تمارين المتتاليات العددية في البكالوريا

شعبة : تسيير و إقتصاد

التمرين [1] [باك 2008][م1] [4 ن]

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي : $u_0=\alpha \quad (\alpha \in \mathbb{R})$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n-\frac{8}{9}$.

1) برهن بالتراجع أنه في حالة $\alpha=-\frac{8}{3}$ تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

2) في كل مايلي : $\alpha=2$ ، و نعرّف المتتالية العددية (v_n) كمايلي : $v_n=u_n+\frac{8}{3}$

أ- أحسب u_1 و u_2 .

ب- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدّها الأول v_0 .

جـ- أكتب عبارة u_n بدلالة n . و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين [2] [باك 2008][م2] [5ن]

المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي: $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-1$.

1) أحسب u_1 ، u_2 و u_3.

2) أ- أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -2$.

ب- جد إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج ؟

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n=u_n+2$.

أ- بيّن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية .

ب- عبّر بدلالة n عن الحد العام v_n ثم u_n .

جـ - أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

د- أحسب ، بدلالة n ، المجموع S_n حيث : $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$.

التمرين [3] [باك 2009][م1] [4ن]

1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=-1$ و من أجل كل عدد طبيعي n يكون $3u_{n+1}=u_n+4$.

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، يكون $u_n \leq 2$.

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة .

جـ- إستنتج مع التبرير أن المتتالية (u_n) متقاربة .

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n-2$.

أ- بيّن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول وأساسها.

ب- أكتب الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج الحد العام u_n بدلالة n .

جـ- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين [4] [باك 2009][م2] [4 ن]

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ: $u_0=-1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=3u_n-2$.

1) أحسب u_1 و u_2 .

2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_n=u_n-1$.

أ ـ أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول v_0.

بـ ـ أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

3) بيّن أنه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=(-4)\times 3^n$ ، ثم إستنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

4) عيّن العدد الطبيعي n بحيث يكون : $u_0+u_1+...+u_n=n-79$.

التمرين [5] [باك 2010][م1] [4 ن]

1) n عدد طبيعي ، أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=1+e+e^2+e^3+...+e^n$

(S_n مجموع حدود متتالية هندسية أساسها e و حدها الأول 1 ، و e يرمز إلى أساس اللوغاريتم النيبيري).

2) لتكن المتتالية العددية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n=2n+4+e^n$.

بيّن أن: $w_n=u_n+v_n$ ، حيث (u_n) متتالية حسابية و (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين الحد الأول و الأساس لكل منهما.

3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن :

$$4+6+8+...+(2n+4)=(n+1)(n+4)$$

4) إستنتج المجموع S'_n بدلالة n حيث : $S'_n=w_0+w_1+...+w_n$.

التمرين [6] [باك 2010][م2] [6ن]

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{3u_n+2}{4}$.

1) أحسب u_1 ، u_2 و u_3.

2) أ ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n<2$.

بـ ـ بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

جـ ـ إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=u_n-2$.

أ ـ بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

بـ ـ أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=2-\left(\dfrac{3}{4}\right)^n$.

جـ ـ ماهي نهاية المتتالية (u_n) ؟

4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ ، و استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_0+u_1+...+u_n=3\left(\frac{3}{4}\right)^n+2n-2$$

التمرين [7] [باك 2011][م2] [5,5ن]

لتكن المتتالية العددية (u_n) حيث: $u_0 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + \frac{1}{5}$.

1) أحسب u_1 و u_2 .

2) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > \frac{1}{3}$.

3) بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة .

4) لتكن المتتالية العددية (v_n) حيث من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - \frac{1}{3}$.

أ- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب- أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n .

جـ- أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين [8] [باك 2012][م1] [5ن]

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{9}$.

1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > \frac{2}{3}$.

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة .

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n - \frac{2}{3}$.

أ- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية ، يطلب تحديد أساسها وحدّها الأول .

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2\right]$.

جـ- ماهي نهاية المتتالية (u_n) ؟

3) أحسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

التمرين [9] [باك 2012][م2] [5ن]

في بداية جانفي 2008 وضع شخص مبلغا من المال قدره $50000DA$ في صندوق التوفير والإحتياط .

يقدم الصندوق فائدة قدرها 5% سنويا.

يسحب هذا الشخص نهاية كل سنة مبلغا قدره $5000DA$ (بعد حساب الفوائد).

يرمز u_n إلى المبلغ الذي يملكه هذا الشخص في حسابه بداية جانفي من السنة $2008 + n$.

1) أ- أحسب كلا من u_0, u_1 و u_2.

ب- هل المتتالية (u_n) هندسية ؟ هل هي حسابية ؟ برّر إجابتك .

جـ- بيّن لماذا من أجل كل عدد طبيعي n لدينا ، $u_{n+1} = 1,05u_n - 5000$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 100000$.

أ- بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية ،حدّد أساسها وحدّها الأول .

ب- أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -50000 \times (1,05)^n + 100000$.

3) أ

نة؟

التمرين [10] [باك 2013][م1] [5ن]

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \left(\frac{2a+1}{3}\right)u_n - \frac{2a+4}{3}$،

حيث a وسيط حقيقي.

1) عيّن قيمة a من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2) نفرض $a \neq \frac{5}{2}$. عيّن قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) حسابية، ثم أحسب عندئذ u_n و مجموع n حدا الأولى من المتتالية (u_n).

3) عيّن قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) هندسية، ثم عيّن في هذه الحالة كلا من u_{50} و مجموع 50 حدا الأولى منها.

4) نفرض $a = 4$. برهن بالتراجع أنه، من أجل كل عدد طبيعي n، فإن: $u_n = 3^n + 2$، ثم بيّن أن:

$$u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n = \frac{1}{2}\left(3^{n+1} + 4n + 3\right)$$

التمرين [11] [باك 2013][م2] [4ن]

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 6$ و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 6$.

1) أ- أحسب الحدود: u_1, u_2, u_3 و u_4.

ب- هل المتتالية (u_n) رتيبة على $\mathbb{N}$؟ برّر إجابتك.

2) أ- بيّن أنه، من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} - 4 = -\frac{1}{2}(u_n - 4)$.

ب- استنتج أن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n - 4$ هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

جـ- أكتب v_n، ثم u_n بدلالة n.

د- بيّن أن (u_n) متقاربة.

3) باستعمال عبارة u_n، تأكد ثانية من نتيجة السؤال 1)بـ-.

التمرين [12] [باك 2014][م2] [4,5ن]

المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 1$.

1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n > -3$

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

جـ- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

2) لتكن (v_n) متتالية هندسية متقاربة أساسها q حيث: $v_0 = 6$ و $\lim\limits_{n\to\infty}(v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_n) = 18$

أ- بيّن أن: $\lim\limits_{n\to\infty}(v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_n) = \frac{v_0}{1-q}$.

ب- أحسب الأساس q ثم عيّن عبارة الحد العام v_n بدلالة n.

جـ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n = v_n - 3$ و استنتج عبارة u_n بدلالة n.

التمرين [13] [باك 2015][م1] [ن6]

بيّنت دراسة أن 5% من عمال إحدى القطاعات الصناعية يحالون على التقاعد سنويا و بالمقابل يُوظف 3000 عامل سنويا .
علما أن سنة 2012 كان عدد العمال 50000 .
نعتبر الألف هو الوحدة و نرمز بـ : u_n لعدد العمال سنة $2012+n$ أي $u_0=50$.

1) أحسب u_1 و u_2.

2) أ ـ بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=0,95u_n+3$.
ب ـ بيّن أن المتتالية (u_n) ليست حسابية و ليست هندسية .

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=60-u_n$.
أ ـ بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول .
ب ـ أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n .
جـ ـ قدّر عدد العمال سنة 2017 .
د ـ حدّد إتجاه تغير المتتالية (u_n) .
ه ـ أحسب نهاية المتتالية (u_n) . هل يمكن أن يصل عدد عمال المصنع إلى 60000 عامل ؟

التمرين [14] [باك 2016][م1][ن4,5]

(v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة و معرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $v_0=18$ و العلاقة : $v_0+v_1+v_2=38$.

1) بيّن أن أساس المتتالية (v_n) هو $q=\frac{2}{3}$.

2) أ ـ أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .
ب ـ أدرس اتجاه تغيّر المتتالية (v_n) .
جـ ـ أحسب نهاية (v_n) .

3) نضع : $S_n=v_0+v_1+v_2+...+v_{n-1}$
أ ـ أحسب S_n بدلالة n ، ثم استنتج نهاية S_n عندما n يؤول إلى $+\infty$.
ب ـ جد العدد الطبيعي n بحيث $S_n=\frac{3510}{81}$.

التمرين [15] [باك 2016][م2] [ن5]

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=5$ و $u_{n+1}=\frac{4}{7}u_n+\frac{3}{7}$.

1) أحسب u_1 و u_2.

2) أ ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n>1$.
ب ـ بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما .
جـ ـ ماذا تستنتج بالنسبة لتقارب المتتالية (u_n) ؟

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=u_n-1$.
أ ـ بيّن أن (v_n) متتالية هندسية معيّنا أساسها وحدّها الأول .
ب ـ أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=1+4\left(\frac{4}{7}\right)^n$.

التمرين [16] [باك 2017] [م1] [ن4]

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=-1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2$.

1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<3$.

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ، ثم استنتج أنها متقاربة .

2) (v_n) المتتالية المعرفة بـ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=3-u_n$.

أ- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ ، ثم عيّن حدها الأول .

ب- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

بيّن أن : من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=3(n-1)+2\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

التمرين [17] [باك 2017] [م2] [ن4]

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول $u_0=2$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=3u_n-2$.

1) أحسب u_1, u_2 و u_3 ، ثم خمّن إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=u_{n+1}-u_n$.

أ- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 3 يطلب تعيين حدها الأول .

ب- عيّن v_n بدلالة n ، ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة .

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $S_n=v_0+v_1+v_2+...+v_{n-1}$.

أ- أحسب S_n بدلالة n .

ب- بيّن أن : من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=S_n+u_0$ و استنتج عبارة u_n بدلالة n .

التمرين [18] [باك 2017] [الدورة الإستثنائية] [م1] [ن4]

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0=-2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+1$.

1) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n<2$.

ب- عيّن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ،ثم إستنتج أنها متقاربة .

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=2u_n-4$.

أ- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n .

3) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$.

التمرين [19] [باك 2017] [الدورة الإستثنائية] [م2] [ن5]

نعتبر المتتالية الهندسية (v_n) ذات الأساس e^2 و الحد الأول v_0 حيث $v_0=1$. (e يرمز إلى أساس اللوغاريتم النيبيري)

1) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=v_0+v_1+...+v_n$.

2) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (w_n) المعرّفتين كما يلي :

من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n=2n+4+e^{2n}$ و $u_n=w_n-v_n$.

بيّن (u_n) متتالية حسابية ، يطلب تعيين أساسها r و حدها الأول u_0 .

3) د

التمرين [20] [باك 2018][م1][ن4]

I) لتكن المتتاليتان العدديتان (u_n) و (v_n) المعرّفتان كما يلي :

$u_0 = 50$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 0,7u_n + 6$ و $v_n = u_n - 20$

1) برهن أن (v_n) هندسية أساسها $0,7$ يطلب تعيين حدّها الأول v_0 ، و كتابة عبارة v_n بدلالة n .

2) أ- أكتب بدلالة n عبارة الحد العام u_n.

ب- عيّن إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

II) تملك جريدة يومية 5000 مشترك سنة 2016 . بعد كل سنة تفقد 30% من المشتركين و تكتسب 600 مشترك جديد .

نعتبر المئة هي الوحدة ، و نرمز بـ u_n لعدد المشتركين سنة $2016+n$ أي $u_0 = 50$

1) ما هو عدد المشتركين في سنة 2017 ؟ ثم في سنة 2018 ؟

2) أ- برّر العبارة: $u_{n+1} = 0,7u_n + 6$.

ب- إبتداءا من أي سنة يصبح عدد المشتركين أقل من 2400 مشترك ؟

التمرين [21] [باك 2018][م2][ن4]

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $2u_{n+1} = u_n + 6$.

1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 6$.

ب- أدرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة .

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 6$.

أ- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدّها الأول v_0 .

ب- أكتب v_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3) أحسب بدلالة n ما يلي : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$ و $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times ... \times v_n$.

التمرين [22] [باك 2019][م1][ن4]

المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ : $u_0 = -4$ و من أجل كل عدد طبيعي n يكون $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 2$.

1) أ- أحسب كلا من u_1 و u_2 .

ب- برهن بالتراجع أنه : من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 8$.

2) أدرس إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة .

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n = u_n - \alpha$

أ- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - \frac{1}{4}\alpha + 2$

ب- عيّن قيمة α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ ، يطلب تعيين حدّها الأول v_0 .

جـ- نضع $\alpha = 8$ ، عبّر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -12 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n + 8$.

4) أحسب المجموع S_n بدلالة n حيث : $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$.

التمرين [23] [باك 2019][م2][ن4]

(u_n) المتتالية الحسابية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_2 + 2u_5 = 27 \\ u_1 = \dfrac{9}{2} \end{cases}$.

1) أحسب حدّها الأول u_0 و أساسها r .

2) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

3) بيّن أن العدد 2019 حد من حدود المتتالية (u_n) ، ثم أحسب كلا من المجموعين S_1 و S_2 حيث :

$S_1 = u_1 + u_2 + u_3 + ... + u_{1344}$ و $S_2 = u_2 + u_4 + u_6 + ... + u_{1344}$

- استنتج حساب المجموع S_3 حيث : $S_3 = u_1 + u_3 + u_5 + ... + u_{1343}$

4) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = e^{6-2u_n}$

أحسب المجموع $S_n = \dfrac{1}{v_0} + \dfrac{1}{v_1} + \dfrac{1}{v_2} + ... + \dfrac{1}{v_n}$.

التمرين [24] [باك 2020][م1][ن4]

يتقاضى موظف خلال 2019 راتبا شهريا ثابتا يقدّر بـ $70000\,DA$ ، في شهر جانفي استهلك منه 80% و ابتداءا من شهر فيفري قرر تخفيض مبلغ الإستهلاك شهريا بنسبة 5% من المبلغ المستهلك في الشهر الذي قبله .

1) أ- ما هو المبلغ المستهلك في شهر جانفي ؟

ب- حدّد المبلغ المستهلك في شهر فيفري .

2) نضع u_1 المبلغ المستهلك في شهر جانفي و u_n المبلغ المستهلك في الشهر n حيث عدد طبيعي غير معدوم n .

عبّر عن u_{n+1} بدلالة u_n ، و استنتج أن (u_n) متتالية هندسية أساسها 0.95 .

3) أكتب عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n .

4) أ- أحسب المبلغ المستهلك خلال سنة 2019 .

ب- أوجد المبلغ المدّخر خلال هذه السنة .

التمرين [25] [باك 2020][م1][ن4]

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـحدّها الأول $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \dfrac{2}{3}u_n + \dfrac{3}{2}$.

1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < \dfrac{9}{2}$.

ب- أدرس إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة .

2) نضع : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - \dfrac{9}{2}$.

أ- بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{2}{3}$ يُطلب حساب حدّها الأول v_0 .

ب- عبّر عن v_n بدلالة n ، ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

أحسب S_n بدلالة n .

التمرين [26] [باك 2020][م2][ن4]

المتتالية الهندسية (v_n) حدّها الأول v_0 و أساسها q موجبان تماما و $\begin{cases}\ln v_5+\ln v_3=8\ln 2\\ \ln v_5-\ln v_3=2\ln 2\end{cases}$.

1) بيّن أن $v_5=32$ و $v_3=8$.

2) أ- بيّن أن : $q=2$ و $v_0=1$.

ب- أكتب v_n بدلالة n .

جـ- هل العدد 1024 حد من حدود المتتالية (v_n) ؟

3) المتتالية (w_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $w_n=2n-3+2^n$.

أ- تحقق : $w_n=u_n+v_n$.

ب- من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S_n=w_0+w_2+....+w_n$.

بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=(n+1)(n-3)+2^{n+1}-1$.

التمرين [27] [باك 2020][م2][ن4]

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول $u_0=5$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{5}{7}u_n+\frac{6}{7}$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n>3$.

2) أدرس إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة .

3) المتتالية العددية (v_n) معرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=u_n-3$.

أ- بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأول .

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n .

جـ- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=2\left(\frac{5}{7}\right)^n+3$ و أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

4) عيّن أصغر قيمة للعدد الطبيعي n التي يكون من أجلها : $u_n<\frac{7}{2}$.

