الحصة	تحليل	رقم المذكرة	01
المحور	النهايات والإستمرار	القسم	3علوم تجريبية
سير الدرس	مراحل الدرس		الزمن

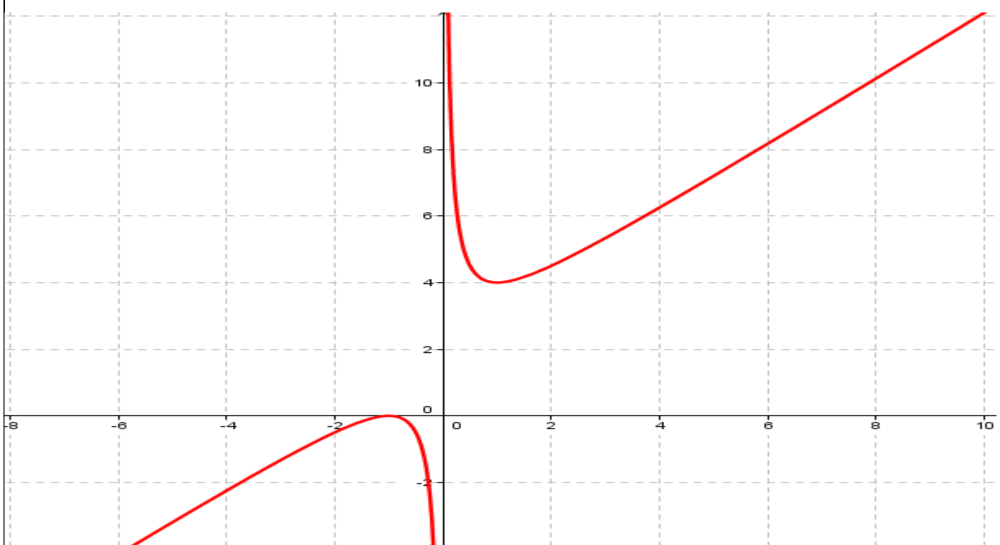
نشاط1:

❖ لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\frac{1}{x}+2$

-1 أنشئ (C_f) و المستقيم $y=2$.

-2 ضع تخمينا حول نهاية الدالة f في جوار $+\infty$ وفسر النتيجة هندسيا .

❖ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x)=f(x)+x$ وليكن (C_g) تمثيلها البياني الممثل في الشكل المقابل :



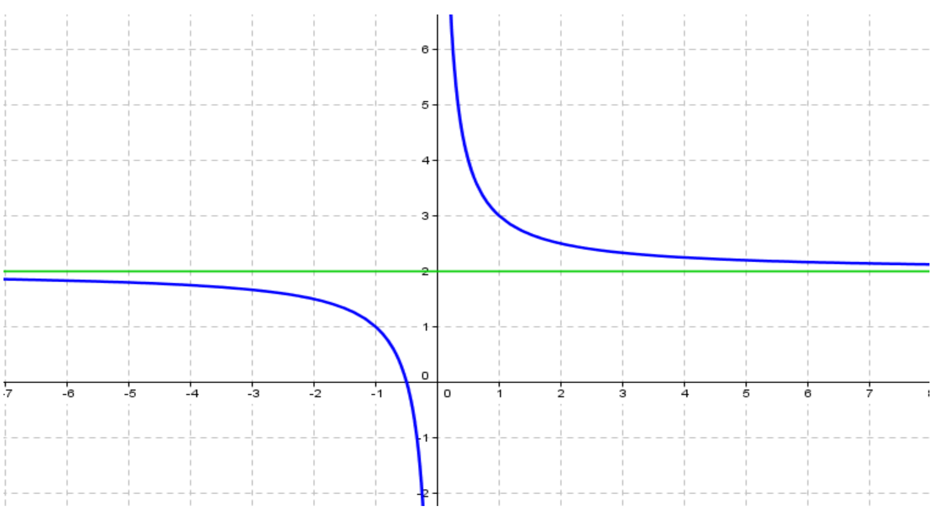
-1 ضع تخمينا بصدد وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_g) .

-2 بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x+2$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_g) عند $+\infty$.

-3 أدرس وضعية (C_g) بالنسبة إلى (D) .

حل النشاط 1 :

1-التمثيل البياني لـ : f و لـ : $y=2$:



2-التخمين حول نهاية الدالة f في جوار $+\infty$:

يمكن تخمين أن الدالة تؤول نهايتها الى $+\infty$ في جوار $+\infty$ وأن المستقيم $y = 2$ مقارب بجوار $+\infty$.

1-من التمثيل البياني للدالة g :

نلاحظ أن المنحنى (C_g) يقترب من مستقيم من أجل قيم لـ x كبيرة بالقدر الكافي ومنه نخمن وجود مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$.

2- نبين أن المستقيم $y = x + 2$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_g) عند $+\infty$:

نحسب نهاية الفرق بجوار $+\infty$ ويجب ان نجد النتيجة 0 .

$\lim\limits_{x \to +\infty} [g(x) - (x + 2)] = \lim\limits_{x \to +\infty} \left[\frac{1}{x}\right] = 0$ ومنه أن المستقيم $y = x + 2$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_g) .

3-أدرس وضعية (C_g) بالنسبة إلى (D) : (ندرس اشارة الفرق)

$[g(x) - (x + 2)] = \frac{1}{x}$ ومنه :

- لدينا : $[g(x) - (x + 2)] < 0$ فإن (C_f) يقع تحت (D) .
- لدينا : $[g(x) - (x + 2)] > 0$ فإن (C_f) يقع فوق (D) .

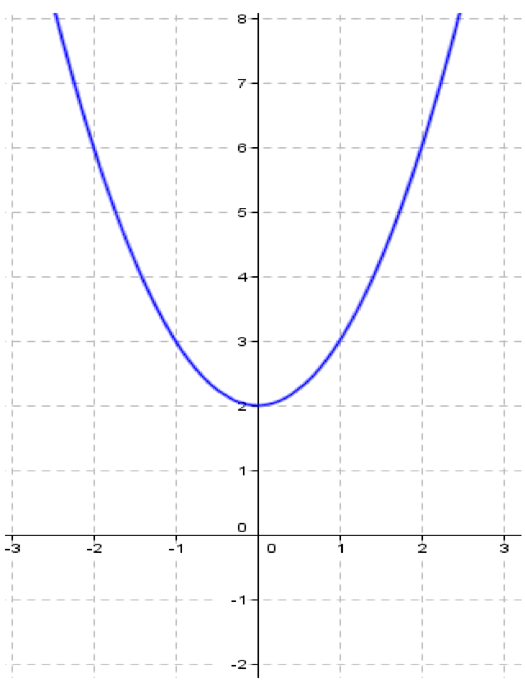
نشاط2:

❖ لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = x^2 + 2$

1- أنشئ (C_h) .
2- ضع تخمينا حول نهاية الدالة h في جوار $+\infty$ وفسر النتيجة هندسيا .

حل النشاط 2 :

1-التمثيل البياني لـ : (C_h) :



2-التخمين حول نهاية الدالة :

يمكن تخمين أن الدالة تؤول نهايتها الى $+\infty$ في جوار $+\infty$ وأنها تشكل قطع مكافئ في اتجاه محور التراتيب و التمثيل البياني يوضح ذلك .

العرض :

العرض :

النهاية المنتهية عند $+\infty$ أو $-\infty$:

تعريف : القول أن نهاية دالة f عند $+\infty$ هي l يعني أنه يمكن جعل $f(x)$ ينتمي إلى مجال يشمل العدد l إذا كان x كبيرا بالقدر الكافي ونكتب : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = l$.

نتيجة : التفسير الهندسي نقول أن المستقيم ذوا المعادلة $y = l$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f عند $+\infty$.

ملاحظة : نحصل على تعريف وتفسير مماثل عند $-\infty$.

النهاية الغير المنتهية عند $+\infty$ أو $-\infty$:

تعريف : القول أن نهاية دالة f عند $+\infty$ هي $+\infty$ يعني أنه يمكن جعل $f(x)$ أكبر من أي عدد حقيقي أي $f(x) \in [A;+\infty[$ مع $A \in \mathbb{R}$ إذا كان x كبيرا بالقدر الكافي ونكتب : $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

ملاحظة : يمكن الحصول على تعاريف لنهايات مماثلة بنفس الطريقة $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.

نتيجة : إذا كانت النهاية غير منتهية عند $+\infty$ أو $-\infty$ فهناك إحتمال وجود مستقيم مقارب مائل عند $+\infty$ أو $-\infty$.

مثال : f دالة معرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $f(x) = \sqrt{x-1}$ ، أثبت أن : $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

المستقيم المقارب المائل :

ليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f في معلم وليكن (Δ) المستقيم ذوا المعادلة : $y = ax + b$

القول أن المستقيم (Δ) مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ (على الترتيب عند $-\infty$) يعني أن :

$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(ax+b)] = 0$. (على الترتيب $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(ax+b)] = 0$) .

ملاحظة : إذا كانت الدالة f معرفة كمايلي : $f(x) = ax + b + \varphi(x)$ مع $\lim_{x\to+\infty} \varphi(x) = 0$ أو $\lim_{x\to-\infty} \varphi(x) = 0$ فمن الواضح أن المستقيم ذا المعادلة $y = ax + b$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى الممثل للدالة f عند $+\infty$ أو $-\infty$.

مثال : نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x) = 3x + 1 - \frac{5}{1-x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$

لدينا : $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{5}{1-x}\right) = 0$ و $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{5}{1-x}\right) = 0$ إذن المستقيم الذي معادلته $y = 3x + 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

الوضع النسبي لمنحن ومستقيم مقارب :

ليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

(D) مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) معادلته من الشكل : $y = ax + b$

لدراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) نقوم بدراسة اشارة $[f(x)-(ax+b)]$.

- إذا كانت اشارة : $[f(x)-(ax+b)] < 0$ فإن (C_f) يقع تحت (D) .
- إذا كانت اشارة : $[f(x)-(ax+b)] > 0$ فإن (C_f) يقع فوق (D) .

تطبيقات :

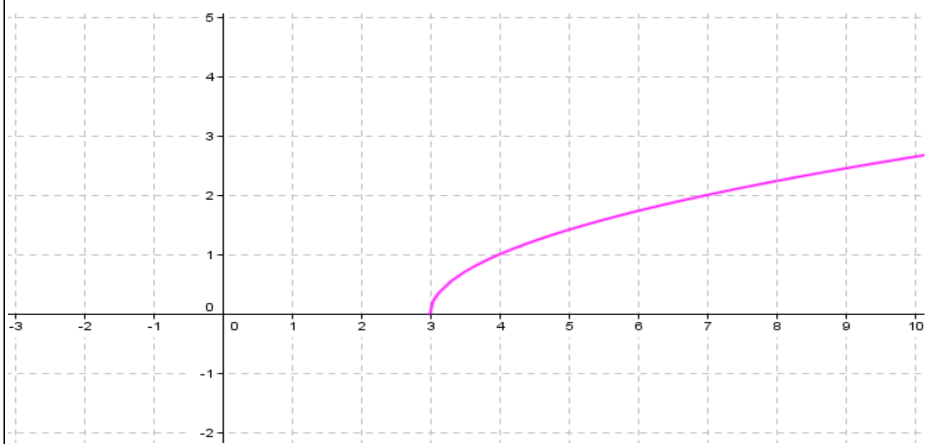
تمرين تطبيقي 1 :

لتكن الدالة المعرفة على $[3;+\infty[$ بـ : $f(x) = \sqrt{x-3}$

1- أنشئ (C_f) .
2- ضع تخمينا حول نهاية الدالة f في جوار $+\infty$ وفسر النتيجة هندسيا .

الحل :

1- التمثيل البياني :



2- يمكن تخمين أن الدالة تؤول نهايتها الى $+\infty$ في جوار $+\infty$ وأنها تشكل قطع مكافئ في اتجاه محور الفواصل و التمثيل البياني يوضح ذلك .

تمرين تطبيقي 2 : يتم البحث عن تمارين جيدة

نعتبر الدالة g **المعرفة على** $\mathbb{R}^*$ **بـ:** $g(x) = \frac{x}{x^2+1} + 2x - 3$ **وليكن** (C_g) **تمثيلها البياني .**

1- بين أن المستقيم (D) **ذو المعادلة** $y = 2x - 3$ **هو مستقيم مقارب للمنحنى** (C_g) **عند** $+\infty$ **.**

2- أدرس وضعية (C_g) **بالنسبة إلى** (D) **.**

تمرين تطبيقي 3 : من الكتاب المدرسي رقم 7 صفحة 26 :

لتكن الدالة f **المعرفة على** $\mathbb{R}$ **بـ:** $f(x) = 2x - 1 - \frac{2}{x^2+1}$ **وليكن** (C_f) **تمثيلها البياني .**

1- بين أن المستقيم (Δ) **ذو المعادلة** $y = 2x - 1$ **هو مستقيم مقارب للمنحنى** (C_f) **عند** $-\infty$ **و عند** $+\infty$ **.**

2- أدرس وضعية المنحنى (C_f) **بالنسبة إلى** (Δ) **.**

ملاحظة : المذكرة لم تكتمل سأضيف تمارين + الحل

لتقديم اي ملاحظة او طلب اي شيء راسلني على ايميلي:

سير الدرس	مراحل الدرس	المدة