ثانوية صديقي النوري – الجلفة | الموسم الدراسي: 2024–2025

الفرض الأول للفصل الأول

في: مادة الرياضيات

المستوى: ثانية هندسية مدنية | الأستاذ: قويسم الخليل

يوم: 29 أكتوبر 2024 | المدة: 59 دقيقة

التمرين 01 [05.00 نقطة]

I) α وسيط حقيقي، نعتبر كثير الحدود P_α المعرّف على $\mathbb{R}$ بـ: $P_\alpha(x) = -2x^3 + \alpha x^2 + 2x - 1$

[00.50] – عيّن قيمة α حتى يكون $\frac{1}{2}$ جذرا لـ P_α

II) نأخذ فيما يلي: $\alpha = 1$

[01.00] ❶ اوجد عبارة $Q(x)$ بحيث يكون من أجل كل x حقيقي: $P_1(x) = (2x-1)Q(x)$

[01.00] ❷ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P_1(x) = 0$

[01.00] ❸ حلّل $P_1(x)$ إلى جداء كثيرات حدود من الدرجة الأولى

[00.50] ❹ استنتج إشارة $P_1(x)$

[01.00] ❺ استنتج حلول المعادلة: $P_1(1-|x|)$

التمرين 02 [05.00 نقطة]

I) نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ $f(x)=\frac{3-x}{x-2}$، حيث a و b أعداد حقيقية، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

[00.50] ❶ عيّن العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل x يختلف عن 2 يكون: $f(x)=a+\frac{b}{x-2}$

[01.00] ❷ تحقق أنّ الدالة f هي مركب دالتين u و v يُطلب تعيينهما

[01.00] ❸ استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty;2[$ و $]2;+\infty[$، ثمّ شكل جدول تغيراتها

[00.50] ❹ بيّن أنّ النقطة $\Omega(2;-1)$ مركز تناظر لـ (C_f)

[01.00] ❺ اشرح كيف يمكن رسم (C_f)، ثمّ ارسمه

II) نعتبر الدالة φ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\varphi(x) = f(-|x|)$

[00.50] ❶ ادرس شفعية الدالة φ

[00.50] ❷ اشرح كيف يمكن رسم (Γ) منحنى الدالة φ انطلاقا من (C_f)، ثمّ ارسمه

(بدل أن تلعن الظلام... أوقد شمعة)

بالتوفيق

تصحيح مقترح للفرض

المستوى: ثانية هندسة مدنية
الأستاذ: قويســـــم الخليل

التمرين 01 [05.00 نقطة]

I) تعيين قيمة α حتى يكون $\frac{1}{2}$ جذرا لـ P_α :

لدينا: $\frac{1}{2}$ جذرا لـ P_α معناه: $P_\alpha\left(\frac{1}{2}\right)=0$

ومنه: $-2\left(\frac{1}{2}\right)^3+\alpha\left(\frac{1}{2}\right)^2+2\left(\frac{1}{2}\right)-1=0$

ومنه: $-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\alpha=0$

ومنه: $\frac{1}{4}\alpha=\frac{1}{4}$

ومنه: $\alpha=1$

II)

1) ايجاد عبارة $Q(x)$:

لدينا:

$-2x^3+x^2+2x-1$	$2x-1$
$-2x^3+x^2+2x-1$	$-x^2+1$
$2x-1$	
$2x-1$	
0	

وعليه: $P_1(x)=(2x-1)(-x^2+1)$

إذن: $Q(x)=-x^2+1$

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P_1(x)=0$:

لدينا: $P_1(x)=0$

تكافئ: $\begin{cases}2x-1\\ \text{أو}\\ -x^2+1=0\end{cases}$

ومنه: $\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\ \text{أو}\\ x^2=1\end{cases}$

ومنه: $\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\ \text{أو}\\ x=1\\ \text{أو}\\ x=-1\end{cases}$

إذن: $S_{P_1(x)=0}=\left\{-1;\frac{1}{2};1\right\}$

3) تحليل $P_1(x)$ إلى جداء كثيرات حدود من الدرجة الأولى:

$$P_1(x)=(2x-1)(-x^2+1)$$
$$=(2x-1)(1-x^2)$$
$$=(2x-1)(1-x)(1+x)$$

4) استنتاج إشارة $P_1(x)$:

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$2x+1$	$-$		$-$		0	$+$		$+$	
$Q(x)$	$-$	0	$+$		$+$		0	$-$	
$P_1(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0		$-$	

5) استنتاج حلول المعادلة: $P_1(1-|x|)$:

لدينا: $P_1(1-|x|)=0$

تكافئ: $\begin{cases}1-|x|=1\\ \text{أو}\\ 1-|x|=\frac{1}{2}\\ \text{أو}\\ 1-|x|=-1\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}|x|=0\\ \text{أو}\\ |x|=\frac{1}{2}\\ \text{أو}\\ |x|=2\end{cases}$

إذن:

$$S_{P_1(1-|x|)=0}=\left\{-2;-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2};2\right\}$$

التمرين 02 [05.00 نقطة]

I)

1) تعيين العددين الحقيقيين a و b :

من أجل كل x يختلف عن 2 لدينا:

$$f(x)=a+\frac{b}{x-2}=\frac{ax-2a+b}{x-2}$$

ومنه: $\begin{cases}a=-1\\ -2a+b=3\end{cases}$

ومنه: $\begin{cases}a=-1\\ b=1\end{cases}$

إذن:

$$f(x)=-1+\frac{1}{x-2}$$

2) التحقق أنّ الدالة f هي مركب دالتين u و v :

$$f(x)=-1+\frac{1}{x-2}=(u\circ v)(x)$$

حيث:

$$\begin{cases}u(x)=-1+\frac{1}{x}\\ v(x)=x-2\end{cases}$$

3) استنتاج اتجاه تغير الدالة f على $]-\infty;2[$ و $]2;+\infty[$:

لدينا: v متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

(لأن ... موجب تماما)

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$v(x)$		$\vdots$ 0	

لدينا: u متناقصة على $\mathbb{R}^*$

(لأنها الدالة مقلوب ناقص عدد)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$u(x)$			

◄ بما أنّ: v متزايدة على $I =]-\infty; -2[$

والدالة u متناقصة على $v(I)$

فإن: الدالة $f = u \circ v$ متناقصة على I

◄ بما أنّ: v متزايدة على $J = [-2; +\infty[$

والدالة u متناقصة على $v(J)$

فإن: الدالة $f = u \circ v$ متناقصة على J

إذن:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$			

❹ تبيين أنّ النقطة $\Omega(2; -1)$ مركز تناظر لـ (C_f) :

◄ لدينا: $x \in D_f$

معناه: $x \in \mathbb{R} - \{2\}$

ومنه: $x \neq 2$

ومنه: $-x \neq -2$

ومنه: $4 - x \neq 2$

ومنه: $(4 - x) \in \mathbb{R} - \{2\}$

إذن: $(4 - x) \in D_f$

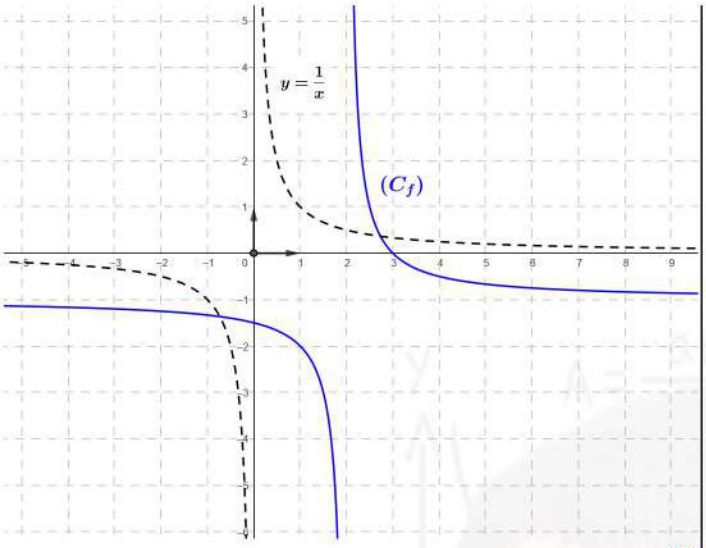
◄ ولدينا، من من أجل كل $x \in D_f$ و $(4 - x) \in D_f$:

$$f(4-x) + f(x) = -1 + \frac{1}{4-x-2} - 1 + \frac{1}{x-2}$$
$$= -2 + \frac{1}{-x+2} + \frac{1}{x-2}$$
$$= -2 - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-2}$$
$$= -2 = 2(-1)$$

إذن: النقطة $\Omega(2; -1)$ مركز تناظر لـ (C_f)

❺ شرح كيف يمكن رسم (C_f) :

(C_f) هو صورة منحنى الدالة مقلوب بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$



(II)

❶ دراسة شفعية الدالة φ:

لدينا: $D_\varphi = \mathbb{R}$

ومنه: من أجل كل $x \in D_\varphi$ فإنّ $(-x) \in D_\varphi$

ولدينا: من أجل كل $x \in D_\varphi$ و $(-x) \in D_\varphi$:

$$\varphi(-x) = f(-|-x|) = f(-|x|) = \varphi(x)$$

ومنه: φ زوجية

❷ شرح كيف يمكن رسم (Γ) φ انطلاقا من (C_f)، ورسمه:

$$\varphi(-x) = f(-|x|)$$
$$= \begin{cases} f(-x) & ; \quad x \geq 0 \\ f(x) & ; \quad x \leq 0 \end{cases}$$

ومنه: (Γ) على (C_f) لما: $x \leq 0$

وبما أنّ φ زوجية فإنّ (Γ) متناظر بالنسبة لحامل محور التراتيب

