كل المعادلات التفاضلية في الفيزياء Bac 2026

كل المعادلات التفاضلية للدوال الأسية $y(t)$ تنتهي إلى : $\tau\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=y_{final}$

⇦ يمكنك من خلال المنحنى الأسي أن تعرف المعادلة التفاضلية والعكس يمكنك من المعادلة التفاضلية أن تعرف الشكل العام للمنحنى الأسي

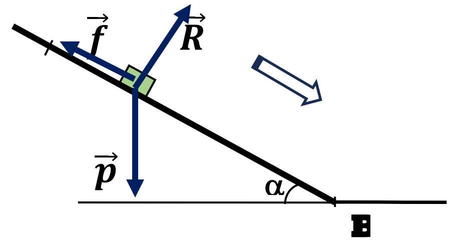
المعادلات ت – في الميكانيك

الميكانيك ❶ ① المعادلة ت بدلالة السرعة **v(t)** في السقوط الحقيقي ② بدلالة قوة الإحتكاك **f(t) =k v(t)**
③ بدلالة التسارع **a(t)** ④ بدلالة محصلة القوى $F(t)=\sum f=ma(t)$ ❷ بدلالة **v(t)** او **x(t)** في الحركات المستقيمة المتغيرة بانتظام .

1 – حركة جسم على مستو مائل مع وجود الإحتكاك : المعادلات التفاضلية في الحركات المستقيمة المتغيرة بانتظام المقصود منها **عبارة التسارع** : $a=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}$

❷ جسم يُترك (أو يدفع) (نزولا) على مستو خشن مائل بزاوية α .

نمثل القوى ⇦ قانون نيوتن 2 عليه ننتهي إلى عبارة التسارع :



$$\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}_G\Rightarrow\vec{P}+\vec{R}+\vec{f}=m\vec{a}_G\Rightarrow p\sin\alpha-f=ma$$

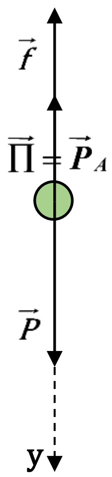
$$a=\frac{dv(t)}{dt}=\frac{d^2x(t)}{dt^2}=g\sin a-\frac{f}{m}$$

2 – قذيفة منحنية : القوة الوحيدة هي الثقل $\vec{p}=m\vec{g}$

قانون نيوتن 2 ⇦ $\vec{a}=\vec{g}$ ⇦ الإسقاط على المحورين ⇦ :

$$\begin{cases}a_x=\frac{dx^2}{dt^2}=0\\ a_y=\frac{dy^2}{dt^2}=\pm g\end{cases}$$

3 - السقوط الحقيقي في الهواء بدافعة أرخميدس أو بدونها :



① بدلالة **v(t)** في الهواء : نعتبر قوة الإحتكاك مع الهواء **f (t) = k v(t)**

① تمثيل القوى ⇦ قانون نيوتن $\sum\vec{f}=m\vec{a}$ ومنه $\vec{P}+\vec{\Pi}+\vec{f}=m\vec{a}$

② و بالإسقاط والتعويض نجد $mg-\rho_{air}v_sg-k\,v(t)=m\frac{dv(t)}{dt}$

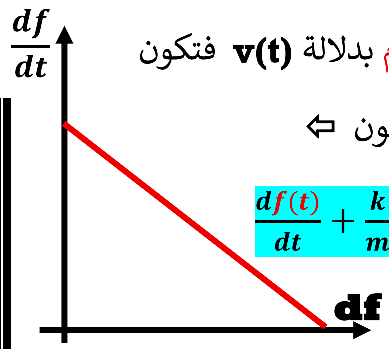
③ نرتب الحساب ننتهي إلى $\frac{dv(t)}{dt}+\frac{k}{m}v(t)=g\left(1-\frac{\rho_{air}V_s}{m}\right)$ ولأن : $\frac{V_s}{m}=\frac{1}{\rho_s}$

أو $\frac{dv(t)}{dt}+\frac{k}{m}v(t)=g\left(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$ شكلها الرياضي **y' + ay = b**

وبالشكل الذي تظهر فيه عبارة τ و القيمة النهائية : $\frac{m}{k}\frac{dv(t)}{dt}+v(t)=\frac{mg}{k}\left(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$

من الشكل : $\tau\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=y_{final}$ ⇦ $v_l=\frac{mg}{k}(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_s})$; $\tau=\frac{m}{k}$

حالة خاصة : دافعة أرخميدس مهملة : $\rho_{air}=0$ ⇦ $\frac{dv(t)}{dt}+\frac{k}{m}v(t)=g$



② بدلالة قوة الاحتكاك : f (t) = k v(t) : ① ننشئ أولا المعادلة التفاضلية الأم بدلالة **v(t)** فتكون

$\frac{dv(t)}{dt}+\frac{k}{m}v(t)=g(1-\frac{\rho_{qir}}{\rho_s})$ ⇦ ② نضرب جميع الاطراف في الثابت **k** فيكون ⇦

$\frac{dkv(t)}{dt}+\frac{k}{m}kv(t)=kg(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_s})$ ⇦ ③ ومنه $\frac{df(t)}{dt}+\frac{k}{m}f(t)=kg(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_s})$

شكلها الرياضي البياني **y + a x = b**

المعادلات التفاضلية بدلالة قوة الإحتكاك **f** و بدلالة التسارع **a** وبدلالة القوة المحصلة **F** لم تطرح من قبل

حالة خاصة دون دافعة أرخميدس : $\frac{df(t)}{dt}+\frac{k}{m}f(t)=kg$ أو $\frac{m}{k}\frac{df(t)}{dt}+f(t)=mg$

حلها أسي : $f(t)=mg\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حيث $\tau=\frac{m}{k}$

③ بدلالة التسارع a(t) في السقوط الحقيقي ⇦ نرجع الى م ت الأم بدلالة **v(t)** :

$\frac{dv(t)}{dt}+\frac{k}{m}v(t)=g(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_s})$ نجري الإشتقاق للطرفين ولا ننسى $\frac{dv(t)}{dt}=a(t)$

⇦ $\frac{da(t)}{dt}+\frac{k}{m}a(t)=0$ حلها الدالة الأسية المتناقصة : $a(t)=a_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ حيث التسارع الإبتدائي :

$a_0=g-\frac{\pi}{m}\le g$

④ بدلالة محصلة القوى $F(t)=m\,a(t)$: نرجع إلى م ت بدلالة التسارع $\frac{da(t)}{dt}+\frac{k}{m}a(t)=0$

⇦ نضرب الطرفين في الكتلة **m** ⇦ $\frac{dF(t)}{dt}+\frac{k}{m}F(t)=0$ حلها أسي : $F(t)=F_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ حيث F_0 محصلة القوة الإبتدائية $F_0=mg-\pi$ (في الحالة العامة)

الخلاصة نكتب م – ت على الشكل المفضل فيزيائيا : $\tau\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=y_{final}$

م ت بدلالة	م ت	الحل الأسي	المقداران المميزان	
v(t)	$\frac{m}{k}\frac{dv(t)}{dt}+v(t)=\frac{mg}{k}(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_s})$	$v(t)=v_l\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$	$v_l=\frac{mg}{k}(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_s})$	$\tau=\frac{m}{k}$
	$\frac{m}{k}\frac{dv(t)}{dt}+v(t)=\frac{mg}{k}$		$v_l=\frac{mg}{k}$	
f(t)	$\frac{m}{k}\frac{df(t)}{dt}+f(t)=mg(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_s})$	$f(t)=f_l\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$	$f_l=mg(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_s})$	
	$\frac{m}{k}\frac{df(t)}{dt}+f(t)=mg$		$f_l=mg$	
a(t)	$\frac{m}{k}\frac{da(t)}{dt}+a(t)=0$	$a(t)=a_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}$	$a_0=g-\frac{\pi}{m}$	
			$a_0=g$	
F(t)	$\frac{m}{k}\frac{dF(t)}{dt}+F(t)=0$	$F(t)=F_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}$	$F_0=mg-\pi$	
			$F_0=mg$	

5 ⇦ 7 موجه لخواص التلاميذ

المعادلات ت – في الدارة RC

1 بدلالة $U_C(t)$ 2 بدلالة $q(t)$ 3 بدلالة $i(t)$ 4 بدلالة $U_{R(eq)}(t)$ 5 بدلالة $U_{R(1)}$ حيث R_1 و R_2 على التسلسل أو التفرع 6 بدلالة $U_{C(1)}(t)$ حيث مكثفتان على التسلسل أو التفرع (التفرع مستبعد) 7* بدلالة الطاقة المخزنة $E_e(t)$ في المكثفة أثناء التفريغ . 8 بدلالة الاستطاعة $p(t)$ الناقل الأومي

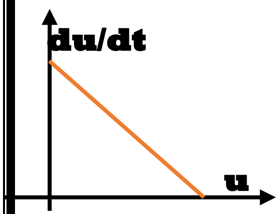
أولا : دارة عادية (مكثفة واحدة + مقاومة واحدة):

1 بدلالة U_C في حالة الشحن : نبدأ من قانون جمع التوترات $U_R(t) + U_C(t)=E$ ⇦

نغير $U_R(t)$ وفق الخطوات ① $U_R(t)= R \times i(t)$ ② $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ ③ $q(t) = C\,U_c(t)$

لننتهي إلى المعادلة $RC\frac{dU_C(t)}{dt} + U_c(t) = E$ أو $\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}U_c(t) = \frac{E}{\tau}$ شكلها الرياضي (البياني)

y + a x = b وهو مستقيم لا يمر بالمبدأ .



حالة خاصة : في حالة التفريغ نجعل **E = 0** فننتهي إلى م ت شبيهة إلا أنها صفرية

$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}U_c(t) = 0$.

2 بدلالة $q(t)$ وفي حالة الشحن : الخطوات ① قانون جمع التوترات ⇦ ② $\begin{cases} U_R(t) = R\,i(t) \\ U_c(t) = \frac{q(t)}{C} \end{cases}$ ⇦ ③

④ $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ ننتهي إلى المعادلة : $R\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E$ وفي النهاية $\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}q(t) = \frac{E}{R}$ شكلها الرياضي (البياني) **y + a x = b** وهو مستقيم لا يمر بالمبدأ .

حالة خاصة : في حالة التفريغ نجعل **E = 0** فننتهي إلى م ت شبيهة إلا أنها صفرية $\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}q(t) = 0$

تنبيه : إذا كانت مكثفتان على التسلسل فإن $q_{eq}(t) = q_1(t) = q_2(t)$ ومنه فإن م ت بدلالة $q_1(t)$ هي ذاتها م ت بدلالة $q_2(t)$ وهي ذاتها م . ت بدلالة $q_{eq}(t)$ وهي : $\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_{eq}}q(t) = 0$ حيث

$\tau_{eq} = RC_{eq}$

3 بدلالة $i(t)$ في حالة الشحن : الخطوات ① ق ج ت ⇦ ② $U_R(t)= R \times i(t)$ و $U_c(t) = \frac{q(t)}{C}$

لتكون المعادلة $Ri(t) + \frac{q(t)}{C} = E$ ③ نشتق الطرفين بالنسبة إلى الزمن لتكون $R\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dq(t)}{dt} = 0$

معناه $R\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}i(t) = 0$ والخلاصة : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{RC}i(t) = 0$ وهي بيانا مستقيم يمر بالمبدأ

أما في حالة التفريغ نجعل أولا **E =0** إلاّ أننا ننتهي إلى نفس م ت ويكمن الاختلاف في الشروط الابتدائية . في الشحن عندما **t =0** فإن **i = i₀** وفي التفريغ يكون **i = -i₀** .

عدة نواقل أومية: **R₁ ; R₂**

في التسلسل 1 $Req = R_1 + R_2$ 2 $U_{eq} = U_1 + U_2$

وعند تفرع التيار فإن: 1 $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ 2 $U_{eq} = U_1 = U_2$

⇦ فيما يلي من الدارة **RC** موجه لخواص التلاميذ

❹ بدلالة المقاومة المكافئة **$U_{R(eq)}$** إذا كان هناك عدة مقاومات في الدارة : ① نكتب م ت بدلالة **i(t)** كما فعلنا قريبا $\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{R_{eq}C}i(t)=0$ ثم نضرب الاطراف في **$R_{(eq)}$** لننتهي إلى $\frac{dU_R(t)}{dt}+\frac{1}{R_{eq}C}U_R(t)=0$

❺ بدلالة مقاومة جزئية **$U_{R(1)}$** على التسلسل ① نكتب المعادلة التفاضلية بدلالة **i(t)** كما فعلنا قريبا $\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{R_{eq}C}i(t)=0$ ثم نضرب جميع الاطراف في **$R_{(1)}$** لننتهي إلى $\frac{dU_{R(1)}(t)}{dt}+\frac{1}{R_{eq}C}U_{R(1)}(t)=0$

تنبيه : إذا كانت مقاومتان على التفرع (وهو مستبعد في **Bac**) فإن $U_{R(eq)}(t)=U_{R1}(t)=U_{R2}(t)$ ومنه فإن المعادلة التفاضلية بدلالة $U_{R(1)}(t)$ هي ذاتها المعادلة التفاضلية بدلالة $U_{R(2)}(t)$ وهي ذاتها المعادلة التفاضلية بدلالة $U_{R(eq)}(t)$ وهي: $\frac{dU_R(t)}{dt}+\frac{1}{R_{eq}C}U_R(t)=0$ حيث $\tau_{eq}=R_{eq}C$.

❻ بدلالة **$U_{C(1)}$** حيث المكثفتان على التسلسل : نعلم في حالة التسلسل $q_{eq}(t)=q_1(t)=q_2(t)$

① لهذا نحاول أن نكتب م ت بدلالة **$q_{eq}(t)$** المشتركة فنجد في حالة الشحن $\frac{dq(t)}{dt}+\frac{1}{\tau_{eq}}q(t)=\frac{E}{R}$

وهي ذاتها $\frac{dq_1(t)}{dt}+\frac{1}{\tau_{eq}}q_1(t)=\frac{E}{R}$ لأن **$q(t)=q_1$** ② نعلم أن **$q_1=C_1U_{C(1)}$** نعوض لتكون

$\frac{C_1dU_1(t)}{dt}+C_1\frac{1}{\tau_{eq}}U_1(t)=\frac{E}{R}$ وفي الأخير : $\frac{dU_1(t)}{dt}+\frac{1}{\tau_{eq}}U_1(t)=\frac{E}{C_1R}$

حيث $\tau_{eq}=RC_{eq}$ و $C_{eq}=\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}$

هناك طريقة مقيدة راجع العلاقات أو باك **2024** مغرب رياضي الدورة الأولى

❶ اكتب عبارة التوتر **u_1** بين طرفي المكثفة **C_1** بدلالة **C_1 ; C_2** و **u_2** (توتر المكثفة الأخرى) .

❷ ① أثبت $\frac{C_1\cdot E}{C_1+C_2}=\frac{du_2}{dt}\cdot\left(\frac{R_0\cdot C_1\cdot C_2}{C_1+C_2}\right)+u_2$.

② علما أن حل المعادلة التفاضلية من الشكل :

$u_2(t)=A(1-e^{-\alpha t})$ فعين عبارة **A** و α بدلالة المقادير المميزة للدارة .

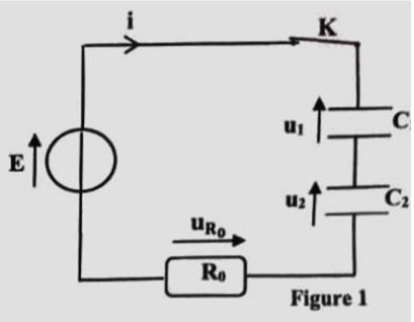


Figure 1

تنبيه : إذا كانت مكثفتان على التفرع (مستبعدة في **Bac**) فإن $U_{c(eq)}(t)=U_{c1}(t)=U_{c2}(t)$ ومنه فإن م ت بدلالة $U_{c(1)}(t)$ هي ذاتها م ت بدلالة $U_{c(2)}(t)$ وهي ذاتها م ت بدلالة $U_{c(eq)}(t)$

وهي: $\frac{dU_C(t)}{dt}+\frac{1}{\tau_{eq}}U_c(t)=\frac{E}{\tau_{eq}}$ حيث $\tau_{eq}=RC_{eq}$. وفي حالة التفريغ $\frac{dU_C(t)}{dt}+\frac{1}{\tau_{eq}}U_c(t)=0$

❼ بدلالة الطاقة **E_e** المخزنة في المكثفة أثناء التفريغ (مستبعدة) : ① نكتب المعادلة التفاضلية بدلالة **Uc** أو بدلالة **q(t)** لأنهما مرتبطان بالطاقة وفق العلاقة : $E(t)=\frac{1}{2}CU_C{}^2=\frac{1}{2}\frac{q(t)^2}{C}$. لنختار مثلا المعادلة التفاضلية بدلالة **Uc** أثناء التفريغ ننتهي إلى :

② نضرب الطرفين في **Uc** لتكون : $\frac{U_c dU_c(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}U_c^2(t)=0$ العلاقة ③ $\frac{dU_c(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}U_c(t)=0$

بين الطاقة والتوتر $E(t)=\frac{1}{2}CU_c^2(t)$ معناه $U^2(t)=\frac{2E(t)}{C}$ وبالاشتقاق

$2\frac{UdU}{dt}=\frac{2}{C}\frac{dE(t)}{dt}$ أو $\frac{UdU}{dt}=\frac{1}{C}\frac{dE(t)}{dt}$ نعوض في العبارة ② ليكون $\frac{1}{C}\frac{dE(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}\frac{2E(t)}{C}=0$ نضرب الاطراف

في **C** نجد أخيرا: $\frac{dE(t)}{dt}+\frac{2}{\tau}E(t)=0$

⑧ بدلالة الاستطاعة **p(t)** الناقل الأومي : **p(t)=R. i²(t)** لأن : $\begin{cases} p(t)=R\,.\,i(t)^2 \\ \frac{dp(t)}{dt}=2Ri(t)\frac{di(t)}{dt}\end{cases}$ نكتب م ت بدلالة التيار

i(t) لتكون : $\tau\frac{di(t)}{dt}+i(t)=0$ نضرب الطرفين في $2Ri(t)$ ⇦ $\tau\frac{dp(t)}{dt}+2\,p(t)=0$

شحن المكثفة		تفريغ المكثفة	
$u_C(t)=E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$	$\tau\frac{du_C}{dt}+u_C(t)=E$	$u_C(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}$	$\tau\frac{du_C}{dt}+u_C(t)=0$
$q(t)=q_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$	$\tau\frac{dq(t)}{dt}+q(t)=q_0$	$q(t)=q_0e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\tau\frac{dq(t)}{dt}+q(t)=0$
$i(t)=i_0e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\tau\frac{di(t)}{dt}+i(t)=0$	$i(t)=-i_0e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\tau\frac{di(t)}{dt}+i(t)=0$
$u_R(t)=Ri_0e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\tau\frac{du_R(t)}{dt}+u_R(t)=0$	$u_R(t)=-Ee^{-\frac{t}{\tau}}$	$\tau\frac{du_R(t)}{dt}+u_R(t)=0$
التسلسل **C₁ ; C₂**	$\tau_{eq}\frac{du_{C1}}{dt}+u_{C1}(t)=\frac{EC_2}{C_1+C_2}$ $u_{C1}(t)=u_{max}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$	جميع المعادلات التفاضلية في النووي أو في الكهرباء هكذا : $\tau\frac{dy}{dt}+y=y_f$ حلولها $y(t)=ae^{-\frac{t}{\tau}}+y_f$ فإذا عرفنا **final** توقعنا م – التفاضلية	

× R

التلاميذ المتوسطون يكفيهم ① و ② و ⑤ إن استطاعوا

المعادلات ت – في الدارة RL

① بدلالة **i(t)** ② بدلالة **U_R(eq) (t)** ③ بدلالة **U_R(1)** حيث **R₁** و **R₂** على التسلسل أو التفرع ④ بدلالة **U_r(t)** ⑤ بدلالة توتر الوشيعة **U_L(t)=U_b(t)** ⑥ بدلالة الطاقة **E_m** المخزنة في الوشيعة في حالة فتح القاطعة .

① بدلالة **i(t)** حالة إغلاق الدارة : ① نبدأ من ق ج ت : **U_R(t) + U_L(t)=E** ② نبدل **U_R(t)= R i(t)**

فتكون $U_L(t)=L\frac{di}{dt}+ri(t)$ $Ri(t)+L\frac{di}{dt}+ri(t)=E$ ثم $(R+r)i(t)+L\frac{di}{dt}=E$ وفي

النهاية : $i(t)+\tau\frac{di(t)}{dt}=i_0$ شكلها الرياضي البياني **y + a x = b** وهو مستقيم لا يمر من المبدأ

② بدلالة توتر الناقل الأومي المكافئ **U_R(t)** : ① ق ج ت ⇦ ② م ت بدلالة **i(t)** أي $i(t)+\tau\frac{di(t)}{dt}=i_0$

③ نضرب جميع الاطراف في **R_eq** ننتهي $U_R(t)+\tau\frac{dU_R(t)}{dt}=Ri_0=U_R(\max)$

③ بدلالة ناقل أومي جزئي **U_R(1)** على التسلسل ① نبدأ من م ت بدلالة **i(t)** المشتركة : $i(t)+\tau\frac{di(t)}{dt}=i_0$

② نضرب جميع الاطراف في **R₁** ننتهي إلى م ت : $U_{R(1)}(t)+\tau_{eq}\frac{dU_{R(1)}(t)}{dt}=R_1i_0$

تساؤل : إذا كانتا $R_1 ; R_2$ على التفرع ؟ الجواب : فيكون حينئذ $U_{R(eq)}(t) = U_{R1}(t) = U_{R2}(t)$ ومنه

فإن م ت بدلالة $U_{R(1)}(t)$ هي ذاتها م ت بدلالة $U_{R(2)}(t)$ وهي ذاتها المعادلة التفاضلية بدلالة

$U_{R(eq)}(t)$ وهي: $U_{R_{eq}}(t) + \tau_{eq}\frac{dU_{R_{eq}}(t)}{dt} = R_{eq}i_0$ حيث $\tau_{eq} = \frac{L}{R_{eq}}$.

④ بدلالة $U_r(t)$: نبدأ من المعادلة التفاضلية الأم : $i(t) + \tau\frac{di(t)}{dt} = i_0$ فنضرب طرفيها في r ننتهي الى

المعادلة : $U_r(t) + \tau\frac{dU_r(t)}{dt} = ri_0 = U_r(\max)$

⑤ المعادلة التفاضلية بدلالة $U_L(t)$: الطريق الأول :

① نكتب $i(t)$ و $\frac{di(t)}{dt}$ بدلالة $U_L(t)$: من قانون جمع التوترات فإن $\begin{cases} U_R(t) = E - U_L(t) \\ i(t) = \frac{U_R(t)}{R} \end{cases}$ ومنه

$i(t) = \frac{E-U_L(t)}{R} = \frac{E}{R} - \frac{1}{R}U_L(t)$ ..... (1) وبالاشتقاق $\frac{di(t)}{dt} = -\frac{1}{R}\frac{dU_L(t)}{dt}$ ..... (2)

② نكتب عبارة توتر الوشيعة : $U_L(t) = L\frac{di(t)}{dt} + ri(t)$ ③ نعوض عبارة (1) و (2) في عبارة

$U_L(t)$ ليكون $U_L(t) = -\frac{L}{R}\frac{dU_L(t)}{dt} + r\left(\frac{E}{R} - \frac{1}{R}U_L(t)\right)$ ④ نرتب الحساب ليكون :

$$\left(1 + \frac{r}{R}\right)U_L(t) + \frac{L}{R}\frac{dU_L(t)}{dt} = \frac{r}{R}E$$

نضرب في R ثم نقسم على $(R+r)$ لتكون : $U_L(t) + \tau\frac{dU_L(t)}{dt} = ri_0$ شكلها الرياضي البياني $y + a x = b$

طريقة أخرى : الخطوة ① نبدأ من م ت الأم $i(t) + \tau\frac{di(t)}{dt} = i_0$

الخطوة ② فنضرب طرفيها في R نجد م ت بدلالة U_R : $U_R(t) + \tau\frac{dU_R(t)}{dt} = Ri_0$

الخطوة ③ باستخدام قانون جمع التوترات نبدل : $\begin{cases} U_R(t) = E - U_L(t) \\ \frac{dU_R(t)}{dt} = -\frac{dU_l(t)}{dt} \end{cases}$ ليكون :

$$E - U_L(t) - \tau\frac{d(U_L(t))}{dt} = Ri_0 \rightarrow$$

$$U_L(t) + \tau\frac{d(U_L(t))}{dt} = E - Ri_0 = ri_0$$

⑤ بدلالة الطاقة المخزنة في الوشيعة في حالة فتح القاطعة : ① لأن الطاقة E_m مرتبطة بالتيار $i(t)$ نكتب أولا

م ت بدلالة التيار $i(t)$ في حالة الفتح انطلاقا من قانون جمع التوترات لنجد $i(t) + \tau\frac{di(t)}{dt} = 0$ ⇦ ②

نضرب الطرفين في $i(t)$ لتصبح : $i^2(t) + \tau\frac{i(t)di(t)}{dt} = 0$ ③ نرجع إلى علاقة الطاقة

$E_m(t) = \frac{1}{2}Li^2(t)$ ومنه ...(1) $i^2(t) = \frac{2E_m(t)}{L}$ ونجري الاشتقاق فتكون $2i(t)\frac{di}{dt} = \frac{2}{L}\frac{dE}{dt}$

أو ......(2) $i(t)\frac{di}{dt} = \frac{1}{L}\frac{dE}{dt}$

④ نعوض **(1)** و **(2)** في العبارة القريبة الصفرية : $\frac{2E_m(t)}{L} + \tau \frac{1}{L}\frac{dE}{dt} = 0$ نتخلص من **L** بالضرب في **L** ثم نرتب فننتهي إلى : $\frac{dE_m(t)}{dt} + \frac{2}{\tau}E_m(t) = 0$

أمّ المعادلات ت

$$i(t) + \tau\frac{di(t)}{dt} = i_0$$

$\times R$: $U_R(t) + \tau\frac{dU_R(t)}{dt} = Ri_0$

$\times r$: $U_r(t) + \tau\frac{dU_r(t)}{dt} = ri_0$

$U_L(t) + \tau\frac{dU_L(t)}{dt} = ri_0$

$U_R(t) = E - U_l(t)$

$\times i$ فتح القاطعة فقط : $\frac{dE_m(t)}{dt} + \frac{2}{\tau}E_m(t) = 0$

المعادلات ت — في النووي

النووي : ❶ بدلالة **N(t)** الأنوية المتبقية أو النشاط الإشعاعي **A(t)** ❷بدلالة **N_d(t)** (الأنوية المتفككة) ❸ بدلالة **m_d (t)** الكتلة المتفككة .

❶ المعادلة التفاضلية بدلالة **N(t)** : نبدأ من قانون التناقص الأسي للأنوية المتبقية $N(t) = N_0e^{-\lambda t}$

فنجري الاشتقاق بالنسبة إلى الزمن ليكون $\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda\left(N_0e^{-\lambda t}\right) = -\lambda N(t)$ وفي النهاية

$\frac{dN(t)}{dt} + \lambda N(t) = 0$ وبنفس الطريقة نجد المعادلة التفاضلية بدلالة النشاط **A(t)** للأنوية المتبقية .

❷ ثانيا : بدلالة الانوية المتفككة : $N_d(t) = N_0 - N(t) = N_0 - N_0e^{-\lambda t} = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$

نجري الاشتقاق على العبارة $N_d(t) = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$

لتكون $\frac{dN_d(t)}{dt} = \lambda\left(N_0e^{-\lambda t}\right) = \lambda N(t) = \lambda\left(N_0 - N_d(t)\right)$

والخلاصة $\frac{dN_d(t)}{dt} = -\lambda N_d(t) + \lambda N_0$ شكلها البياني $\frac{dN_d(t)}{dt} = f\left(N_d(t)\right)$ من النوع **y = a x + b**

حيث: **a = - λ** و **b = λN_0=A_0** (دورة **2017** رياضي)

وبنفس الطريقة ننتهي إلى المعادلة التفاضلية بدلالة الكتلة المتفككة بدءا من قانون الكتلة المتفككة

$$m_d(t) = m_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

لننتهي الى : $\frac{dm_d(t)}{dt} = -\lambda m_d(t) + \lambda m_0$

القراءة البيانية في المعادلات التفاضلية النووي

ميل المستقيم ونقطة التقاطع	العبارة البيانية (مستقيم)	المعادلة التفاضلية على شكل بياني	بدلالة
$a=-\lambda=\frac{1}{\tau}$	$\frac{dN(t)}{dt}=a\,.N(t)$	$\frac{dN(t)}{dt}=-\lambda\,N(t)$	**N(t)**
	$\frac{dA(t)}{dt}=a\,.A(t)$	$\frac{dA(t)}{dt}=-\lambda\,A(t)$	**A(t)**
$a=-\lambda\ ;\ \ b=A_0=\lambda N_0$	$\frac{dN_d(t)}{dt}=a\,N_d(t)+b$	$\frac{dN_d(t)}{dt}=-\lambda\,N_d(t)+\lambda N_0$	**$N_d(t)$**
$a=-\lambda\ ;\ \ b=\lambda m_0$	$\frac{dm_d(t)}{dt}=a\,m_d(t)+b$	$\frac{dm_d(t)}{dt}=-\lambda\,m_d(t)+\lambda m_0$	**$m_d(t)$**

المعادلات التفاضلية في الإهتزازات الميكانيكية و الكهربائية

لا داعي إليها في دورة 26