الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — **الدورة: 2026**

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 03 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

I) يحتوي كيس على 9 كريات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس منها: كريتان تحملان الرقم 1 وأربع كريات تحمل الرقم 2 وثلاث كريات تحمل الرقم 3 . نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريات في آن واحد ونعتبر الحوادث:

A : « سحب ثلاث كريات تحمل نفس الرقم » ، B : « سحب ثلاث كريات أرقامها مختلفة مثنى مثنى »

C : « سحب ثلاث كريات مجموع أرقامها عدد زوجي »

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.

ب) بيّن أنّ: $P(A\cap C)=\dfrac{1}{21}$ ثمّ استنتج $P_A(C)$

2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريات، عدد الكريات التي تحمل الرقم 2

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

II) نضيف إلى محتوى الكيس السابق n كرية تحمل الرقم 1 ثمّ نسحب منه كريتين على التوالي دون إرجاع.

- عيّن قيمة n حتى يكون احتمال الحصول على كريتين لا تحمل أيّ منهما الرقم 1 يساوي $\dfrac{1}{5}$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

I) حلّ في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(iz+4)(z^2-4z+16)=0$

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و A ، B ، C و D نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B ، z_C و z_D حيث: $z_A=4$ ، $z_B=iz_A$ ، $z_C=2-2i\sqrt{3}$ و $z_D=-iz_C$

1) أ) اكتب كلًّا من z_B ، z_C و z_D على الشكل المثلثي.

ب) علّم النقط A ، B ، C و D ثمّ تحقّق أنّها تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

2) أ) برّر أنّ: $z_D-z_B=\sqrt{3}\left(z_C-z_A\right)$ ثمّ استنتج أنّ المستقيمين (BD) و (AC) متوازيان.

ب) بيّن أنّ: $\left|z_B-z_A\right|=\left|z_D-z_C\right|$

جـ) استنتج طبيعة الرباعي $ABDC$ ثمّ عيّن لاحقة النقطة G مركز ثقله.

3) تحقّق أنّ: $z_D-z_A=i\left(z_B-z_C\right)$ ثمّ عيّن الأعداد الطبيعيّة n حتى يكون $\left(\dfrac{z_D-z_A}{z_B-z_C}\right)^n$ عددا حقيقيا.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f المعرّفة على المجال $]-2 ; +\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{4x}{x+2}$

2) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=4$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) احسب u_1 و u_2 ثمّ خمّن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

ب) برهن بالتراجع أنه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n>2$

جـ) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n-2}{u_n}$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ ، يُطلب كتابة v_n بدلالة n

ب) عبّر عن u_n بدلالة n ثمّ احسب نهاية المتتالية (u_n)

4) نضع: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $T_n=\dfrac{1}{u_0}+\dfrac{1}{u_1}+\cdots+\dfrac{1}{u_n}$

- احسب S_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّ: $T_n=\dfrac{1}{2}n+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+2}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة المعرّفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $g(x)=2x-2-4\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) احسب $g(1)$ ثمّ بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا α في المجال $]3,5 ; 3,6[$

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) f الدالة المعرّفة على $[0 ; +\infty[$ بـ: $f(0)=0$ ومن أجل كلّ $x>0$ ، $f(x)=x^2+2x-4x\ln x$

(c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\dfrac{f(x)}{x}$ ، فسّر النتيجة هندسيا واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) بيّن أنه: من أجل كلّ $x>0$ ، $f'(x)=g(x)$ ثمّ استنتج اتّجاه تغيّر الدالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ (c_f) يقبل نقطة انعطاف A ، يُطلب تعيين إحداثييها.

ب) عيّن معادلة لـ(T) مماس المنحني (c_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2

4) أ) ارسم (T) و (c_f) (نأخذ: $f(\alpha)\simeq 1,7$)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=m$ ثلاثة حلول.

5) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيّن أنّ: $\displaystyle\int_1^e x\ln x\,dx=\dfrac{e^2+1}{4}$

ب) احسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ(c_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ و $x=e$

انتهى الموضوع الأوّل

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

I) يحتوي كيس على 10 كريّات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس ذات الألوان الأخضر، الأحمر والأبيض.

نسحب من الكيس بطريقة عشوائية كريّة واحدة ولُعرّف قانون احتمال هذه التجربة بالجدول الآتي:

الكريّة المسحوبة	خضراء	حمراء	بيضاء
الاحتمال	$\frac{1}{10}$	a	$2a$

حيث $a \in \mathbb{R}$

- احسب قيمة a ثمّ استنتج عدد كلّ من الكريّات الخضراء ، الحمراء ، البيضاء.

II) نفرض أنّ الكيس يحتوي على كريّة واحدة خضراء ، 3 كريّات حمراء و 6 كريّات بيضاء.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريّات من هذا الكيس ونعتبر الحوادث:

A : « الحصول على كريّة حمراء واحدة فقط » ، B : « الحصول على كريّتين بالضبط من نفس اللّون »

C : « الحصول على ثلاث كريّات ليست كلّها من نفس اللّون »

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.

ب) احسب احتمال الحصول على كريّتين بيضاوين علما أنّنا لا نحصل على الكريّة الخضراء.

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات، عدد الألوان التي تحملها الكريّات المسحوبة.

- بيّن أنّ: $P(X=2)=\frac{27}{40}$ وعيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

1) نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: (E) ... $z^2+\alpha z+4=0$ حيث α عدد حقيقي.

أ) احسب $\left(-1+i\sqrt{3}\right)^2$ ثمّ استنتج الجذرين التربيعيين للعدد $-2-2i\sqrt{3}$

ب) عيّن α حتى يكون العدد المركب $-1+i\sqrt{3}$ حلّا للمعادلة (E) ثمّ استنتج حلّها الآخر.

2) نعتبر الأعداد المركبة z_1 ، z_2 و z_3 حيث: $z_1=-1+i\sqrt{3}$ ، $z_2=-1-i\sqrt{3}$ و $z_3=\sqrt{2}(1-i)$

أ) اكتب كلّا من z_1 ، z_2 و z_3 على الشّكل المثلثي.

ب) استنتج الشّكل المثلثي للعدد المركب L حيث: $L=\frac{z_1\times z_3}{z_2}$

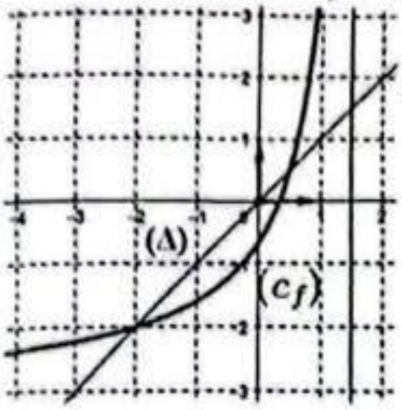
جـ) اكتب L على الشّكل الجبري ثمّ استنتج القيمة المضبوطة لكلّ من $\cos\frac{13\pi}{12}$ و $\sin\frac{13\pi}{12}$

التمرين الثّالث: (05 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$ بـ: $f(x)=\frac{-6x+2}{2x-3}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

1) بقراءة بيانية، حدّد اتّجاه تغيّر الدّالة f وبرّر أنّه: من أجل كلّ x من $[-2;0]$ ، $f(x)-x\leq 0$



2) أ) انقل الشكل على ورقة الإجابة ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل).

ب) خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

3) أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $-2<u_n\leq 0$

ب) حدّد اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

4) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{4+2u_n}{1-2u_n}$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{2}{7}$ ، يُطلب كتابة عبارة v_n بدلالة n

ب) عبّر عن u_n بدلالة n ثمّ احسب نهاية المتتالية (u_n)

5) (w_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n=\ln(v_n)$

أ) بيّن أنّ المتتالية (w_n) حسابية، يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $w_0+w_1+\cdots+w_n=\dfrac{1}{2}(n+1)\left[(\ln 2-\ln 7)n+4\ln 2\right]$

التمرين الرّابع: (07 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=1+\dfrac{5-4e^x}{e^{2x}-1}$ و (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}}f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثمّ فسّر النتائج هندسيا.

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f'(x)=\dfrac{2e^x(e^x-2)(2e^x-1)}{(e^{2x}-1)^2}$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f(-x)+f(x)=-3$ وفسّر النتيجة هندسيا ثمّ ارسم المنحني (c_f)

4) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f(x)=-4+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{9e^x}{1+e^x}-\dfrac{e^x}{1-e^x}\right)$

ب) احسب بدلالة λ المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحيّز المستوي المحدّد بـ(c_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=-4$ ، $x=\lambda$ و $x=-\ln 2$ حيث: $\lambda<-\ln 2$ ثمّ احسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty}\mathcal{A}(\lambda)$

5) g الدّالة المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(\ln x)$

- تحقّق أنّه: من أجل كلّ $x>1$ ، $g(x)=\dfrac{(x-2)^2}{x^2-1}$ وحدّد اتّجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

انتهى الموضوع الثّاني

Bac 2026 التصحيح المفصل

علوم تجريبية.

الموضوع الأول:

التمرين الأول:

1 1
2 2 2 2
3 3 3

نسحب 3 كريات في آن واحد.

عدد الحالات الممكنة هو: $C_9^3 = 84$

$$P(A) = \frac{C_4^3 + C_3^3}{84} = \frac{4+1}{84}$$

$$\boxed{P(A) = \frac{5}{84}}$$

$$P(B) = \frac{C_2^1 \times C_4^1 \times C_3^1}{84} = \frac{24}{84}$$

$$\boxed{P(B) = \frac{2}{7}}$$

C" سحب 3 كريات مجموع أرقامها عدد زوجي

ز ز ز أو ز ف ف

5 أرقام فردية و 4 أرقام زوجية.

$$P(C) = \frac{C_5^2 \times C_4^1 + C_4^3}{84} = \frac{44}{84}$$

$$\boxed{P(C) = \frac{11}{21}}$$

ب) 2 2 2

$$P(A \cap C) = \frac{C_4^3}{84} = \frac{4}{84}$$

$$\boxed{P(A \cap C) = \frac{1}{21}}$$

$$P_A(C) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{21}}{\frac{5}{84}}$$

$$P_A(C) = \frac{1}{21} \times \frac{84}{5}$$

$$\boxed{P_A(C) = \frac{4}{5}}$$

2) $X \in \{0; 1; 2; 3\}$

قانون الاحتمال:

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{4}{84}$

$$P(X=0) = \frac{C_5^3}{84} = \frac{10}{84}$$

$$P(X=1) = \frac{C_4^1 \times C_5^2}{84} = \frac{40}{84}$$

$$P(X=2) = \frac{C_4^2 \times C_5^1}{84} = \frac{30}{84}$$

$$P(X=3) = \frac{C_4^3}{84} = \frac{4}{84}$$

الأمل الرياضياتي:

$$E(X) = 0 \times \frac{10}{84} + 1 \times \frac{40}{84} + 2 \times \frac{30}{84} + 3 \times \frac{4}{84}$$

$$\boxed{E(X) = \frac{4}{3}}$$

II عدد الحالات الممكنة:

$$A^2_{m+9} = \frac{(m+9)!}{(m+7)!}$$

$$= \frac{(m+9)(m+8)(m+7)!}{(m+7)!}$$

$$A^2_{m+9} = (m+9)(m+8)$$

P' احتمال الحصول على كريتين لا تحمل أي منهما الرقم 1 :

$$P = \frac{A^2_7}{(m+9)(m+8)}$$

$$P = \frac{42}{m^2+17m+72}$$

$$\frac{42}{m^2+17m+72} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{42}{m^2+17m+72} - \frac{1}{5} = 0$$

$$\frac{210 - m^2 - 17m - 72}{5(m^2+17m+72)} = 0$$

$$\frac{-m^2-17m+138}{5(m^2+17m+72)} = 0$$

تكافئ: $-m^2-17m+138=0$

$5(m^2+17m+72)$

ومنه: $-m^2-17m+138=0$

$$m^2+17m-138=0$$

$$\Delta = (17)^2 - 4(-138)$$

$$\Delta = 841 = (29)^2$$

$$m_1 = \frac{-17+29}{2} = 6$$

مرفوض $m_2 = \frac{-17-29}{2} = -23$

لأن $-23 \notin \mathbb{N}$

ومنه $\boxed{m = 6}$

صفحة 2

Toutaoui Abdelkader

بكالوريا 2026 - الموضوع الأول

التمرين الثاني:

I)

$(iz+4)(z^2-4z+16)=0$

$iz+4=0$ أو $z^2-4z+16=0$

$iz=-4$

$z_0=-\frac{4}{i}\times\frac{i}{i}$

$z_0=\frac{-4i}{-1}$

$z_0=4i$

$\Delta=(-4)^2-4\times16$

$\Delta=16-4\times16$

$=-3\times16$

$\Delta=(4\sqrt{3}\,i)^2$

صفحة 3

$z_1=\frac{4+4\sqrt{3}\,i}{2}$

$=2+2\sqrt{3}\,i$

$z_2=\overline{z_1}=2-2\sqrt{3}\,i$

مجموعة الحلول:

$S=\{4i\,;\,2+2\sqrt{3}i\,;\,2-2\sqrt{3}i\}$

II)

$z_B=4i$

$|z_B|=4$

$\mathrm{Arg}(z_B)=\frac{\pi}{2}+2k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$

$$\boxed{z_B=4\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)}$$

$z_C=2-2i\sqrt{3}$

$|z_C|=\sqrt{(2)^2+(-2\sqrt{3})^2}$

$=\sqrt{4+12}=4$

$\mathrm{Arg}(z_C)=-\frac{\pi}{3}+2\ell\pi \quad (\ell\in\mathbb{Z})$

$$\boxed{z_C=4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)}$$

$z_D=-i\,z_C=-i(2-2i\sqrt{3})$

$z_D=-2i+2i^2\sqrt{3}$

$z_D=-2\sqrt{3}-2i$

$|z_D|=\sqrt{(-2\sqrt{3})^2+(-2)^2}$

$=\sqrt{12+4}=4$

$\mathrm{Arg}(z_D)=\theta_D$ نضع:

$$\begin{cases}\cos\theta_D=\frac{-2\sqrt{3}}{4}=-\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \sin\theta_D=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}\end{cases}$$

$\theta_D=\frac{7\pi}{6}+2t\pi \quad (t\in\mathbb{Z})$

$$\boxed{z_D=4\left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right)}$$

ب) تعليم النقط A, B, C :

$\boxed{\text{صفحة } 4}$

$|Z_A| = |4| = 4 = OA$

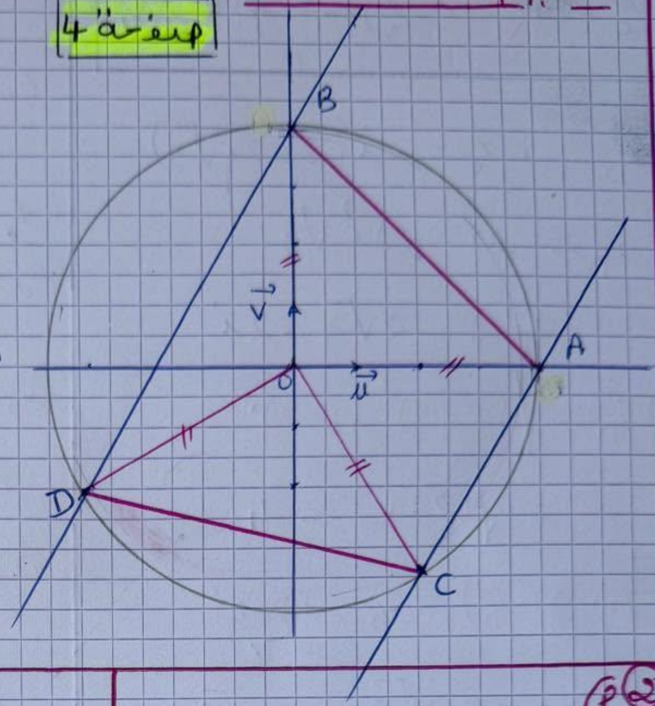
$|Z_B| = |i\, Z_A| = 4 = OB$

$|Z_C| = 4 = OC$

$|Z_D| = 4 = OD$

لدينا: $OA = OB = OC = OD = 4$

إذن النقط A, B, C وD تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها: $r = 4$



2) أ)

$Z_D - Z_B = -2\sqrt{3} - 2i - 4i$

$Z_D - Z_B = -2\sqrt{3} - 6i$

$\sqrt{3}\,(Z_C - Z_A) = \sqrt{3}\,(2 - 2i\sqrt{3} - 4)$

$= \sqrt{3}\,(-2 - 2i\sqrt{3})$

$= -2\sqrt{3} - 2i \times 3$

$\sqrt{3}\,(Z_C - Z_A) = -2\sqrt{3} - 6i$

ومنه: $Z_D - Z_B = \sqrt{3}\,(Z_C - Z_A)$

• لدينا: $Z_D - Z_B = \sqrt{3}\,(Z_C - Z_A)$

ومنه: $\dfrac{Z_D - Z_B}{Z_C - Z_A} = \sqrt{3}$

منه: $\dfrac{Z_D - Z_B}{Z_C - Z_A} = \sqrt{3}\, e^{i2\pi}$

وعليه المستقيمان (BD) و(AC) متوازيان

ب) $|Z_B - Z_A| = |-4 + 4i| = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$|Z_D - Z_C| = |-2\sqrt{3} - 2i - 2 + 2i\sqrt{3}|$

$= |(-2 - 2\sqrt{3}) + i(-2 + 2i\sqrt{3})|$

$= \sqrt{(-2 - 2\sqrt{3})^2 + (-2 + 2\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{4 + 12 + 8\sqrt{3} + 4 + 12 - 8\sqrt{3}}$

$|Z_D - Z_C| = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

ومنه: $|Z_B - Z_A| = |Z_D - Z_C|$

ج) الرباعي $ABDC$ شبه منحرف متساوي الساقين، تعيين الأعداد الطبيعية m:

$$z_G = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4}$$

$$= \frac{4+4i+2-2i\sqrt{3}-2\sqrt{3}-2i}{4}$$

$$z_G = \frac{(6-2\sqrt{3})+i(4-2-2\sqrt{3})}{4}$$

$$\boxed{z_G = \left(\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right) + i\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)}$$

3)

$$z_D - z_A = -2\sqrt{3}-2i-4$$

$$= -4-2\sqrt{3}-2i$$

$$z_B - z_C = 4i-(2-2i\sqrt{3})$$

$$= 4i-2+2i\sqrt{3}$$

$$= -2+(4+2\sqrt{3})i$$

$$i(z_B - z_C) = i(-2+(4+2\sqrt{3})i)$$

$$= -2i-4-2\sqrt{3}$$

منه:

$$\boxed{z_D - z_A = i(z_B - z_C)}$$

$$\frac{z_D - z_A}{z_B - z_C} = i$$

$$\frac{z_D - z_A}{z_B - z_C} = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

$$\left(\frac{z_D - z_A}{z_B - z_C}\right)^n = \left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^n$$

$$\left(\frac{z_D - z_A}{z_B - z_C}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{2}}$$

منه $\frac{n\pi}{2} = k\pi$

وعليه: $\frac{n}{2} = k$ ؛ $\boxed{n = 2k}$

مع k عدد طبيعي.

BAC 2026

علمي

الموضوع الأول

صفحة 6

التمرين الثالث:

$$f(x) = \frac{4x}{x+2} \; ; \; D_f =]-2;+\infty[$$

1) الدالة f تقبل الاشتقاق على المجال $]-2;+\infty[$ ومن أجل كل x من $]-2;+\infty[$ لدينا:

$$f'(x) = \frac{4(x+2)-4x}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{4x+8-4x}{(x+2)^2} = \frac{8}{(x+2)^2}$$

من أجل كل x من $]-2;+\infty[$: $f'(x) > 0$

ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-2;+\infty[$

2)

$$u_0 = 4$$

$$u_{n+1} = \frac{4u_n}{u_n+2}$$

$$u_1 = \frac{4u_0}{u_0+2} = \frac{4\times 4}{4+2} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

$$u_2 = \frac{4u_1}{u_1+2} = \frac{4\left(\frac{8}{3}\right)}{\frac{8}{3}+2} = \frac{32/3}{\frac{14}{3}}$$

$$u_2 = \frac{32}{14} = \frac{16}{7}$$

المتتالية (u_n) هنا قيمة.

ب) البرهان بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 2$

$P(n)$: $u_n > 2$

لدينا: $4 > 2$

$u_0 > 2$

إذن $P(0)$ محققة

ليكن $n \in \mathbb{N}$ نفرض أن $P(n)$ صحيحة أي: $u_n > 2$ ونبرهن أن $P(n+1)$ صحيحة أي: $u_{n+1} > 2$

لدينا: $u_n > 2$

بما أن f متزايدة تماما على $]-2;+\infty[$ فإن: $f(u_n) > f(2)$

ومنه $u_{n+1} > 2$ و $P(n+1)$ صحيحة إذن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 2$

ج) إتجاه تغير (u_n) :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{4u_n}{u_n+2} - u_n$$

$$= \frac{4u_n - u_n(u_n+2)}{u_n+2}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{4u_n - u_n^2 - 2u_n}{u_n+2}$$

$$= \frac{-u_n^2 + 2u_n}{u_n+2}$$

$$\boxed{u_{n+1} - u_n = \frac{u_n \times (2-u_n)}{u_n+2}}$$

$$U_{n+1}-U_n = \frac{4U_n}{U_n+2} - U_n = \frac{U_n(2-U_n)}{U_n+2}$$

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n > 2$

ومنه $U_n + 2 > 4$

إذن $U_n+2>0$ وعليه

إشارة $U_{n+1}-U_n$ من إشارة $-U_n+2$

لدينا $U_n>2$ ومنه $-U_n<-2$

صفحة 7

إذن: $-U_n+2<0$

$$U_{n+1}-U_n<0$$

ومنه المتتالية (U_n) متناقصة تماما في $\mathbb{N}$

(3)
$$V_{n+1} = \frac{U_{n+1}-2}{U_{n+1}} = \frac{\frac{4U_n}{U_n+2}-2}{\frac{4U_n}{U_n+2}}$$

$$V_{n+1} = \frac{\frac{4U_n-2U_n-4}{U_n+2}}{\frac{4U_n}{U_n+2}} = \frac{2U_n-4}{4U_n}$$

$$V_{n+1} = \frac{2}{4}\times\left(\frac{U_n-2}{U_n}\right)$$

لدينا: $V_{n+1}=\frac{1}{2} V_n$ ومنه المتتالية (V_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدها الأول:

$$V_0 = \frac{U_0-2}{U_0} = \frac{4-2}{4} = \frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

عبارة V_n بدلالة n: $V_n = V_0\times q^n$

$$V_n = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$$

ب) عبارة U_n بدلالة n: لدينا: $V_n = 1-\frac{2}{U_n}$

ومنه $V_n - 1 = -\frac{2}{U_n}$ إذن $U_n(V_n-1)=-2$

$$U_n = \frac{-2}{V_n-1}$$

$$\boxed{U_n = \frac{-2}{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^n-1}}$$

لدينا: $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n=0$

إذن: $\lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{-2}{\left(\frac{1}{2}\right)\underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^n}_{0}-1}$

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty} U_n = 2}$$

(4)
$$S_n = V_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right) = \frac{1}{2}\times\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{S_n = 1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}$$

$$T_n = \frac{1}{U_0}+\frac{1}{U_1}+\dots+\frac{1}{U_n} = -\frac{1}{2}\left(V_0-1+\dots+V_n-1\right)$$

$$T_n = -\frac{1}{2}\left(V_0+V_1+\dots+V_n-(n+1)\right)$$

$$= -\frac{1}{2}\left(S_n-n-1\right) = -\frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-n-1\right)$$

$$= -\frac{1}{2}\left(-n-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) = \frac{1}{2}n+\left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}$$

صفحة 8

الموضوع الأول:

التمرين 4:

$g(x) = 2x - 2 - 4\ln x$

1) الدالة g تقبل الاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$ ومن أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$:

$$g'(x) = 2 - \frac{4}{x} = \frac{2x-4}{x}$$

x	0		2		$+\infty$
$g'(x)$	$\|$	$-$	0	$+$	

الدالة g متناقصة تماما على $]0; 2]$

الدالة g متزايدة تماما على $[2; +\infty[$

النهايات:

$\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} (2x-2) = -2$

$\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} (-4\ln x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} g(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (2x - 2 - 4\ln x)$

ح ع ت نزيلها:

$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x\left(2 - \frac{2}{x} - 4\frac{\ln x}{x}\right)$

$\frac{2}{x} \to 0$ ، $\frac{\ln x}{x} \to 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

• **جدول التغيرات:**

x	0		1		2		α		$+\infty$
$g'(x)$	$\|$	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	$g(2)$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

$g(2) = 2 - 4\ln(2) \simeq -0,77$

$g(1) = 0 - 4\ln(1)$ (2)

$g(1) = 0$

• الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[3,5; 3,6]$

$g(3,5) \simeq -0,0110519$

$g(3,6) \simeq 0,076265$

لدينا: $g(3,5) \times g(3,6) < 0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]3,5; 3,6[$

2) **إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$:**

x	0		1		α		$+\infty$
$g(x)$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Toutaoui Abdelkader

صفحة 9

II

$D_f = [0 ; +\infty[$

$f(0) = 0$

$f(x) = x^2 + 2x - 4x\ln(x)$

1) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \dfrac{x^2 + 2x - 4x\ln x}{x}$

ح.ع.ت نزيلها :

$\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \left(x + 2 - 4\ln(x)\right) = +\infty$

إذن الدالة f لا تقبل الإشتقاق عند 0 من اليمين

(C_f) يقبل نصف مماس بوازي حامل محور التراتيب عند النقطة $(0, 0)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(x^2 + 2x - 4x\ln x\right)$

ح ع ت نزيلها

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \underbrace{x^2}_{+\infty}\left(1 + \underbrace{\frac{2}{x}}_{0} - 4x\underbrace{\frac{\ln x}{x^2}}_{0}\right)$

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$$

2) إثبات أنه من أجل كل $x > 0$:

$f'(x) = g(x)$:

الدالة f تقبل الإشتقاق على المجال $]0 ; +\infty[$ ومن أجل كل x من المجال $]0 ; +\infty[$:

$f'(x) = 2x + 2 - 4(\ln x + 1)$

$= 2x + 2 - 4 - 4\ln(x)$

$f'(x) = 2x - 2 - 4\ln(x)$

$$\boxed{f'(x) = g(x)}$$

إتجاه تغير الدالة f :

الدالة f متناقصة تماما على المجال $[1 ; \alpha]$ ومتزايدة تماما على المجالين $[0 ; 1]$ و $[\alpha ; +\infty[$

جدول التغيرات :

x	0		1		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↗	3	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

3) أ) لدينا : $f'(x) = g(x)$

$f''(x) = g'(x)$

$f''(x)$ تنعدم وتغير من إشارتها عند النقطة التي فاصلتها 2 إذن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف :

$A(2 ; f(2))$

$f(2) = 8 - 8\ln(2) \simeq 2{,}45$

ب) معادلة المماس (T) :

$(T) : y = f'(2)(x - 2) + f(2)$

$f'(2) = g(2) = 2 - 4\ln(2)$

$(T) : y = (2 - 4\ln 2)(x - 2) + 8 - 8\ln(2)$

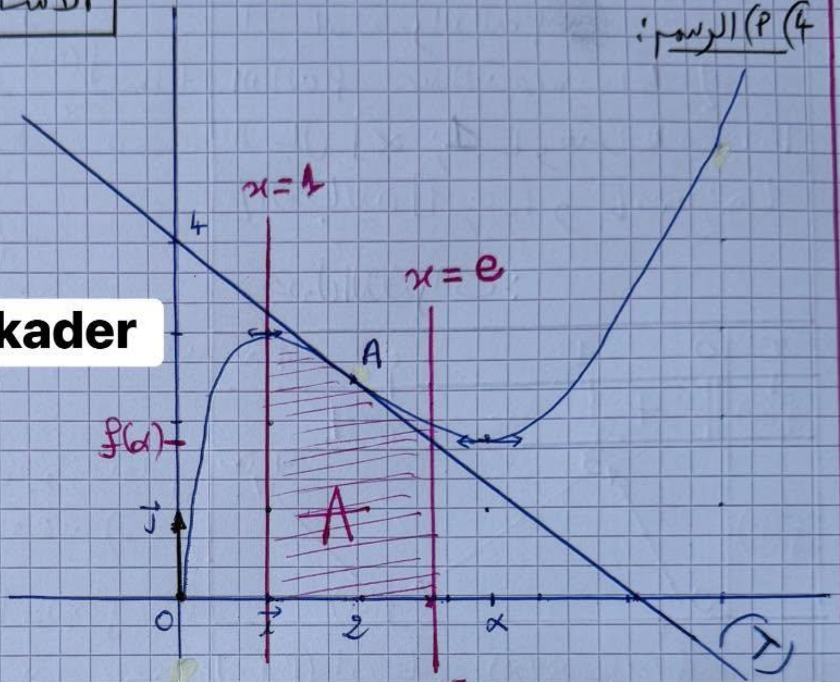
الصفحة 10

الأستاذ: عبد القادر

$(T): y = (2-4\ln 2)x - 4 + 8\ln 2 + 8 - 8\ln 2$

$$\boxed{(T): y = (2-4\ln 2)x + 4}$$

4) أ) الرسم:



ب) $m \in \left]f(\alpha); 3\right[$

5) أ) نضع: $u(x)=\ln x$ ومنه $u'(x) = \frac{1}{x}$

ونضع $v'(x) = x$ ومنه $V(x) = \frac{x^2}{2}$

$$\int_1^e x\ln x\,dx = \left[\frac{x^2\ln x}{2}\right]_1^e - \int_1^e \frac{1}{2}x\,dx$$

$$= \frac{e^2}{2} - \left[\frac{x^2}{4}\right]_1^e = \frac{e^2}{2} - \left(\frac{e^2}{4} - \frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{2e^2 - e^2 + 1}{4} = \frac{e^2+1}{4}$$

المساحة:

$$A = \int_1^e f(x)\,dx$$

$$A = \int_1^e (x^2 + 2x - 4x\ln x)\,dx$$

$$= \int_1^e (x^2+2x)\,dx - \int_1^e 4x\ln x\,dx$$

$$= \left[\frac{x^3}{3} + x^2\right]_1^e - 4 \times \int_1^e x\ln x\,dx$$

$$= \frac{e^3}{3} + e^2 - \frac{1}{3} - 1 - \cancel{4}\left(\frac{e^2+1}{\cancel{4}}\right)$$

$$= \frac{e^3}{3} + \cancel{e^2} - \frac{4}{3} - \cancel{e^2} - 1$$

$$\boxed{A = \left(\frac{e^3 - 7}{3}\right) (u\,A)}$$

باك 2026 / شعبة علوم تجريبية

الأستاذ: عبد القادر

الموضوع الثاني

صفحة 1

التمرين الأول:

قانون الاحتمال: $\frac{1}{10}+\alpha+2\alpha=1$

$$3\alpha = 1-\frac{1}{10}$$

$$3\alpha = +\frac{9}{10}$$

$$\boxed{\alpha = \frac{3}{10}}$$

عدد الكريات الحمراء هو 3

عدد الكريات الخضراء هو 1

عدد الكريات البيضاء هو 6.

II) A" الحصول على كرية حمراء واحدة فقط"

R $\overline{R}$ $\overline{R}$

$$P(A) = \frac{C_3^1 \times C_7^2}{C_{10}^3} = \frac{3\times 21}{120}$$

$$\boxed{P(A) = \frac{21}{40}}$$

B" الحصول على كريتين بالضبط من نفس اللون"

R R $\overline{R}$ أو B B $\overline{B}$

$$P(B) = \frac{C_3^2\times C_7^1 + C_6^2 \times C_4^1}{120} = \boxed{\frac{81}{120}}$$

$$P(C) = 1 - \frac{C_6^3 + C_3^3}{120} = 1 - \frac{21}{120}$$

$$\boxed{P(C) = \frac{33}{40}}$$

ب) الاحتمال الشرطي:

E" كريتين بيضاوين" و F" لا نحصل على كرة خضراء"

$$P_F(E) = \frac{P(E\cap F)}{P(F)} = \frac{\frac{C_6^2 C_3^1}{120}}{\frac{C_9^3}{120}} = \boxed{\frac{15}{28}}$$

2) $X \in \{1; 2, 3\}$

$$P(X=2) = \frac{C_3^2\times C_7^1 + C_6^2 \times C_4^1}{120} = \frac{27}{40}$$

$$P(X=1) = \frac{C_3^3 + C_6^3}{120} = \frac{7}{40}$$

$$P(X=3) = \frac{C_1^1 \times C_3^1 \times C_6^1}{120} = \frac{6}{40}$$

قانون الاحتمال

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{7}{40}$	$\frac{27}{40}$	$\frac{6}{40}$

الأمل الرياضياتي:

$$E(X) = \frac{7+54+18}{40} = \frac{79}{40}$$

التمرين الثاني:

1) $(-1+i\sqrt{3})^2 = (i\sqrt{3})^2 + 1^2 - 2i\sqrt{3}$

$$= -3+1-2i\sqrt{3}$$

$$(-1+i\sqrt{3})^2 = -2-2i\sqrt{3}$$

الجذران التربيعيان للعدد $-2-2i\sqrt{3}$ هما: $(-1+i\sqrt{3})$ أو $(1-i\sqrt{3})$

$$\text{Arg}(z_2) = \text{Arg}(\overline{z_1})$$
$$= -\text{Arg}(z_1)$$

$$\boxed{z_2 = 2\left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)}$$

l'avant (لاحظ)

$$z_3 = \sqrt{2}\,(1-i)$$
$$|z_3| = \sqrt{2} \times |1-i| = 2.$$
$$\text{Arg}(z_3) = -\frac{\pi}{4} + 2l\pi \quad (l \in \mathbb{Z})$$

$$\boxed{z_3 = 2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)}$$

(c

$$|L| = \left|\frac{z_1 \times z_3}{z_2}\right| = \frac{|z_1| \times |z_3|}{|z_2|}$$
$$|L| = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$
$$\text{Arg}(L) = \text{Arg}(z_1) + \text{Arg}(z_3) - \text{Arg}(z_2)$$
$$\text{Arg}(L) = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{3} + 2k'\pi \quad k' \in \mathbb{Z}$$
$$\text{Arg}(L) = \frac{13\pi}{12} + 2k'\pi$$
$$L = 2\left(\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{13\pi}{12}\right)\right)$$

$$z^2 + \alpha z + 4 = 0$$
$$(-1+i\sqrt{3})^2 + \alpha(-1+i\sqrt{3}) + 4 = 0$$
$$-2-2i\sqrt{3} + 4 = -\alpha(-1+i\sqrt{3})$$
$$2-2i\sqrt{3} = \alpha(1-i\sqrt{3})$$
$$2(1-i\sqrt{3}) = \alpha(1-i\sqrt{3})$$
$$\boxed{\alpha = 2}$$

$z^2 + 2z + 4 = 0$: الحل الآخر

$$z_2 = -1 + i\sqrt{3}$$
$$z_2 = -1 - i\sqrt{3}$$

(2)

$$z_1 = -1 + i\sqrt{3}$$
$$|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$$

نضع: $\text{Arg}(z_1) = \theta_1$

$$\begin{cases} \cos\theta_1 = -\frac{1}{2} \\ \sin\theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$
$$(k \in \mathbb{Z} \text{ مع}) \quad \theta_1 = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$$

$$z_1 = 2\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$z_2 = -1 - i\sqrt{3} = \overline{z_1}$$
$$|z_2| = |\overline{z_1}| = 2$$

صفحة 3

الشكل الجبري :

$$L=\frac{(-1+i\sqrt3)(\sqrt2)(1-i)}{-1-i\sqrt3}$$

$$L=\frac{\sqrt2(1-i\sqrt3)(1-i)(1-i\sqrt3)}{(1+i\sqrt3)(1-i\sqrt3)}$$

$$=\frac{\sqrt2\,(1-i)\,(1-i\sqrt3)^2}{1^2-(i\sqrt3)^2}$$

$$=\frac{\sqrt2\,(1-i)\,(1-3-2i\sqrt3)}{4}$$

$$=\frac{\sqrt2\,(1-i)\,(-2-2i\sqrt3)}{4}$$

$$=\frac{\sqrt2}{2}\,(1-i)\,(-1-i\sqrt3)$$

$$=\frac{\sqrt2}{2}\left(-1-i\sqrt3+i-\sqrt3\right)$$

$$=\frac{\sqrt2}{2}\left[(-\sqrt3-1)+i\,(1-\sqrt3)\right]$$

$$\text{①}\ \dots\ \boxed{L=\left(\frac{-\sqrt6-\sqrt2}{2}\right)+i\left(\frac{\sqrt2-\sqrt6}{2}\right)}$$

القيمة المضبوطة :

$$\text{②}\ \dots\ L=2\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right)+i\,2\sin\left(\frac{13\pi}{12}\right)$$

من ① و ② نجد :

$$2\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right)=\frac{-\sqrt6-\sqrt2}{2}$$

$$\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right)=-\left(\frac{\sqrt6+\sqrt2}{4}\right)$$

$$2\sin\left(\frac{13\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt2-\sqrt6}{2}$$

$$\sin\left(\frac{13\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt2-\sqrt6}{4}$$

التمرين 3 :

1) الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$

التبرير :

$$f(x)-x=\frac{-6x+2}{2x-3}-x$$

$$=\frac{-6x+2-2x^2+3x}{2x-3}$$

$$\boxed{f(x)-x=\frac{-2x^2-3x+2}{2x-3}}$$

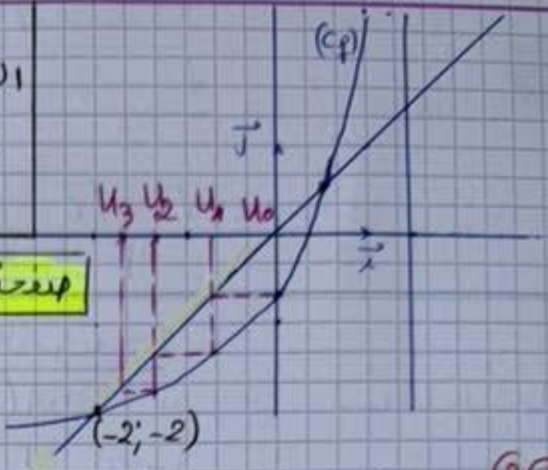
x	-2		0
$-2x^2-3x+2$	0	+	
$2x-3$		−	
$f(x)-x$	0	−	

إذن من أجل كل x من $[-2;0]$

$$f(x)-x\le 0$$

ب) التخمين:

المتتالية (U_n) متناقصة ومتقاربة نحو فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)



3) أ) $P(n): -2 < U_n \le 0$

لدينا: $-2 < 0 \le 0$

منه: $-2 < U_0 \le 0$ إذن: $P(0)$ محققة

ليكن $n \in \mathbb{N}$، نفرض أن $P(n)$ صحيحة

أي: $-2 < U_n \le 0$ ونبرهن أن $P(n+1)$

صحيحة أي: $-2 < U_{n+1} \le 0$

لدينا: $-2 < U_n \le 0$

بما أن f متزايدة تماما على $[-2;0]$

فإن: $f(-2) < f(U_n) \le f(0)$

$$-2 < U_{n+1} \le -\frac{2}{3} \le 0$$

ومنه $-2 < U_{n+1} \le 0$

$P(n+1)$ صحيحة إذن من أجل كل عدد طبيعي n: $-2 < U_n \le 0$

ب) اتجاه تغير المتتالية (U_n):

$$U_{n+1} - U_n = f(U_n) - U_n$$

صفحة 4

$$U_{n+1} - U_n = f(U_n) - U_n$$

$$U_{n+1} - U_n = \frac{-2U_n^2 - 3U_n + 2}{2U_n - 3}$$

$$U_{n+1} - U_n < 0$$

إذن (U_n) متناقصة تماما في $\mathbb{N}$

4)

$$V_{n+1} = \frac{4+2U_{n+1}}{1-2U_{n+1}} = \frac{4+2\left(\frac{-6U_n+2}{2U_n-3}\right)}{1-2\left(\frac{-6U_n+2}{2U_n-3}\right)}$$

$$V_{n+1} = \frac{4+\frac{-12U_n+4}{2U_n-3}}{1-\frac{-12U_n+4}{2U_n-3}} = \frac{\frac{8U_n-12-12U_n+4}{2U_n-3}}{\frac{2U_n-3+12U_n-4}{2U_n-3}}$$

$$V_{n+1} = \frac{-4U_n-8}{14U_n-7} = \frac{4U_n+8}{-14U_n+7}$$

$$V_{n+1} = \frac{2(2U_n+4)}{7(1-2U_n)}$$

لدينا: $V_{n+1} = \frac{2}{7}V_n$ ومنه (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{7}$ وحدها الأول

$$V_0 = \frac{4+2U_0}{1-2U_0} = 4$$

عبارة V_n بدلالة n:

$$\boxed{V_n = 4\left(\frac{2}{7}\right)^n}$$

ب) عبارة U_n بدلالة n: $V_n = \dfrac{4+2U_n}{1-2U_n}$

منه: $V_n(1-2U_n) = 4+2U_n$

$$V_n - 2V_nU_n = 4+2U_n$$

$$V_n - 4 = 2U_n + 2V_nU_n$$

$$V_n - 4 = U_n \times (2+2V_n)$$

$$U_n = \frac{V_n-4}{2V_n+2}$$

$$U_n = \frac{4\left(\frac{2}{7}\right)^n - 4}{2\times 4\left(\frac{2}{7}\right)^n+2} = \frac{4\left[\left(\frac{2}{7}\right)^n-1\right]}{2\times\left[4\left(\frac{2}{7}\right)^n+1\right]}$$

$$\boxed{U_n = \frac{2\left(\left(\frac{2}{7}\right)^n-1\right)}{4\left(\frac{2}{7}\right)^n+1}}$$

لدينا: $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{7}\right)^n = 0$

لأن: $-1 < \frac{2}{7} < 1$ ومنه:

$$\lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{2\left(\frac{2}{7}\right)^n-2}{4\left(\frac{2}{7}\right)^n+1}$$

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty} U_n = -2}$$

5) $W_n = \ln(V_n)$

$$W_{n+1}-W_n = \ln(V_{n+1}) - \ln(V_n)$$
$$= \ln\left(\frac{V_{n+1}}{V_n}\right)$$

لدينا: $W_{n+1}-W_n = \ln\left(\frac{2}{7}\right)$

منه (W_n) متتالية حسابية أساسها: $\ln\left(\frac{2}{7}\right)$ وحدّها الأول:

صفحة 5

$$W_0 = \ln(4)$$

نضع: $S_n = W_0+W_1+\dots+W_n$

$$S_n = \frac{(n+1)(W_0+W_n)}{2}$$

$$S_n = \frac{(n+1)\left(\ln 4+\ln 4+n\ln\left(\frac{2}{7}\right)\right)}{2}$$

$$S_n = \frac{(n+1)\left(2\ln 4+(\ln 2-\ln 7)n\right)}{2}$$

$$S_n = \frac{1}{2}(n+1)\left[4\ln 2+(\ln 2-\ln 7)n\right]$$

التمرين 4: $f(x) = 1+\dfrac{5-4e^x}{e^{2x}-1}$

حساب النهايات:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}(5-4e^x) = 5\\ \lim\limits_{x\to-\infty}(e^{2x}-1) = -1\end{cases}$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{5-4e^x}{e^{2x}-1}\right) = -4$$

التفسير الهندسي:

(C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل بجوار $-\infty$ معادلته $y=-4$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{5-4e^{x}}{e^{2x}-1}\right)$$

ح.ع.ت نزيلها:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{e^{x}(5e^{-x}-4)}{e^{2x}(1-e^{-2x})}\right)$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{\overset{\to 0}{e^{-x}}(5e^{-x}-4)}{\underbrace{1-e^{-2x}}_{\to 1}}\right)=1$$

صفحة 6

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل بجوار $+\infty$ معادلته $y=1$

إشارة $e^{2x}-1$:

$e^{2x}-1\leq 0$

$e^{2x}\leq 1$

$e^{2x}\leq e^{0}$

$2x\leq 0$

$x\leq 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$e^{2x}-1$	$-$	0	$+$

حساب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} f(x)$:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}(5-4e^{x})=1\\ \lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}(e^{2x}-1)=0^{-}\end{cases}$$

$$\lim_{x\overset{<}{\to}0} f(x)=\lim_{x\overset{<}{\to}0}\left(1+\frac{5-4e^{x}}{e^{2x}-1}\right)=-\infty$$

حساب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}(5-4e^{x})=5\\ \lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}(e^{2x}-1)=0^{+}\end{cases}$$

$$\lim_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=\lim_{x\overset{>}{\to}0}\left(1+\frac{5-4e^{x}}{e^{2x}-1}\right)=+\infty$$

(C_f) يقبل مستقيم مقارب لحامل محور التراتيب $x=0$:

P 2 الدالة f تقبل الإشتقاق على المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$

$$f'(x)=\frac{-4e^{x}(e^{2x}-1)-2e^{2x}(5-4e^{x})}{(e^{2x}-1)^2}$$

$$=\frac{-2e^{x}\left[2(e^{2x}-1)+e^{x}(5-4e^{x})\right]}{(e^{2x}-1)^2}$$

$$=\frac{-2e^{x}(2e^{2x}-2+5e^{x}-4e^{2x})}{(e^{2x}-1)^2}$$

$$=\frac{-2e^{x}(-2e^{2x}+5e^{x}-2)}{(e^{2x}-1)^2}$$

$$=\frac{+2e^{x}(2e^{2x}-5e^{x}+2)}{(e^{2x}-1)^2}$$

$$=\frac{2e^{x}(2e^{2x}-4e^{x}-e^{x}+2)}{(e^{2x}-1)^2}$$

$$=\frac{2e^{x}\left[2e^{x}(e^{x}-2)-(e^{x}-2)\right]}{(e^{2x}-1)^2}$$

$$\boxed{=\frac{2e^{x}(e^{x}-2)(2e^{x}-1)}{(e^{2x}-1)^2}}$$

صفحة 7

الموضوع II : التمرين 4 :

$$f'(x)=\frac{2e^{x}(e^{x}-2)(2e^{x}-1)}{(e^{2x}-1)^{2}}$$

إشارة $f'(x)$: من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$:

$e^{2x}>0$ و $(e^{2x}-1)^2>0$ إذن

إشارة $f'(x)$ من إشارة $(e^x-2)(2e^x-1)$

$e^x-2\geq 0$; $e^x-2<0$

$e^x\geq 2$; $e^x<2$

$x\geq \ln(2)$; $x<\ln(2)$

$2e^x-1\geq 0$; $2e^x-1<0$

$2e^x\geq 1$; $2e^x<1$

$e^x\geq \frac{1}{2}$; $x<-\ln(2)$

$x\geq -\ln(2)$

x	$-\infty$	$-\ln 2$		$\ln 2$	$+\infty$
e^x-2	$-$		$-$	0	$+$
$2e^x-1$	$-$	0	$+$		$+$
$(e^x-2)(2e^x-1)$	$+$	0	$-$	0	$+$

جدول إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$	$-\ln 2$		0		$\ln 2$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$

اتجاه تغير الدالة f :

الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;-\ln 2]$, $[\ln 2;+\infty[$

الدالة f متناقصة تماما على المجالين $[-\ln 2;0[$, $]0;\ln 2]$

$$f(\ln 2)=1+\frac{5-4e^{\ln 2}}{e^{2\ln 2}-1}$$

$$=1+\frac{5-8}{3}=0$$

$$f(\ln(\tfrac{1}{2}))=1+\frac{5-4(\frac{1}{2})}{\frac{1}{4}-1}$$

$$=1+\frac{+3}{-3/4}=1+\frac{3}{1}\times\frac{4}{-3}$$

$$f(\ln(\tfrac{1}{2}))=1-4=-3$$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		$-\ln 2$		0		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty$ $\|$ $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1

(3) من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$:

$$f(-x)+f(x)=1+\frac{5-4e^{-x}}{e^{-2x}-1}+1+\frac{5-4e^{x}}{e^{2x}-1}$$

$$f(-x)+f(x)=2+\frac{e^{2x}(5-4e^{-x})}{e^{2x}(e^{-2x}-1)}+\frac{5-4e^{x}}{e^{2x}-1}$$

$$=2+\frac{5e^{2x}-4e^{x}}{1-e^{2x}}+\frac{5-4e^{x}}{e^{2x}-1}$$

$$f(-x)+f(x)=2+\frac{5-4e^{x}-5e^{2x}+4e^{x}}{e^{2x}-1}$$

$$f(-x)+f(x)=2+\frac{5-5e^{2x}}{e^{2x}-1}$$

$$=2-\frac{5(e^{2x}-1)}{e^{2x}-1}=2-5$$

ومنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(-x)+f(x)=-3$

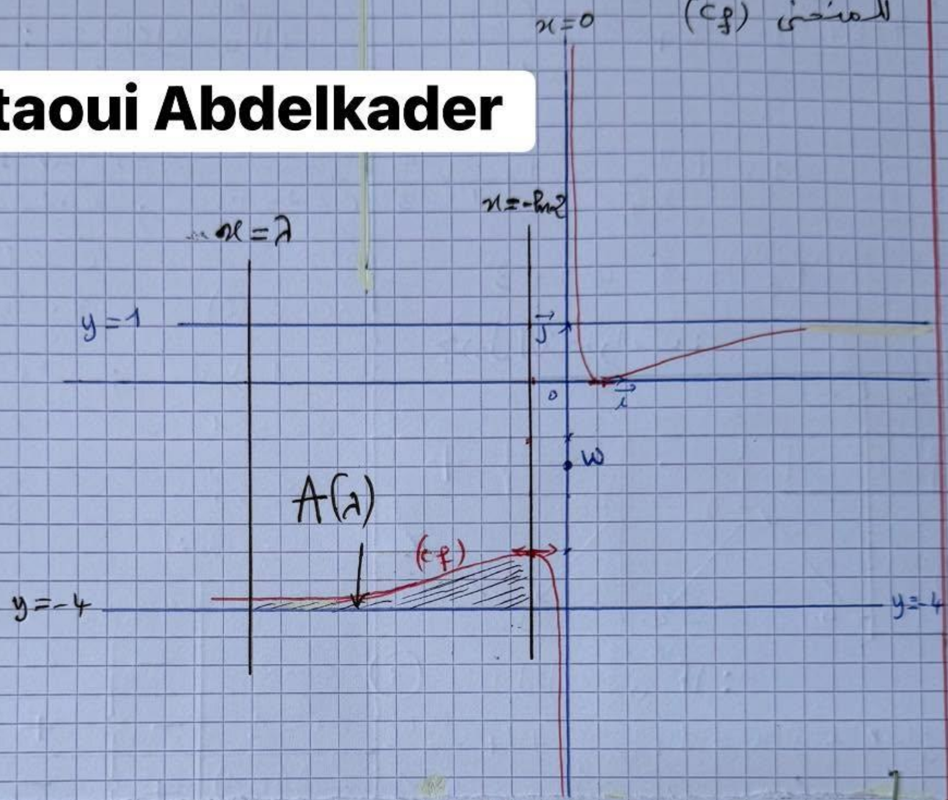
صفحة 8

لدينا : $f(-x)+f(x)=-3$

$f(2\alpha-x)+f(x)=2\beta$

منه النقطة $\omega\left(0;\frac{-3}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

Toutaoui Abdelkader



(P4)

$$-4+\frac{1}{2}\left(\frac{9e^{x}}{1+e^{x}}-\frac{e^{x}}{1-e^{x}}\right)=-4+\frac{1}{2}\times\left(\frac{9e^{x}(1-e^{x})-e^{x}(1+e^{x})}{(1-e^{x})(1+e^{x})}\right)$$

$$=-4+\frac{1}{2}\times\left(\frac{9e^{x}-9e^{2x}-e^{x}-e^{2x}}{1-e^{2x}}\right)$$

$$=-4+\frac{1}{2}\times\left(\frac{8e^{x}-10e^{2x}}{1-e^{2x}}\right)$$

$$=-4+\frac{4e^{x}-5e^{2x}}{1-e^{2x}}=1+\frac{4e^{x}-5e^{2x}}{1-e^{2x}}-5$$

$$-4+\frac{1}{2}\left(\frac{9e^{x}}{1+e^{x}}-\frac{e^{x}}{1-e^{x}}\right)=1+\frac{4e^{x}-\cancel{5e^{2x}}-5+\cancel{5e^{2x}}}{1-e^{2x}}=1+\frac{-5+4e^{x}}{-(e^{2x}-1)}$$

$$-4+\frac{1}{2}\left(\frac{9e^{x}}{1+e^{x}}-\frac{e^{x}}{1-e^{x}}\right)=1+\frac{5-4e^{x}}{e^{2x}-1}=f(x)$$

تابع

$$A(\lambda)=\int_{\lambda}^{\ln(\frac{1}{2})}(f(x)-y)\,dx=\int_{\lambda}^{\ln(\frac{1}{2})}\left(-4+\frac{1}{2}\left(\frac{9e^{x}}{1+e^{x}}-\frac{e^{x}}{1-e^{x}}\right)+4\right)dx$$

$$A(\lambda)=\int_{\lambda}^{\ln(\frac{1}{2})}\left(\frac{9}{2}\times\frac{e^{x}}{e^{x}+1}+\frac{1}{2}\times\frac{-e^{x}}{1-e^{x}}\right)dx=\left[\frac{9}{2}\ln(e^{x}+1)+\frac{1}{2}\ln(1-e^{x})\right]_{\lambda}^{\ln(\frac{1}{2})}$$

$$A(\lambda)=\left[\frac{9}{2}\ln(e^{\ln(\frac{1}{2})}+1)+\frac{1}{2}\ln(1-e^{\ln(\frac{1}{2})})\right]-\left[\frac{9}{2}\ln(e^{\lambda}+1)+\frac{1}{2}\ln(1-e^{\lambda})\right]$$

$$\boxed{A(\lambda)=\frac{9}{2}\times\ln\left(\frac{3}{2}\right)+\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{9}{2}\ln(e^{\lambda}+1)-\frac{1}{2}\ln(1-e^{\lambda})}\ (uA)$$

لدينا: $\lim_{\lambda\to-\infty}\ln(e^{\lambda}+1)=0$; $\lim_{\lambda\to-\infty}\ln(1-e^{\lambda})=0$

ومنه:

$$\boxed{\lim_{\lambda\to-\infty}A(\lambda)=\frac{9}{2}\ln\left(\frac{3}{2}\right)+\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{2}\right)}$$

5) g الدالة المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(\ln x)$

$$g(x)=1+\frac{5-4e^{\ln(x)}}{e^{2\ln(x)}-1}$$

$$g(x)=1+\frac{5-4x}{e^{\ln(x)^2}-1}$$

$$g(x)=1+\frac{5-4x}{x^2-1}$$

$$g(x)=\frac{x^2-1+5-4x}{x^2-1}$$

$$g(x)=\frac{x^2-4x+4}{x^2-1}$$

$$g(x)=\frac{(x-2)^2}{x^2-1}$$

اتجاه تغير الدالة g:

الدالة g تقبل الاشتقاق على $]1;+\infty[$

$$g'(x)=\frac{2(x-2)(x^2-1)-2x(x-2)^2}{(x^2-1)^2}$$

$$=\frac{(x-2)(2x^2-2-2x(x-2))}{(x^2-1)^2}$$

$$g'(x)=\frac{(x-2)(2x^2-2-2x^2+4x)}{(x^2-1)^2}$$

$$\boxed{g'(x)=\frac{(x-2)(4x-2)}{(x^2-1)^2}}$$

Toutaoui Abdelkader

$$g'(x) = \frac{(x-2)\ (4x-2)}{(x^2-1)^2}$$

إشارة $g'(x)$ على المجال $]1;+\infty[$:

من أجل كل x من $]1;+\infty[$:

$4x-2>0$ و $(x^2-1)^2>0$ إذن إشارة $g'(x)$ من إشارة $x-2$

x	1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1

صفحة 10

الدالة g متناقصة تماما على المجال $]1;2]$ ومتزايدة تماما على المجال $[2;+\infty[$

$g(2)=0$

النهايات :

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

$$\begin{cases} \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} (x-2)^2 = 1 \\ \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} (x^2-1) = 0^+ \end{cases}$$

$$\lim_{\substack{x \to 1 \\ >}} g(x) = +\infty$$