رقم الهاتف: 0550 47 22 35 / 023 71 54 63 فاكس: 023 71 54 67 Email: saitameur3@gmail.com

المستوى:الثانية رياضيات	نوفمبر 2024
فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات	المدة :2 سا

التمرين1

I) لتكن الدالة f المعرفة $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي : $f(x)=\frac{x}{x-1}$

1) تحقق أن من اجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$: $(fo\ f)(x)=x$ ثم استنتج $(fo\ fof)(2)$

II) ليكن (C_f)التمثيل البياني للدالة fفي المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) من اجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x)=a+\frac{b}{x-1}$
2) فكك الدالة f الى مركب دالتين بسيطتيين يطلب تعيينهما.
3) بإستعمال اتجاه تغير مركب دالتين، بين ان الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty;1[$ و $]1;+\infty[$.
ثم شكل جدول تغيراتها.
4) من اجل $(2-x)$ من $\mathbb{R}-\{1\}$ تحقق ان : $f(x)+f(2-x)=2$. فسر النتيجة هندسيا.
5) استنتج انه يمكن انشاء (C_f)انطلاقا من منحنى الدالة مقلوب، ثم انشئه.
6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $h(x)=|f(x)|$. (C_h) منحناها البياني في المعلم السابق.
أ) اكتب عبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.
ب) اشرح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f)، ثم أنشئه في المعلم السابق.

التمرين 2

ليكن $P(x)$ كثير حدود معرف بـ : $P(x)=(\alpha+5)x^4+(\alpha+1)x^2+3\alpha+5$

1) عين العدد α حتى يكون $P(x)$ كثير حدود من الدرجة الثانية.
2) عين العدد α حتى يكون العدد $\sqrt{2}$ جذرا لـ $P(x)$.
3) هل توجد قيمة للعدد α حتى يكون $P(x)$ كثير حدود معدوم ؟ برر
4) نضع $\alpha=-3$

ا) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x)=0$ ثم ادرس إشارة $P(x)$

ب) استنتج حلول المتراجحة : $-2+\frac{2}{x^2}>-\frac{4}{x^4}$ و اشارة العدد $P(\frac{2024}{1446})$

بالتوفيق.

تصحيح

التمرين الأول:

f دالة معرفة على R−{1} بـ: $f(x) = \frac{x}{x-1}$

أ- التحقق أن من أجل $x \in R-\{1\}$

$$(fof)(x) = x$$

$$(fof)(x) = x \quad = f\,[f(x)] = \frac{f(x)}{f(x)-1}$$

$$= \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x-1}-1} = \quad \frac{x}{x-1} \times \quad \frac{x-1}{1}$$

$$= x$$

استنتاج $(fofof)(2)$:

$$(fofof)(2) = ((fof)[f(2)]$$

$$= (fof)(2) = 2$$

II) – 1- تعين العددين الحقيقين a و b :

$f(x) = 1+ \frac{1}{x-1}$: R−{1} من x ومنه من أجل كل b= 1 ، a=1

2- تفكيك الدالة f إلى مركب دالتين u و v :

نضع : $f(x) = (uov)(x)$

حيث : $\begin{cases} U(x) = 1 + \frac{1}{x} \; ; Du = \mathrm{R}* \\ V(x) = x - 1 \; ; Dv = R \end{cases}$

$$Df = R - \{1\}$$

www.dzex

جدول تغيرات الدالة V :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
V(x)		0	

جدول التغيرات الدالة U :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
U(x)	↘	‖	↘

الدالة U متزايدة تماما على $]-\infty\ ;\ 1+[$

الدالة V متناقصة تماما على $]-\infty\ ;\ 0[$

إذا الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty\ ;\ 1+[$

الدالة V متزايدة تماما على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ و الدالة U متناقصة تماما على $]0\ ;\ +\infty[$ و منه f متناقصة تـ

جدول تغيرات الدالة f :

x		1		$+\infty$
				$-\infty$
f(x)	↘	‖	↘	

4- لدينا $R-\{1\}$:

$(2-x) \in$

$$f(2-x) + f(x) = 2$$

إذن : $\omega\ (1,1)$ مركز تناظر ل (Cf)

5- استنتج أنه يمكن رسم (Cf) إنطلاقا من منحنى الدالة مقلوب نضع : $K(x)= \frac{1}{x}$

لدينا :

$$f(x) = 1+ \frac{1}{x-1}$$

$$f(x) = K(x-1) +1$$

إذن (Cf) هو صورة منحنى الدالة المقلوب بإنسحاب شعاعه $V\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

6- $h(x) = |f(x)|$

$$H(x) = f(x); x \in]-\infty, 0\ ] \cup]\ 1\ , +\infty[$$

www.dzex

7- المنحنى (Ch) ينطبق على (Cf) في المجال $]-\infty, 0[\cup]1 , +\infty[$

المنحنى (Ch) يناظر (Cf) في $]0 ; 1[$ بالنسبة إلى محور الفواصل .

التمرين الثاني :

$$P(x) = (\alpha + 5)x^4 + (\alpha + 1)x^2 + 3\alpha + 5$$

1- P(x) كثير حدود من الدرجة الثانية إ.ف إ كان :

$$\left.\begin{array}{c} \alpha + 5 = 0 \\ \text{و} \\ \alpha + 1 \neq 0 \end{array}\right\}$$

منه : $\alpha = -5$

2-

$\sqrt{2}$ جذرا لـ P(x) معناه: $P(\sqrt{2}) = 0$

أي :

$$(\alpha + 5)(\sqrt{2})^4 + (\alpha + 1)(\sqrt{2})^2 + 3\alpha + 5 = 0$$

أي : $4(\alpha + 5) + 2(\alpha + 1) + 3\alpha + 5 = 0$

$$9\alpha + 27 = 0$$

و منه $\alpha = -3$

3- P(x) كثير الحدود معدوم معناه كل معاملاته معدومة أي :

$$\begin{cases} \alpha + 5 = 0 \\ \text{و} \\ \alpha + 1 = 0 \\ \text{و} \\ 3\alpha + 5 = 0 \end{cases} \quad \text{منه} \quad \begin{cases} \alpha = -5 \\ \text{و} \\ \alpha = -1 \\ \text{و} \\ \alpha = -5/3 \end{cases} \quad \text{و هذا مستحيل}$$

أي : لا توجد قيمة للعدد α حتى يكون P(x) كثير حدود معدوم

4- نضع : $\alpha = -3$

أ- $P(x) = 0$ معناه $2x^4 - 2x^2 - 4 = 0$

$x^4 - x^2 - 2 = 0$

يعني : $\begin{cases} t^2 - t - 2 = 0 \\ \text{و} \\ t = x \end{cases}$

$\Delta = 9$ إذن $\begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = -1 \end{cases}$

لما $t_1 = 2$ فإن $x^2 = 2$ منه $\begin{cases} x = \sqrt{2} \\ \text{أو} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$

لما $t_2 = -1$ فإن $x^2 = -1$ (مستحيلة)

إذن : $S = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$

$P(x) = (x^2 - 2)(x^2 + 1)$

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		$+\sqrt{2}$		$+\infty$
$x^2 - 2$	+	0	-	0	+		
$x^2 + 1$	+		+		+		
P(x)	+	0	-	0	+		

ب- $-\frac{4}{x^4} > -2 + \frac{2}{x^2}$ تكافئ بـ $x^4 - x^2 - 2 > 0$

أي : $x \in]-\infty ; -\sqrt{2}[\cup]\sqrt{2} ; +\infty[$

لأن : $P\left(\frac{2024}{1446}\right) < 0$

$\frac{2024}{1446} \in]-\sqrt{2} ; \sqrt{2}[$