

الاسم
الرقم
المدة: ثلاث ساعات ونصف
الدرجة: 600 درجة

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية والتعليم
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2026م
(الفرع العلمي)
الصفحة الأولى

(100 درجة)

الرياضيات:
أولاً: اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي، ثم انقلها إلى ورقة إجابتك:

(1) إن قيمة $\lim_{x \rightarrow 6} (x-5)^{\frac{1}{x-6}}$ هي:

أ	e^{-1}	ب	e^{-2}	ج	e	د	e^2
---	----------	---	----------	---	-----	---	-------

(2) ليكن التابع f المعرفة على R وفق $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - |2x|}{x^2 + |x|} & ; x \neq 0 \\ m & ; x = 0 \end{cases}$ إن قيمة m التي تجعل f مستمراً عند $x = 0$:

أ	+2	ب	+1	ج	-1	د	-2
---	----	---	----	---	----	---	----

(3) في تجربة برنولية إذا كان $E(X) = \frac{5}{3}$ و $V(X) = \frac{10}{9}$ فإن قيمة الوسيط n تساوي:

أ	3	ب	4	ج	5	د	6
---	---	---	---	---	---	---	---

(4) إذا علمت أن المستوي $P: 7x - 6y + 6z + 14 = 0$ يقطع الكرة $S: (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 25$ في دائرة فإن نصف قطر دائرة المقطع هو:

أ	4	ب	$3\sqrt{2}$	ج	2	د	$\sqrt{2}$
---	---	---	-------------	---	---	---	------------

(5) ليكن المستوي $P: x + y + z - 4 = 0$ وبفرض أن المستويين R, Q يتقاطعان في فصل مشترك معرف وسطيّاً

إن إحداثيات نقطة تقاطع المستويات الثلاثة هي: $d \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases} t \in R$

أ	$I(2, 1, 1)$	ب	$I(1, 3, 1)$	ج	$I(-1, -2, 1)$	د	$I(2, -2, 1)$
---	--------------	---	--------------	---	----------------	---	---------------

(6) في معلم متجانس (O, i, j, k) إذا كانت النفاط $A(2, 0, 0), B(0, 2, 0), C(0, 0, 3)$ فإن معادلة المستوي (ABC) هي:

أ	$x - y + 2z - 4 = 0$	ب	$3x + 3y + 2z - 6 = 0$	ج	$3x - 3y + 2z - 5 = 0$	د	$3x - y - z - 4 = 0$
---	----------------------	---	------------------------	---	------------------------	---	----------------------

(7) إذا كان $\arg(z) = \theta$ فإن قيمة θ التي تحقق المعادلة $\arg(1+i) + \arg(z^2) = \frac{\pi}{3}$ هي:

أ	$\frac{\pi}{24}$	ب	$\frac{\pi}{12}$	ج	$\frac{\pi}{8}$	د	$\frac{\pi}{6}$
---	------------------	---	------------------	---	-----------------	---	-----------------

(8) إذا كان $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2046$ فإن قيمة n هي:

أ	$n = 8$	ب	$n = 9$	ج	$n = 10$	د	$n = 11$
---	---------	---	---------	---	----------	---	----------

(9) ليكن f تباعاً اشتقاقياً على R ويحقق $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$ نعرف التابع g كما يأتي: $g(x) = f(x) + f(-x)$ عندئذ يكون $g'(x)$ تساوي:

أ	$2f'(x)$	ب	$2f'(-x)$	ج	0	د	1
---	----------	---	-----------	---	---	---	---

(10) ليكن $z = \frac{\cos \theta + i \sin \theta}{\cos \theta - i \sin \theta}$ الشكل الأسّي لـ z هو:

أ	$e^{-2i\theta}$	ب	$e^{-i\theta}$	ج	$e^{i\theta}$	د	$e^{2i\theta}$
---	-----------------	---	----------------	---	---------------	---	----------------

(120 درجة : لكل سؤال 40 درجة)

ثانياً: حل الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: ليكن التابع f المعرفة على $\{2\} \setminus R$ وفق $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ والمطلوب:

(1) أوجد $f'(x)$ ، ليكن التابع $g(x) = f(\sqrt{x})$ أوجد $g'(x)$.

(2) ادرس قابلية اشتقاق التابع $h(x) = f(|x|)$ عند $x = 0$.

الصفحة الثانية

- السؤال الثاني:** يحوي صندوق سنث كرات متماثلة مرقمة بالأرقام 4,4,4,2,2,0 نسحب من الصندوق كرتين معاً، والمطلوب: (1) ما احتمال أن يكون مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين يساوي (4)؟
 (2) ليكن X متحولاً عشوائياً يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين، عين قيم المتحول العشوائي X ونظم جدول القانون الاحتمالي له، وأوجد توقعه الرياضي.
السؤال الثالث: (1) مضلع منتظم عدد رؤوسه n ، جذ n ليكون عدد أقطاره يساوي نصف عدد أضلاعه.

$$(2) \text{ حل المعادلة } P_{n+3}^2 = 3 \binom{n+2}{2}$$

(180 درجة: لكل تمرين 60 درجة)

ثالثاً: حل التمارين الآتية:

التمرين الأول: (1) أثبت أن $\ln(x+1) \leq \sqrt{x}$ وذلك أياً كانت $x \in [0, +\infty[$.

(2) إذا كان f تابعاً معرفاً على R وفق $f(x) = 3^{\sin x}$ فاوجد $f'(\frac{\pi}{4})$.

(3) حل في R المعادلة $9^x = 3^{x+1} - 2$.

التمرين الثاني: لتكن المتتالية: $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة تدريجياً وفق: $u_0 = 1, u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 4$ والمطلوب:

(1) أثبت بالترجيح أن $1 \leq u_n \leq 12$.

(2) لتكن المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق: $v_n = u_n - 12$ أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ هي متتالية هندسية عين أساسها q وحدها الأول v_0 ثم اكتب v_n بدلالة n .

(3) لتكن $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ اكتب S_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} S_n$.

التمرين الثالث: ليكن $a = -1, b = 2 + i\sqrt{3}, c = \bar{b}, d = 3$ والمطلوب:

(1) تحقق أن $(a-b) = e^{\frac{\pi}{3}}(a-c)$ واستنتج نوع المثلث ABC .

(2) أثبت أن النقطة D هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A, -1), (B, 2), (C, 2)$.

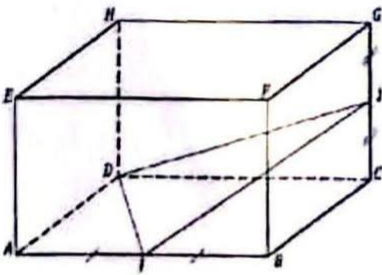
(3) جذ العدد العقدي m الممثل للنقطة M التي تجعل الشكل $ACDM$ متوازي أضلاع.

(4) لتكن المعادلة $E: z^2 + pz + q = 0$ عين العددين العقديين p, q ليكون a, b جذرين للمعادلة E .

(200 درجة لكل مسألة 100 درجة)

رابعاً: حل المسائلين الآتيتين:

المسألة الأولى: في الشكل المجاور $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات، ولناخذ المعلم المتجانس $(A; \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE})$



النقطة I هي منتصف $[AB]$ ، J منتصف $[CG]$ والمطلوب:

(1) جذ إحداثيات النقاط D, I, J ثم اكتب معادلة للمستوي (DIJ) .

(2) أثبت أن المثلث DIJ قائم في I واحسب مساحته ثم احسب $\cos(\widehat{DJI})$.

(3) احسب بُعد النقطة H عن المستوي (DIJ) واستنتج حجم الهرم $H - DIJ$.

(4) اكتب تمثيلاً وبيانياً للمستقيم d المار من H والعمودي على المستوي (DIJ) .

(5) اكتب معادلة الأسطوانة الناتجة من دوران المستطيل $ABFE$ حول (AB) دورة كاملة.

المسألة الثانية: ليكن التابع f المعرف على R وفق: $f(x) = e^{-x} + x - 2$

(1) ادرس تغيرات التابع، ونظم جدولاً بها.

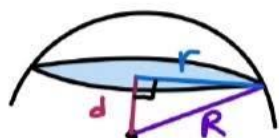
(2) أثبت أن المستقيم: $\Delta: y = x - 2$ مقارب مائل لـ C عند $-\infty$ وادرس الوضع النسبي لـ C مع Δ .

(3) ارسم كل مقارب وجنته وارسم C .

(4) احسب مساحة المنح المحصور بين C و Δ والمستقيمين $x = 0$ و $x = \ln 2$.

(5) استنتج عند حلول المعادلة $e^{-2x} + \frac{x}{e^x} - \frac{3}{2}e^{-x} = 0$

انتهت الأسئلة



[4] حسب فيثاغورث:

$$R^2 = r^2 + d^2$$

دائرة
كرة

حيث d هو بعد مركز الكرة عن المستوى:

$$\Omega(1, -2, 0)$$

$$d = \text{dist}(x, P) = \frac{|7+12+0+14|}{\sqrt{49+36+36}} = \frac{33}{\sqrt{121}} = \frac{33}{11} = 3$$

$$25 = r^2 + 9 \quad \text{نعوض:}$$

$$r^2 = 16 \Rightarrow r = 4 \quad \text{ج}$$

[5] نعوض المعادلات الوسيطة في معادلة المستوى:

$$(1+t) + (1) + (t) - 4 = 0$$

$$2t - 2 = 0 \Rightarrow t = 1$$

$$I(2, 1, 1) \quad \text{ج}$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad [6]$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \quad \times 6$$

$$3x + 3y + 2z - 6 = 0 \quad \text{ج}$$

$$\arg(1+i) + \arg(z^2) = \frac{\pi}{3} \quad [7]$$

$$\arg(\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}) + 2\arg(z) = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{4} + 2\theta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow 2\theta = \frac{\pi}{12}$$

$$\theta = \frac{\pi}{24} \quad \text{ج}$$

أولاً: الأسئلة المتوتمة

$$\lim_{x \rightarrow 6} (x-5)^{\frac{3}{6-x}} = 1^{\frac{\infty}{\infty}} \quad [1]$$

مالة عدم تعيين

$$f(x) = (x-5)^{\frac{3}{6-x}}$$

$$1+t = x-5 \quad \text{بفرض}$$

$$t = x-6$$

$$f(x) = (1+t)^{-\frac{3}{t}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 6} f(x) = \lim_{t \rightarrow 0} \left((1+t)^{\frac{1}{t}} \right)^{-3} = e^{-3} \quad \text{ج}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 2x}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-2}{x+1} = -2 \quad [2]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 + 2x}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+2}{x-1} = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \quad \text{شروط الاستمرار}$$

$$m = -2 \quad \text{ج}$$

$$E(x) = \frac{5}{3} \Rightarrow np = \frac{5}{3} \quad \text{--- (1)} \quad [3]$$

$$V(x) = \frac{10}{9} \Rightarrow n p (1-p) = \frac{10}{9}$$

$$\frac{5}{3} (1-p) = \frac{10}{9}$$

$$1-p = \frac{2}{3} \Rightarrow p = \frac{1}{3}$$

$$\frac{n}{3} = \frac{5}{3} \quad \text{نعوض في (1):}$$

$$n = 5 \quad \text{ج}$$

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot f'(\sqrt{x})$$

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{-3}{(\sqrt{x}-2)^2}$$

$$h(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & ; x \geq 0 \\ f(-x) & ; x < 0 \end{cases} \quad [2]$$

$$h'(x) = \begin{cases} f'(x) & ; x \geq 0 \\ -f'(-x) & ; x < 0 \end{cases}$$

$$h'(0^+) = f'(0) = \frac{-3}{(-2)^2} = \frac{-3}{4}$$

$$h'(0^-) = -f'(0) = \frac{3}{4}$$

$$h'(0^+) \neq h'(0^-)$$

فالتالي h غير اشتقاقي عند $x=0$.

السؤال الثاني:

[1] ليكن A الحدث: مجموع رقمي الكرتين = 4

$$P(A) = \frac{\binom{3}{1} \binom{1}{1}}{\binom{6}{2}} + \frac{\binom{2}{2}}{\binom{6}{2}} = \frac{4}{15}$$

$$X(\omega) = \{2, 4, 6, 8\} \quad [2]$$

$$P(X=2) = \frac{\binom{1}{1} \binom{2}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{2}{15}$$

$$P(X=4) = P(A) = \frac{4}{15}$$

$$P(X=6) = \frac{\binom{2}{1} \binom{3}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{6}{15}$$

$$P(X=8) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{6}{2}} = \frac{3}{15}$$

$$S = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n \quad [8]$$

$$= (2) \frac{1-2^{n+1}}{1-2} = 2(2^{n+1}-1) = 2^{n+1}-2$$

$$\Rightarrow 2^{n+1}-2 = 2046$$

$$2^{n+1} = 2048$$

$$2^n = 1024$$

$$2^n = 2^{10} \Rightarrow \boxed{n=10} \quad [8]$$

$$g'(x) = f'(x) - f'(-x) \quad [9]$$

$$= \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+(-x)^2}$$

$$= \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2} = \boxed{0} \quad [9]$$

$$z = \frac{\cos \theta + i \sin \theta}{\cos(-\theta) + i \sin(-\theta)} = \frac{e^{i\theta}}{e^{-i\theta}} \quad [10]$$

$$= e^{2i\theta} >$$

ثانياً: السؤال الأول:

[1] f اشتقاقي على $\mathbb{R} \setminus \{2\}$:

$$f'(x) = \frac{(1)(x-2) - (1)(x+1)}{(x-2)^2} = \frac{-3}{(x-2)^2}$$

$$g(x) = f(\sqrt{x})$$

g اشتقاقي على الشطين:

$$x > 0$$

$$\sqrt{x} \neq 2$$

>

أي g اشتقاقي على المجال $]0, 4[\cup]4, +\infty[$

ثالثاً: التمرين الأول:

[1] ليكن f الناتج المتعرف على $[0, +\infty[$

$$f(x) = \ln(1+x) - \sqrt{x} \quad \text{دقق}$$

و استقامتي على المجال $]0, +\infty[$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{2\sqrt{x} - x - 1}{2(1+x)\sqrt{x}}$$

$$= \frac{-(x - 2\sqrt{x} + 1)}{2(1+x)\sqrt{x}} = \frac{-(\sqrt{x}-1)^2}{2(1+x)\sqrt{x}} \leq 0$$

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	0	—
$f(x)$	0	→

من جدول الاطراد نلاحظ أن $f(x) \leq 0$

$$\ln(1+x) - \sqrt{x} \leq 0 \quad \text{وبالتالي}$$

$$\ln(1+x) \leq \sqrt{x} \quad \text{أي}$$

صحة أي كانت $x \in [0, +\infty[$

[2]

$$f(x) = 3^{\sin^2 x} = e^{(\sin^2 x) \cdot \ln 3}$$

ف استقامتي على \mathbb{R} :

$$f'(x) = (2 \ln 3 \sin x \cos x) e^{(\sin^2 x) \cdot \ln 3}$$

$$= (2 \ln 3 \sin x \cos x) \cdot 3^{\sin^2 x}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(2 \ln 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot 3^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{3} \cdot \ln(3)$$

x	2	4	6	8
$P(X=x)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{3}{15}$

$$E(X) = \sum x_i P_i$$

$$= \frac{4+16+36+24}{15} = \frac{80}{15} = \frac{16}{3}$$

السؤال الثالث:

$$\binom{n}{2} - n = \frac{1}{2}n \quad [1]$$

$$\binom{n}{2} = \frac{3}{2}n$$

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{3n}{2} \quad n \neq 0$$

$$n-1 = 3 \Rightarrow n = 4$$

$$P_{n+3}^2 = 3 \binom{n+2}{2} \quad [2]$$

شروط الحل:

$$\begin{cases} n+3 \geq 2 \\ n+2 \geq 2 \end{cases} \Rightarrow n \geq 0$$

$$(n+3)(n+2) = 3 \frac{(n+2)(n+1)}{2}$$

نقسم على $n+2 \neq 0$:

$$n+3 = \frac{3}{2}(n+1)$$

$$2n+6 = 3n+3$$

$$n = 3$$

فالتاليّة $(v_n)_{n \geq 0}$ هندسيّة أسّها $q = \frac{2}{3}$

$$v_0 = u_0 - 12 = -11$$

$$v_n = v_0 q^n$$

$$v_n = -11 \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

[3]

$$S_n = (v_0 + 12) + (v_1 + 12) + \dots + (v_n + 12)$$

$$= (v_0 + v_1 + \dots + v_n) + \underbrace{(12 + 12 + \dots + 12)}_{n+1 \text{ مرّة}}$$

$$= v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} + 12(n+1)$$

$$= -11 \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{1 - \frac{2}{3}} + 12n + 12$$

$$= -33 \left(1 - \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^n\right) + 12n + 12$$

$$S_n = 22 \left(\frac{2}{3}\right)^n + 12n - 21$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 0 + \infty = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0 \quad \text{حيث}$$

$$\cdot \quad -1 < \frac{2}{3} < 1 \quad \text{لأن}$$

$$q^x = 3^{x+1} - 2 \quad [3]$$

$$3^{2x} = 3 \cdot 3^x - 2$$

$$3^{2x} - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$$

$$(3^x - 1)(3^x - 2) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$\text{أي } 3^x = 1 \quad \text{بما}$$

$$3^x = 2 \quad \text{أو}$$

$$\ln(3^x) = \ln(2)$$

$$x \ln(3) = \ln(2)$$

$$x_2 = \frac{\ln 2}{\ln 3}$$

التمرين الثاني:

$$E(n): \quad 1 \leq u_n \leq 12 \quad [1]$$

من أجل $n=0$ لدينا

$$1 \leq u_0 = 1 \leq 12$$

$E(0)$ صحيحة .

تفرض صحة $E(n)$ ونبرهن صحة $E(n+1)$

$$\text{من الفرض } 1 \leq u_n \leq 12$$

$$\frac{2}{3} \leq \frac{2}{3} u_n \leq 8$$

$$\frac{14}{3} \leq \frac{2}{3} u_n + 4 \leq 12$$

$$1 \leq \frac{14}{3} \leq u_{n+1} \leq 12$$

$$1 \leq u_{n+1} \leq 12$$

$E(n+1)$ صحيحة

وبالتالي $E(n)$ صحيحة أيّا كان الحد الطبيعي $n \geq 0$

[2]

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 12$$

$$= \frac{2}{3} u_n - 8 = \frac{2}{3} (u_n - 12)$$

$$v_{n+1} = \frac{2}{3} v_n$$

$$\vec{AC} = \vec{MD} \quad [3]$$

$$c - a = d - m$$

$$m = a + d - c$$

$$m = (-1) + (3) - (2 - i\sqrt{3})$$

$$= 2 - 2 + i\sqrt{3}$$

$$m = i\sqrt{3}$$

$$r = -(a+b) = -1 - i\sqrt{3} \quad [4]$$

$$\varphi = ab = -2 - i\sqrt{3}$$

رابعاً: المسألة الأولى:

$$A(0,0,0), B(2,0,0) \Rightarrow I(1,0,0) \quad [1]$$

$$C(2,1,0), G(2,1,1) \Rightarrow J(2,1,\frac{1}{2})$$

$$D(0,1,0)$$

$$\vec{DI}(1, -1, 0), \vec{DJ}(2, 0, \frac{1}{2})$$

نبحث $\vec{n}(a, b, c)$ ناظم للتسوي (DIJ) :

$$\vec{n} \cdot \vec{DI} = 0 \Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a = b$$

$$\vec{n} \cdot \vec{DJ} = 0 \Rightarrow 2a + \frac{1}{2}c = 0$$

$$4a + c = 0 \Rightarrow c = -4a$$

نحرض $a=1$ فب $b=1$ و $c=-4$

$$\vec{n}(1, 1, -4)$$

$$a(x - x_I) + b(y - y_I) + c(z - z_I) = 0$$

$$(DIJ): x + y - 4z - 1 = 0$$

التربيع الثالث:

$$a = -1, b = 2 + i\sqrt{3}, c = 2 - i\sqrt{3}, d = 3$$

$$L_1 = a - b = -1 - (2 + i\sqrt{3}) \quad [1]$$

$$= -3 - i\sqrt{3}$$

$$L_2 = e^{i\frac{\pi}{3}}(a - c)$$

$$= (\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})(-1 - 2 + i\sqrt{3})$$

$$= (\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})(-3 + i\sqrt{3})$$

$$= -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}$$

$$= -3 - i\sqrt{3}$$

بساواة محضّة $L_1 = L_2$

$$\frac{a-b}{a-c} = e^{i\frac{\pi}{3}} \rightarrow \left| \frac{a-b}{a-c} \right| = 1$$

$$AB = AC$$

$$\arg\left(\frac{a-b}{a-c}\right) = \frac{\pi}{3}$$

$$(\vec{AC}, \vec{AB}) = \frac{\pi}{3}$$

$$\hat{BAC} = \frac{\pi}{3}$$

فالمثلث ABC متساوي الأضلاع.

[2] لتكن D مركز الأضلاع المتساوية للنقاط

$$(A, -1), (B, 2), (C, 2)$$

$$d' = \frac{-a + 2b + 2c}{-1 + 2 + 2} = \frac{1 + 4 + 2i\sqrt{3} + 4 - 2i\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{9}{3} = 3 = d$$

فالمحطة D مركز الأضلاع المتساوية للنقاط

$$(A, -1), (B, 2), (C, 2)$$

$$\vec{u} (1, 1, -4)$$

$$d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - 4t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

[5] محور الأسطوانة $(0; \vec{i})$

نصف قطر قاعدتها $r = AE = 1$

$$y^2 + z^2 = 1 ; 0 \leq x \leq 2$$

المسألة الثانية:

[1] f دالة مستمرة واشتقاقية على \mathbb{R} :

حالة عدم تعيين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty - \infty$

$$\begin{aligned} f(x) &= e^{-x} + x - 2 \\ &= e^{-x} (1 + x e^x) - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= (+\infty)(1+0) - 2 \\ &= +\infty \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$f'(x) = -e^{-x} + 1$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 = e^{-x}$$

$$x = 0$$

$$f(0) = 1 - 2 = -1$$

$$[4] DI^2 = \|(1, -1, 0)\|^2 = 1 + 1 + 0 = 2 \quad [2]$$

$$DJ^2 = \|(2, 0, \frac{1}{2})\|^2 = 4 + 0 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$

$$IJ^2 = \|(1, 1, \frac{1}{2})\|^2 = 1 + 1 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$DJ^2 = DI^2 + IJ^2 \quad \text{نلاحظ أنه}$$

فامتدت DIJ قائم في I .

$$S = \frac{1}{2} DI \cdot IJ = \frac{1}{2} (\sqrt{2}) \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$\begin{aligned} \vec{JI} \cdot \vec{JD} &= (-1, -1, -\frac{1}{2}) \cdot (-2, 0, -\frac{1}{2}) \\ &= 2 + 0 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4} \end{aligned}$$

$$\vec{JI} \cdot \vec{JD} = JI \cdot JD \cdot \cos(\widehat{DJ I})$$

$$\frac{9}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{17}}{2} \cdot \cos(\widehat{DJ I})$$

$$\cos(\widehat{DJ I}) = \frac{3}{\sqrt{17}}$$

$$H(0, 1, 1)$$

[3]

$$\text{dist}(H, DIJ) = \frac{|0 + 1 - 4 - 1|}{\sqrt{1 + 1 + 16}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{18}} = \frac{2 \cdot 2}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$V_{H-DIJ} = \frac{1}{3} S_{DIJ} \cdot h$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right) \cdot \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

$$e^{-2x} + \frac{x}{e^x} - \frac{3}{2} e^{-x} = 0 \quad [5]$$

نضرب الطرفين بـ $e^x > 0$:

$$e^{-x} + x - \frac{3}{2} = 0$$

$$e^{-x} + x - 2 = \frac{3}{2} - 2$$

$$f(x) = \frac{-1}{2}$$

نقاطح المستقيم $y = \frac{1}{2}$ مع الخط c

حي أنه يوجد نقطتا تقاطع

أي لصادلة **ملان** مختلفان.

انتهى الحل

أ.عبد الملك خير الله

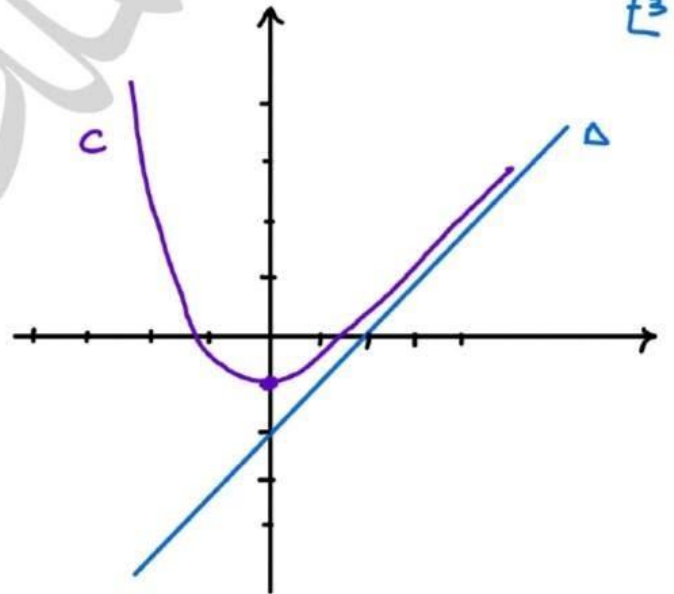
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0 \quad [2]$$

فالمستقيم y مقارب لائق للخط c في جوار $+\infty$.

$$f(x) - y = e^{-x} > 0$$

c فوق A .



$$S = \int_0^{\ln 2} (f(x) - y) dx \quad [4]$$

$$= \int_0^{\ln 2} e^{-x} dx = [-e^{-x}]_0^{\ln 2} = \frac{-1}{2} + 1$$

$$S = \frac{1}{2}$$