

الخصية	تحليل	التاريخ	سبتمبر 2015
المحور	النهايات والإستمرار	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	إستمرارية دالة	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	استمرار دالة عند قيمة و على مجال	المعارف المكتسبة	حساب النهاية التمثيل البياني لدالة
الوسائل البداغوجية	السبورة + المسطرة	المراجع	الكتاب المدرسي

الزمن	مراحل الدرس	سير الدرس
-------	-------------	-----------

	<p>نشاط 1: دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x-1$</p> <p>1- عبر عن $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة</p> <p>2- مثل بيانيا في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ منحنى الدالة f</p> <p>3- أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ و $f(1)$</p> <p>4- ماذا تستنتج بالنسبة لمنحنى الدالة f عند $x_0 = 1$ (مستمر أو متقطع)</p>	نشاط إستكشافي
--	--	---------------

	1/ استمرارية الدالة عند قيمة:	صياغة الكفاءة
--	--------------------------------------	---------------

	<p>تعريف: دالة معرفة مجال مفتوح يشمل القيمة x_0 القول أن f مستمرة عند x_0 معناه:</p> $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$	
--	---	--

	<p>مثال:</p> <p>لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = -2x^2 + 3x + 1$</p> <p>أدرس استمرارية الدالة f عند 1.</p>	
--	---	--

	<p>الحل:</p> <p>$f(1) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$</p>	
--	---	--

	<p>بما أن $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ فإن الدالة f مستمرة عند 1.</p> <p>تمرين تطبيقي: لتكن f الدالة المعرفة بـ:</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & ; x \neq 2 \\ f(2) = 4 \end{cases}$	
--	--	--

	<p>أدرس استمرارية الدالة f عند 2.</p>	
--	--	--

	<p>الحل: الدالة معرفة على \mathbb{R}، $f(2) = 4$</p>	
--	---	--

	<p>حساب $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$: $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4) = 0$</p>	
--	--	--

	<p>من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 2 : لدينا: $f(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2}$ أي $f(x) = x+2$</p>	
--	---	--

	<p>$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 4$ ومنه $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$</p>	
--	--	--

	<p>بما أن $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ فإن الدالة f مستمرة عند 2</p>	
--	--	--

	2/ استمرارية الدالة عند يمين او يسار قيمة:	
--	---	--

	<p>تعريف: دالة معرفة على مجال من الشكل $[x_0; +\infty[$</p> <p>القول أن f مستمرة من يمين x_0 معناه: $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$</p>	
--	---	--

	<p>تعريف: دالة معرفة على مجال من الشكل $]-\infty; x_0]$</p> <p>القول أن f مستمرة من يسار x_0 معناه: $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$</p>	
--	---	--

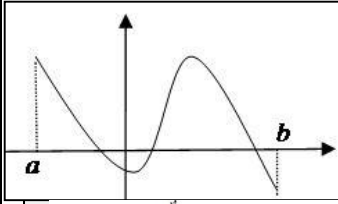
	<p>مثال: نعتبر الدالة f المعرفة بـ:</p> $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & ; x \in]-2; 1[\\ x-1 & ; x \in [1; 4[\end{cases}$	
--	--	--

	أدرس استمرار الدالة f عند القيمة 1	
--	--------------------------------------	--

4/ استمرارية دالة على مجال:

تعريف: f دالة معرفة مجال I

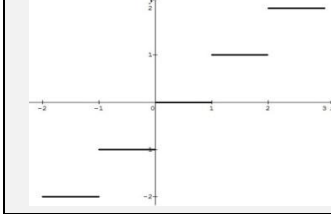
القول أن f مستمرة على المجال I إذا كانت مستمرة عند كل قيمة من المجال I



التفسير الهندسي:

(C_f) المنحنى البياني للدالة f في معلم (O; \vec{i} ; \vec{j}) تكون f مستمرة على المجال عندما يمكن رسم (C_f) دون رفع القلم

مثال: - دالة الجزء الصحيح-



تعريف: نسمي الدالة جزء الصحيح

المعرفة على \mathbb{R} والتي ترفق بكل

عدد حقيقي x العدد الصحيح n حيث:

$$n \leq x \leq n+1 \text{ ونرمز لها بـ } [x] \text{ أو } E(x)$$

دالة الجزء الصحيح ليست مستمرة على \mathbb{R} لأنه لا يمكن رسم منحنيا البياني دون رفع القلم. ولكنها مستمرة على المجالات $[n; n+1[$ حيث n عدد صحيح.

5/ النظريات على الاستمرار:

f, g دالتان مستمرتان على المجال I. و α عدد حقيقي غير معدوم

1- الدالة f + g مستمرة على I

2- الدالة f x g مستمرة على I

3- الدالة $\alpha \times f$ مستمرة على I

4- الدالة $\frac{f}{g}$, $\frac{1}{g}$ مستمرة على I من أجل كل x من I : $g(x) \neq 0$

نتائج:

1- كل دالة كثير حدود مستمرة على \mathbb{R}

2- كل دالة ناطقة مستمرة على مجال تعريفها

3- الدالة الجذر التربيعي مستمرة على مجال تعريفها

4- الدالتين $x \mapsto \sin x$ و $x \mapsto \cos x$ مستمرتين على \mathbb{R}

5- إذا كانت f مستمرة عند a و g مستمرة عند f(a), فإن الدالة g o f مستمرة عند a

مرحلة التقييم و
الإستثمار

تطبيق 1: f دالة معرفة على \mathbb{R} بالعلاقة: $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \sqrt{|x|} & ; x \in \mathbb{R} - \{0\} \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$

1- أدرس استمرار f عند 0

2- هل f مستمرة على مجال تعريفها

تطبيق 2: نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; 2[$ كما يلي : $f(x) = x + 1 + E(x)$ حيث

$E(x) \mapsto x$ هي الدالة الجزء الصحيح

1- أكتب حسب قيم x عبارة f(x) بدون الرمز E(x)

2- أرسم المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس

3- هل الدالة f مستمرة على المجال $[0; 2[$ ؟

مستمرة. f عين المجالات التي تكون فيها

تمرين تطبيقي: نعتبر الدالة f المعرفة على المجال \mathbb{R} بـ : $f(x) = (-2x^2 + 3x + 1) \sin x$

بين أن الدالة f مستمرة على \mathbb{R} .

الحل: الدالتان $x \mapsto -2x^2 + 3x + 1$ و $x \mapsto \sin x$ مستمرتان على \mathbb{R} .

الدالة f هي جداء دالتين مستمرتين على \mathbb{R} فهي مستمرة على \mathbb{R} .