ثانوية : **السنة الدراسية : 2027/2026**

المستوى : ثانية تر+ ع ت **فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات** **المدة :**

التمرين الأول : P كثير حدود معرف بـ : $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$

1) تحقق من أن (-1) جذر لـ $P(x)$.

2) جد كثير الحدود Q حيث : $P(x) = (x+1)Q(x)$.

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$.

4) أدرس إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$ ، ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x) > 0$ في $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني : 1) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x) = x^2 - 4x + 3$

أ) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $f(x) = (x-2)^2 - 1$

ب) فكك الدالة f إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما .

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty; 2]$ و $[2; +\infty[$.

د) بين أن : $x = 1$ معادلة لمحور تناظر لمنحنى الدالة f .

2) (C_f) التمثيل البياني للدالة f في م٠م٠م $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

أ) إشرح كيفية انشاء (C_f) إنطلاقا من التمثيل الباني للدالة " مربع " ثم أنشئه في م٠م٠م $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

ب) أنشئ (C_h) و (C_g) مع شرح التمثيلات البيانية للدوال المعرفة على الترتيب بـــ :

$\boldsymbol{h(x) = |f(x)|}$ ثم $\boldsymbol{g(x) = -f(x)}$.

3) f و g دالتان متناقصتان تماما على I ، تحققان من أجل كل x من I : $f(x) > 0$ و $g(x) > 0$

- أثبت أن الدالة $f \times g$ متناقصة تماما على I .

الحل المفصل :

التمرين الأول :

1. التحقق من أن (-1) جذر لـ $P(x)$: $P(-1)=(-1)^3-4(-1)^2-1+6=-1-4+5=0$ . . . . (1ن)

2. إيجاد كثير الحدود Q : لدينا $P(x)=(x+1)(ax^2+bx+c)$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية.. . . . (2ن)

ومنه $P(x)=ax^3+(a+b)x^2+(b+c)x+c$ ، بالمطابقة نجد $\begin{cases} a=1 \\ a+b=-4 \\ b+c=1 \\ c=6 \end{cases}$ أي $\begin{cases} a=1 \\ b=-5 \\ c=6 \end{cases}$ وعليه $Q(x)=x^2-5x+6$.

3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$ . . . . . (2ن)

لدينا $P(x)=0$ تكافئ $(x+1)(x^2-5x+6)=0$ أي $x=-1$ أو $x^2-5x+6=0\ldots(1)$

لحل المعادلة (1) نحسب المميز Δ : $\Delta=(-5)^2-4(1)(6)=1>0$ ، ومنه للمعادلة (1) حلان مختلفان هما : $x_1=\frac{5+\sqrt{1}}{2}=3$ و $x_2=\frac{5-\sqrt{1}}{2}=2$

ومنه مجموعة الحلول هي : $S=\{-1;2;3\}$.

4. دراسة إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$ ، ثم استنتاج حلول المتراجحة $P(x)>0$ في $\mathbb{R}$: . . . (1+2ن)

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$Q(x)$		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

مجموعة حلول المتراجحة هي : $S=]-1;2[\cup]3;+\infty[$.

التمرين الثاني :

1. أ. من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $f(x)=x^2-4x+3=x^2-4x+4-1=(x-2)^2-1$ . . . . (2ن)

ب. تفكيك الدالة f : من أجل كل x م.ن $\mathbb{R}$ لدينا $f(x)=(v\circ u)(x)$ مع u و v دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ : $u(x)=x-2$ و $v(x)=x^2-1$ على الترتيب. . . . . (2ن)

ج. استنتاج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]2;+\infty[$ و $]-\infty;2[$ . . . . . (1.5+1.5ن) نضع $I_2=[2;+\infty[$ و $I_1=]-\infty;2]$.

لدينا الدالة u متزايدة تماما على كل من المجالين I_1 و I_2 ، والدالة v متناقصة تماما على I_1 ومتزايدة تماما على I_2 .

ومنه فإن الدالة f $(f=v\circ u)$ متناقصة تماما على I_1 ومتزايدة تماما على I_2 .

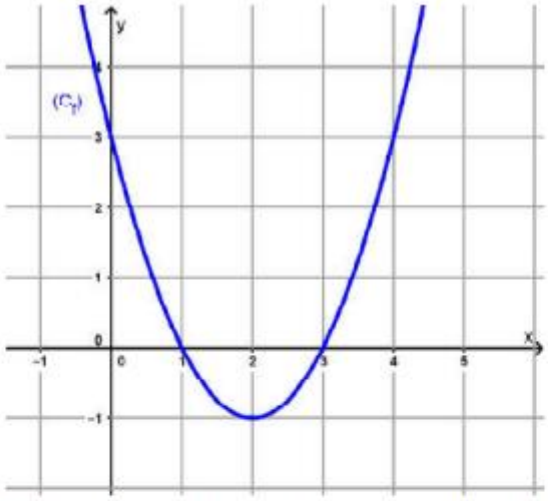
د. إثبات أن $x=1$ معادلة لمحور تناظر لمنحنى الدالة f . (علوم تجريبية 1 ن)

2. أ. (C_f) هو صورة التمثيل البياني للدالة مربع بإنسحاب شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ . . . . . (0.5ن)

3. ليكن x_1 و x_2 عددين من المجال I بحيث $x_1<x_2$ ، لدينا f و g متناقصتان تماما على I إذن $f(x_2)<f(x_1)$ و $g(x_2)<g(x_1)$ ،

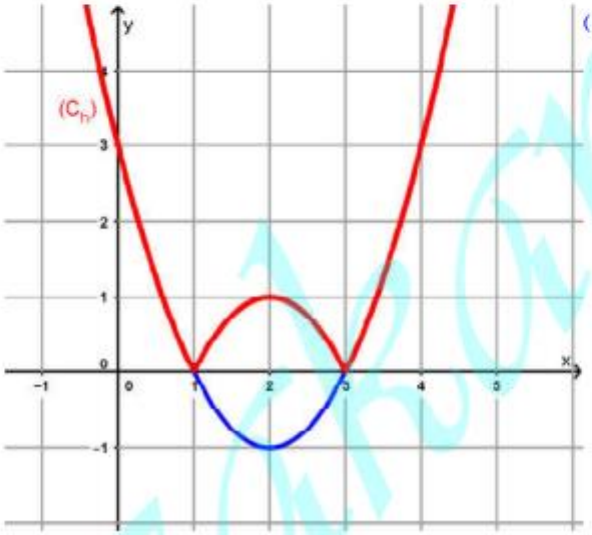
ومن كون $f(x_1)>0$ ، $g(x_1)>0$ و $f(x_2)>0$ ، $g(x_2)>0$ فإن $f(x_2)\times g(x_2)<f(x_1)\times g(x_1)$ وهذا يعني أن الدالة $f\times g$ متناقصة تماما على I ..... (تقني رياضي 1 ن)

أ/ إنشاء (C_f) : . . . . (1.5 ن)



ب/ $h(x)=|f(x)|$: (C_h) منطبق على (C_f) لما : $x\in]-\infty;1]\cup[3;+\infty[$ ، (C_h) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل لما : $x\in[1;3]$

(علوم تجريبية 2ن) (تقني رياضي 1.5 ن)



ـ $g(x)=-f(x)$: (C_g) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل

(علوم تجريبية 2ن) (تقني رياضي 1.5 ن)

