrac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث $GAC$ .

3/ لتكن $(E)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي بحيث :

$$\left(-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right).\overrightarrow{CG} = 12 \quad .....(1)$$

أ- بين أن $G$ هي مرجح للجملة المثقلة $\{(A;-1);(B;2);(C;2)\}$

ب- اثبت أن العلاقة $(1)$ تكافئ العلاقة : $\overrightarrow{GM}.\overrightarrow{CG} = -4$ .....(2)

جـ- تأكد أن النقطة $A$ تنتمي إلى المجموعة $(E)$

د- برهن أن العلاقة $(2)$ تحقق $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{GC} = 0$

هـ- استنتج طبيعة المجموعة $(E)$ ثم انشئها.

# الموضوع الرابع

## التمرين الأول :

1 – حل في مجموعة الأعداد المركبة $C$ المعادلة التالية : $\left(\bar{z}+\frac{-4+8i}{1+i}\right)\left(z^2-4z+20\right)=0$

2 – في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ ، نعتبر النقط $A$ ; $B$ و $C$ التي لواحقها على الترتيب

$z_A=2+4i$ ، $z_B=2-4i$ و $z_C=-2+6i$

أ) علم النقط $A$ ; $B$ و $C$ وأتمم الرسم عند مواصلتك لحل التمرين .

ب) أحسب اللاحقة $z_D$ للنقطة $D$ صورة النقطة $A$ بالتحاكي الذي مركزه $O$ و نسبته $-\frac{1}{2}$ .

ج) أكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر $S$ الذي مركزه النقطة $C$ ونسبته $\frac{3}{2}$ وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

د) بين أن صورة النقطة $A$ بالتشابه المباشر $S$ هي النقطة $E$ حيث $z_E=-5$ ،ثم استنتج نوع المثلث $ACE$

هـ) ما طبيعة الرباعي $ACED$ ؟

3 – لتكن $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ بحيث : $-\arg\left(\bar{z}+5\right)=\arg(z)+\frac{\pi}{2}+2\pi k \quad ; \quad k\in Z$

أ) تحقق أن $D\in(\Gamma)$

ب) حدد طبيعة المجموعة $(\Gamma)$.

## التمرين الثاني :

$f$ دالة معرفة على $R^*$ كما يلي : $f(x)=\frac{3xe^x-3x-4}{3\left(e^x-1\right)}$ ، وليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1 – أحسب نهايات الدالة $f$ عند حدود مجموعة تعريفها .

2 – عين العددين الحقيقيين $a$ , $b$ بحيث $f(x)=ax+\frac{b}{3\left(e^x-1\right)}$ من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم.

3 – أدرس تغيرات الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4 – أ) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند $+\infty$

ب) بين أن المستقيم $(\Delta')$ ذو المعادلة $y=x+\frac{4}{3}$ مقارب للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند $-\infty$.

ج) حدد الوضع النسبي للمنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة لكل من المستقيمين $(\Delta)$ و $(\Delta')$.

5 – بين أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما $\alpha$ و $\beta$ حيث :

$0.9\prec\alpha\prec0.91$ و $-1.66\prec\beta\prec-1.65$

6 – أ) بين أنه من أجل كل $x$ من $R^*$ فإن $f(-x)+f(x)=\frac{4}{3}$ قم فسر النتيجة هندسيا .

ب) أحسب $f(\ln 3)$ ثم استنتج $f(-\ln 3)$ .

7 – بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسين معامل توجيهه كل منهما 2 في نقطتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

8 – أرسم المستقيمين $(\Delta)$ و $(\Delta')$ ثم المنحنى $(C_f)$.

9 – نعتبر الدالة $F$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $F(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{4}{3}x-\frac{4}{3}\ln\left(e^x-1\right)$

أ) أحسب $F'(x)$

ب) استنتج إتجاه تغير الدالة $F$ على المجال $]0;+\infty[$ .

## التمرين الثالث

*I*) لتكن المتتالية $(U_n)$ المعرفة على $N$ كما يلي : $\begin{cases} U_0=\frac{1}{3} \\ U_{n+1}=\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{1+2U_n}\right) \end{cases}$

1/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ يكون : $0<U_n<1$

2/ أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ يكون : $U_{n+1}-U_n=\frac{2U_n(1-U_n)}{1+2U_n}$ ، ثم استنتج إتجاه تغير المتتالية $(U_n)$.

ب) بين أن المتتالية $(U_n)$ متقاربة . ثم أحسب نهايتها .

*II*) نعتبر المتتالية $(V_n)$ المعرفة على $N$ كما يلي : $V_n=\frac{U_n-1}{2U_n}$

1/ بين أن المتتالية $(V_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول $V_0$.

2/ أكتب كل من $V_n$ و $U_n$ بدلالة $n$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$ .

3/ أحسب المجموع $S_n$ بدلالة $n$ حيث : $S_n=V_0+3V_1+3^2V_2+\cdots+3^nV_n$ .

## التمرين الرابع

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O\ ,\vec{u}\ ,\vec{v}\right)$. الوحدة $1cm$.

نعتبر النقط $A\ ,\ B\ ,\ S\ ,\ \Omega$ التي لواحقها على الترتيب هي :

$z_A=-2+4i\ ,\ z_B=-4+2i\ ,\ z_S=-5+5i\ ,\ z_\Omega=-2+2i$

1) أوجد الشكل المثلثي لكل من $z_A\times z_B$ ; $z_S\times z_\Omega$.

2) ليكن $h$ التحاكي الذي مركزه النقطة $S$ ونسبته 3. نسمي $C$ و $D$ النقطتان بحيث $h(A)=C$ و $h(B)=D$.

أ) أوجد الكتابة المركبة لهذا التحاكي .

ب) بين أن لاحقة النقطة $C$ هي $z_C = 4+2i$ و لاحقة النقطة $D$ هي $z_D = -2-4i$

3) بين أن النقط $A$ , $B$ , $C$ , $D$ تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

4) أ) عين مجموعة النقط $M$ من المستوي التي لاحقتها $z$ والتي تحقق

$|z+2-4i| = |z+4-2i|$.

ت) بين أن المستقيم $(S\Omega)$ هو محور القطعة المستقيمة $[AB]$.

## التمرين الخامس

نعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^n \end{cases}$$

.

1) أحسب $u_1$ , $u_2$ , $u_3$.

2) نعرف في مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ المتتالية $(v_n)$ كما يلي : $v_n = u_n - \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

أحسب $v_0$ , $v_1$ , $v_2$ . أعط تخمينا لطبيعة المتتالية $(v_n)$.

3) بين أن المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $q = \frac{1}{4}$.

4) أوجد عبارة الحد العام $v_n$ بدلالة $n$ ثم عبارة $u_n$ بدلالة $n$.

5) نضع $S_n = v_0 + v_1 + ..... + v_n$. عين قيمة العدد الطبيعي $n$ حتى يكون $S_n = \frac{85}{64}$.

6) نضع $T_n = u_0 + u_1 + ..... + u_n$. بين أن $T_n = -\frac{4}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} - 4\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} + \frac{16}{3}$

## التمرين السادس

يحتوي كيس على 3 كرات حمراء و كرتين سوداوين. نرمز للكرة الحمراء بـ $R$ و الكرة السوداء بـ $N$

نسحب على التوالي و بدون إرجاع 3 كرات من الكيس و نعتبر أن جميع السحبات متساوية الاحتمال .

**1)** أحسب احتمال الحادثة: $A$ "الكرة الأولى المسحوبة حمراء".

**2)** أحسب احتمال الحادثة: $B$ "الكرة الأولى المسحوبة حمراء و الكرتين الثانية و الثالثة سوداء".

**3)** أحسب احتمال الحادثة $C$ "الكرة الأولى المسحوبة سوداء علما أن الأولى و الثانية حمراوين".

**4)** أحسب احتمال الحادثة $D$ "الكرة الأولى المسحوبة سوداء علما أن الأولى و الثانية حمراوين".

## التمرين السابع

**الجزء الأول :** لتكن $g$ الدالة المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x+2\ln x$

1) أدرس تغيرات الدالة $g$ .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0.70<\alpha<0.71$

3) استنتج إشارة $g(x)$ عندما يتغير $x$ في المجال $]0,+\infty[$ .

**الجزء الثاني :**

نعرف الدالة العددية $f$ على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x-1+(\ln x)^2$

نسمي $(\mathcal{C}_f)$ المنحني الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف .

2) أحسب عبارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ و شكل جدول تغيراتها .

3) حل في المجال $]0,+\infty[$ المعادلة $f(x)=x$ ثم استنتج عدد نقط تقاطع المنحني $(\mathcal{C}_f)$ مع المستقيم $(\Delta)$ المنصف الأول ذي المعادلة $y=x$ .

4) استنتج الوضعية النسبية للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المنصف الأول .

5) أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1.

6) اثبت أن $f(\alpha)=\dfrac{\alpha^2+4\alpha-4}{4}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ . حيث $\alpha$ هو حل المعادلة $g(x)=0$

7) أحسب $f(0.49)\times f(0.48)$ ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني $(\mathcal{C}_f)$. ثم أرسم $(T)$ ، $(\Delta)$ و $(\mathcal{C}_f)$.

8) لتكن الدالة $H$ المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $H(x)=x(\ln x)^2-2x\ln x+2x$

أ) أحسب $H'(x)$

9) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي $x$ التالية : $(\ln x)^2-1-m=0$