الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية: المجاهد بحياوة قدور-فاتيس

المستوى: 02 تقني رياضي — الموسم الدراسي: 2024/2025

الفرض الثاني للفصل الأول في مادة: الرياضيات — المدة: 01 ساعة

التمرين الأول: (03 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة ، عيّنه مع التبرير .

1/ f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 7x + 1$ ، الدالة f :

أ) متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ب) متناقصة تماما $\mathbb{R}$ ج) ليست رتيبة .

2/ g الدالة المعرفة على $]-\infty; 2[$ بـ: $g(x) = \frac{4x+5}{x-2}$ ، دالتها المشتقة g' معرفة بـ:

أ) $g'(x) = \frac{-13}{(x-2)^2}$ ب) $g'(x) = \frac{13}{(x-2)^2}$ ج) $g'(x) = \frac{9}{(x-2)^2}$.

3/ h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = x^3 - 2x^2 + 5$

(C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم ، معادلة المماس لـ (C_h) عند النقطة ذات الفاصلة 1 هي :

أ) $y = -x + 3$ ب) $y = -x - 5$ ج) $y = -x + 5$.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = ax^3 + bx^2 - 5$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث المنحنى (C_g) يقبل مماسا عند النقطة $A(-1; -4)$ معامل توجيهه هو 0.

2/ • نضع في مايلي : $a = 2$ و $b = 3$

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) = (x-1)(2x^2 + 5x + 5)$.

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $g(x) = 0$ ثمّ أدرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3+x+6}{x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -1$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

2/ هل الدالة f تقبل قيم حدية محلية ؟ برر اجابتك .

3/ أعط حصرا للدالة f على المجال $[-3; -2]$.

4/ أ[illegible] (C_f) [illegible] النقطة ذات الفاصلة 0

وفيق للجميع

التصحيح النموذجي للفرض الثاني الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى: 02 تقني رياضي

الأستاذ: بولغيتي عبد الرزاق.

* التمرين 01:

1/ ب) متناقصة تماما

2/ التبرير:

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة f' حيث:

$$f'(x) = -6x^2 + 6x - 7$$

$$\Delta = (6)^2 - 4(-6)(-7)$$

$$= 36 - 169 = -132 < 0$$

وعليه إشارة $f'(x)$ من إشارة $a = -6$

ومنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) < 0$

وعليه الدالة f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$

2/ أ) $g'(x) = \dfrac{-13}{(x-2)^2}$

التبرير:

الدالة g قابلة للاشتقاق على المجال $]-\infty; 2[$ ودالتها المشتقة هي:

$$g'(x) = \frac{4(x-2) - (4x+5)}{(x-2)^2}$$

$$= \frac{\cancel{4x} - 8 - \cancel{4x} - 5}{(x-2)^2}$$

$$= \frac{-13}{(x-2)^2}$$

3/ ج) $y = -x + 5$

التبرير: [illegible]

$$h'(x) = 3x^2 - 4x$$

$$h'(1) = -1$$

$$y = h'(1)(x-1) + h(1)$$

$$= -1(x-1) + 4$$

$$= -x + 1 + 4$$

$$= -x + 5$$

التمرين 02:

I) $g(x) = ax^3 + bx^2 - 5$

1/ تعيين العددين الحقيقيين a و b:

لدينا (C_g) يقبل مماسا عند النقطة $A(-1; -4)$ معامل توجيهه هو 0

أي $g'(-1) = 0$

لدينا: $g'(x) = 3ax^2 + 2bx$

ومنه $g'(-1) = 3a - 2b = 0$

ولدينا: $g(-1) = -4$

أي $-a + b - 5 = -4$

ومنه $-a + b = 1$

وعليه $\begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ -a + b = 1 \end{cases}$

ومنه $\begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ -3a + 3b = 3 \end{cases}$

بالجمع نجد: $b = 3$ ومنه $a = 2$

الأستاذ بولغيتي عبد الرزاق

www.dzex

* الأستاذ *
بولغيثي عبد الرزاق

2/

أ)

لدينا:

$$(x-1)(2x^2+5x+5)$$

$$= 2x^3+5x^2+5x-2x^2-5x-5$$

$$= 2x^3+3x^2-5 = g(x)$$

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $g(x)=0$

لدينا: $g(x)=0$

يكافئ $(x-1)(2x^2+5x+5)=0$

ومنه إما $\begin{cases} x-1=0 \\ 2x^2+5x+5=0 \end{cases}$ أو

ومنه $\begin{cases} x=1 \\ 2x^2+5x+5=0 \end{cases}$

$\Delta = 25-4(2)(5)$

$= 25-40 = -15 < 0$

وعليه المعادلة لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$

وعليه حلول المعادلة $g(x)=0$ هي:

$S = \{1\}$

- تعيين إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$	
$2x^2+5x+5$		$+$		$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II)

$$f(x) = \frac{x^3+x+6}{x+1}$$

1/

أ) الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}-\{-1\}$ ولأنها مشتقة f' حيث:

$$f'(x) = \frac{(3x^2+1)(x+1)-(x^3+x+6)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{3x^3+3x^2+x+1-x^3-x-6}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{2x^3+3x^2-5}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{g(x)}{(x+1)^2}$$

ب) استنتاج إتجاه تغير الدالة f:

لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R}-\{-1\}$:

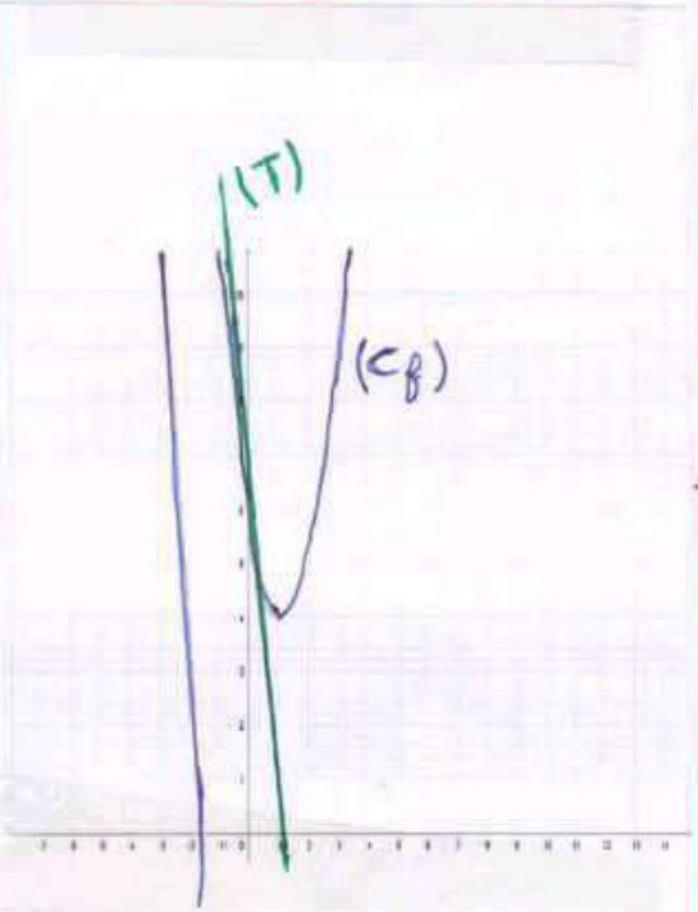
$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$$

وعليه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	

وعليه الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty;-1[$ و $]-1;1[$ ومتزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$

* الأستاذ * بولغيتي عبد الرزاق
* الأستاذ * بولغيتي عبد الرزاق



* جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$\|\|$ $-$	0	$+$
$f(x)$	↘	$\|\|$ ↘	4	↗

② / تمثل الدالة f تقبل قيمة حدية محلية صغرى هي 4 عند 1 .
التبرير : الدالة f تنعدم عند $x_0 = 1$ مع تغيير إشارتها .

③ / حصر الدالة f على المجال $[-3;-2]$:
لدينا من أجل كل $x \in [-3;-2]$
$$-3 \leq x \leq -2$$
والدالة f هنا متصلة ومتناقصة على المجال $[-3;-2]$ وعليه $f(-2) \leq f(x) \leq f(-3)$
ومنه $4 \leq f(x) \leq 12$

④ كتابة معادلة المماس (T) المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 :
$$(T) : y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$
$$(T) : y = -5x + 6$$

⑤ إنشاء (T) و (C_f)

www.dze