الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان شهادة التعليم المتوسط — دورة: 2026

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ساعتان

التمرين الأوّل: (03 نقاط)

A ، B و C أعداد حيث: $A = PGCD(77\,;\,65)$ ، $B = \sqrt{48} - \sqrt{75} + \sqrt{147}$ و $C = \dfrac{\sqrt{5}+4}{\sqrt{5}}$.

1) احسب العدد A ، ماذا تستنتج بالنسبة للعددين 77 و 65 ؟

2) اكتب B على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعيّ.

3) اكتب C على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

التمرين الثّاني: (03 نقاط)

E عبارة جبريّة حيث: $E = (2x+3)^2 - 4x(2x+3)$.

1) تحقّق بالنّشر و التّبسيط أنّ: $E = 9 - 4x^2$.

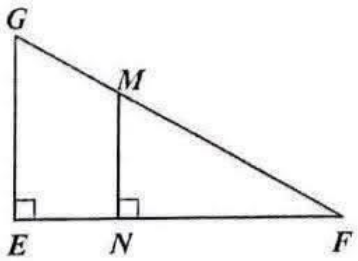
2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين من الدّرجة الأولى.

3) حل المعادلة: $(3+2x)(3-2x) = 0$.

التمرين الثّالث: (02 نقطة)

(الشّكل مرسوم بأطوال غير حقيقية لا يُطلب إعادة رسمه على ورقة الإجابة)

EFG مثلّث قائم في E حيث: $GF = 12cm$ و $Sin\,\widehat{EGF} = \dfrac{3}{4}$.



M و N نقطتان من القطعتين $[GF]$ و $[EF]$ على التّرتيب حيث: (MN) عمودي على (EF).

1) بيّن أنّ: $EF = 9cm$.

2) بيّن أنّ: $3FM = 4FN$.

التمرين الرّابع: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) علّم النقط $A(4\,;\,1)$ ، $B(2\,;\,4)$ ، $C(-4\,;\,0)$ و $D(-2\,;\,-3)$.

2) احسب مركّبتي كلّ من الشّعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$. ماذا تلاحظ؟

3) احسب الطولين AC و BD.

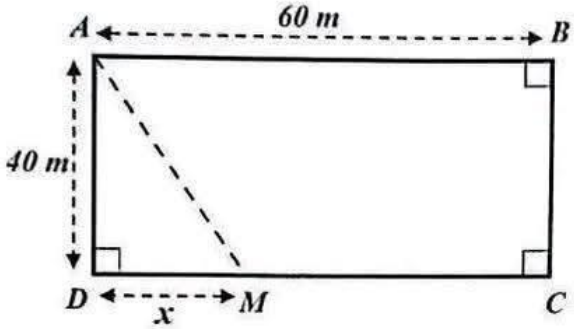
4) ما نوع الرّباعي $ABCD$ ؟ برّر إجابتك.

الوضعيّة:(08 نقط)

الجزء الأوّل:

الشّكل المقابل مستطيل بُعداه $60m$ و $40m$، يُمثّل تصميماً لأرضية مؤسّسة حِرَفِية.

الجزء $ABCM$ خاص بالإنتاج والتّخزين و الجزء ADM خاص بإدارة المؤسّسة.



حيث: $M \in [DC]$ ، $DM = x$ و $0 \leq x \leq 60$.

نرمز بـ: S_1 لمساحة الجزء ADM.

و S_2 لمساحة الجزء $ABCM$.

1) بيّن أنّ: $S_1 = 20x$ و $S_2 = 2400 - 20x$.

2) حل المتراجحة: $20x \leq 480 - 4x$.

3) أوجد أكبر قيمة لـ: x حتّى تكون مساحة الجزء الخاصّ بالإدارة لا تتجاوز 20% من مساحة الجزء الخاصّ بالإنتاج والتخزين.

الجزء الثّاني:

1) حل الجملة: $\begin{cases} a+b=40 \\ 3a-2b=0 \end{cases}$

2) يعمل في هذه المؤسّسة 40 عاملاً من الرّجال والنّساء، حيث عدد الرّجال يساوي $\frac{2}{3}$ عدد النّساء.

– ما هو عدد كلّ من الرّجال والنّساء العاملين في هذه المؤسّسة؟

حل التمرين الأول (03 نقاط)

1) حساب العدد A واستنتاج طبيعة العددين 77 و 65:

لدينا $A = \text{PGCD}(77;65)$. باستعمال خوارزمية إقليدس (القسمات المتتالية):

$$\begin{aligned} 77 &= 65 \times 1 + 12 \\ 65 &= 12 \times 5 + 5 \\ 12 &= 5 \times 2 + 2 \\ 5 &= 2 \times 2 + 1 \\ 2 &= 1 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

آخر باقٍ غير معدوم هو 1. إذن:

$$A = \text{PGCD}(77;65) = 1$$

الاستنتاج: بما أن القاسم المشترك الأكبر للعددين يساوي 1، فإن العددين 77 و 65 **أوليان فيما بينهما.**

2) كتابة B على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي:

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{48} - \sqrt{75} + \sqrt{147} \\ B &= \sqrt{16 \times 3} - \sqrt{25 \times 3} + \sqrt{49 \times 3} \\ B &= 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 7\sqrt{3} \\ B &= (4 - 5 + 7)\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

3) كتابة C على شكل نسبة مقامها عدد ناطق:

$$C = \frac{\sqrt{5}+4}{\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{5}+4) \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{5 + 4\sqrt{5}}{5}$$

حل التمرين الثاني (03 نقاط)

1) التحقق بالنشر والتبسيط أن $E = 9 - 4x^2$:

$$\begin{aligned} E &= (2x+3)^2 - 4x(2x+3) \\ E &= (4x^2 + 12x + 9) - (8x^2 + 12x) \\ E &= 4x^2 - 8x^2 + 12x - 12x + 9 \\ E &= -4x^2 + 9 = 9 - 4x^2 \end{aligned}$$

Nadjib Ex Cel

2) تحليل العبارة E إلى جذاء عاملين من الدرجة الأولى:

$$E = (2x+3)^2 - 4x(2x+3)$$
$$E = (2x+3)\left[(2x+3) - 4x\right]$$
$$E = (2x+3)(-2x+3) = (3+2x)(3-2x)$$

3) حل المعادلة $(3+2x)(3-2x) = 0$:

إما $3+2x = 0 \implies 2x = -3 \implies x = -\frac{3}{2}$

أو $3-2x = 0 \implies 2x = 3 \implies x = \frac{3}{2}$

إذن للمعادلة حلان هما: $x = \frac{3}{2}$ و $x = -\frac{3}{2}$.

حل التمرين الثالث (02 نقطة)

1) تبيين أن $EF = 9\text{cm}$:

في المثلث EFG القائم في E:

$$\sin(\widehat{EGF}) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{EF}{GF}$$

بالتعويض:

$$\frac{3}{4} = \frac{EF}{12} \implies EF = \frac{12 \times 3}{4} = 9\text{cm}$$

2) تبيين أن $3FM = 4FN$:

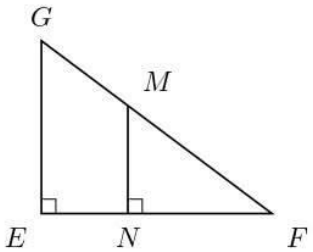
لدينا $(GE) \perp (EF)$ لأن المثلث قائم، و $(MN) \perp (EF)$ من المعطيات، إذن المستقيمان (MN) و (GE) متوازيان تبعا لخاصية التعامد والتوازي.

بتطبيق **خاصية طاليس** في المثلث EFG:

$$\frac{FN}{FE} = \frac{FM}{FG} \implies \frac{FN}{9} = \frac{FM}{12}$$

باستعمال الجداء المتصالب: $12FN = 9FM$، وبالقسمة على 3 نجد:

$$3FM = 4FN$$



حل التمرين الرابع (04 نقاط)

1) تعليم النقط: تعين النقط $A(4;1)$، $B(2;4)$، $C(-4;0)$، $D(-2;-3)$ في معلم متعامد ومتجانس.

2) حساب مركبتي الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{DC}$:

$$\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-4 \\ 4-1 \end{pmatrix} \Longrightarrow \vec{AB}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{DC}\begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4-(-2) \\ 0-(-3) \end{pmatrix} \Longrightarrow \vec{DC}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

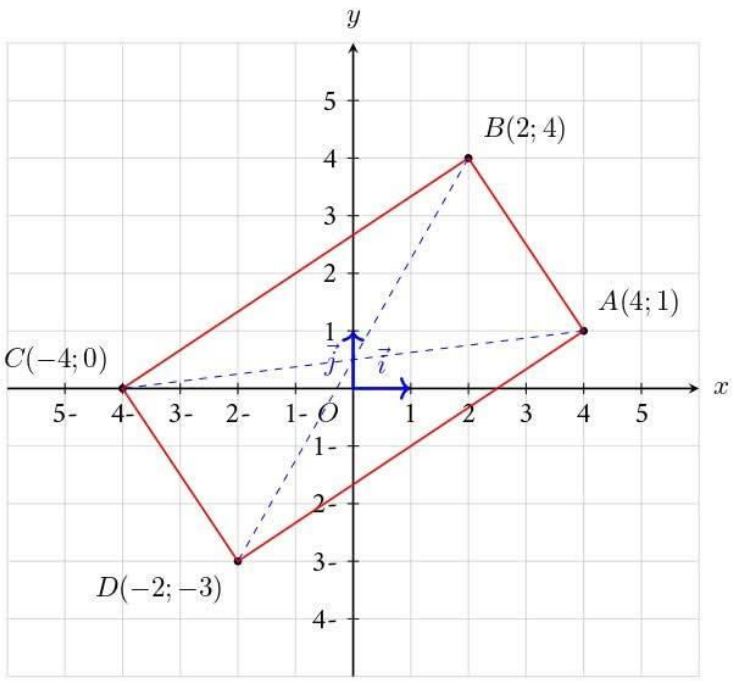
الملاحظة: نلاحظ أن $\vec{AB} = \vec{DC}$.

3) حساب الطولين AC و BD:

$$AC = \sqrt{(-4-4)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-1)^2} = \sqrt{64+1} = \sqrt{65}$$

$$BD = \sqrt{(-2-2)^2 + (-3-4)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-7)^2} = \sqrt{16+49} = \sqrt{65}$$

4) نوع الرباعي $ABCD$: بما أن $\vec{AB} = \vec{DC}$ فإن الرباعي متوازي أضلاع، وبما أن قطريه متساويان $\left(AC = BD = \sqrt{65}\right)$، فإن الرباعي $ABCD$ **مستطيل.**



حل الوضعية الإدماجية (08 نقاط)

الجزء الأول

1) تبيين أن $S_1 = 20x$ و $S_2 = 2400 - 20x$:

مساحة المثلث القائم ADM: $S_1 = \frac{AD \times DM}{2} = \frac{40 \times x}{2} = 20x$.

مساحة الجزء $ABCM$: $S_2 = S_{\text{total}} - S_1 = (60 \times 40) - 20x = 2400 - 20x$.

2) حل المتراجحة $20x \leq 480 - 4x$:

$$20x + 4x \leq 480 \implies 24x \leq 480 \implies x \leq \frac{480}{24} \implies x \leq 20$$

3) أكبر قيمة لـ x حتى لا تتجاوز مساحة الإدارة نسبة 20% من مساحة الإنتاج والتخزين:

الشرط يترجم إلى: $S_1 \leq 0.2 \times S_2 \implies 20x \leq 0.2(2400 - 20x) \implies 20x \leq 480 - 4x$.

وهي نفس المتراجحة السابقة، ومنه $x \leq 20$. إذن أكبر قيمة هي $x = 20\text{m}$.

الجزء الثاني

1) حل الجملة: من المعادلة الأولى $a = 40 - b$، بالتعويض في الثانية: $3(40 - b) - 2b = 0 \implies 120 - 5b = 0 \implies b = 24$. إذن $a = 16$. الثنائية هي $(16; 24)$.

2) عدد الرجال والنساء: نرمز للرجال بـ a وللنساء بـ b. الجملة المترجمة للمسألة هي نفسها المحلولة سابقاً، إذن عدد الرجال هو 16 وعدد النساء هو 24.