الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية سطيف | الموسم الدراسي: 2025 / 2026

المستوى: الثانية رياضيات | ثانوية سليمان عميرات – بني ورتيلان -

الفرض الأول للثلاثي الثاني في مادة الرياضيات | المدة 🕘 : ساعتين | التاريخ : 2026/02/15

التمرين الاول

أحسب النهايات التالية

$$\lim_{|x|\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{4x^2-1}-2x}\ ;\ \lim_{x\to1}\frac{\sqrt{3x^2+1}-2}{\sqrt{x+3}-\sqrt{3x+1}}\ ;\ \lim_{x\to-1}\frac{x^3-x^2-5x-3}{x^3+(2-n)x^2+(1-2n)x-n}\quad n\in\mathbb{N}$$

التمرين الثاني :

صندوق u يحتوي على 6 كريات لا نفرق بينها عند اللمس , (03) كريات بيضاء تحمل كل منها العدد 0 ; 1 و 2 , و كرية حمراء تحمل العدد 3 و كريتان سوداوان تحمل كل منها العدد β و $\beta+1$ (حيث β عدد زوجي أكبر تماما من 2) . نسحب عشوائيا من الصندوق u كريتين على التوالي دون الارجاع

1. أنشئ مخططا مناسبا يبين جميع الإمكانيات المناسبة لهذه التجربة العشوائية
2. a) أحسب احتمال الاحداث التالية :

الحدث A " الحصول على كريتين من لونين مختلفين " الحدث B " الحصول على كريتين مجموع عدديهما عدد زوجي "

الحدث C " الحصول على كريتين سوداوان أو مجموع عدديهما زوجي فقط "

b) بين أن : $P(\overline{A}\cap B)=\frac{1}{15}$, ثم أحسب $P(\overline{A}\cup B)$

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب القيمة المطلقة للفرق بين العددين المتحصل عليها

3. a) ما هي القيم الممكنة لـ $X(\Omega)$, ثم عين قانون احتمال المتغير العشوائي X

b) بين أن : $E(X)=\frac{8\beta+3}{15}$. ثم عين قيمة العدد الحقيقي β التي تحقق $E(39X+1447)=1954$

c) أحسب $P\left(X^3-(2\beta+1)X^2+\left(\beta^2+2\beta-1\right)X+1-\beta^2=0\right)$

التمرين الثالث :

ABC مثلث كيفي مزود بالمعلم $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$.

لكل عدد حقيقي t من المجال $[0;1]$, نعرف النقطة G_t مرجح الجملة المثقلة $\{(A;t^2);(B;(1-t)^2);(C;2t(1-t))\}$

1. a) برر أن النقطة G_t موجودة مهما يكن $t\in[0;1]$

b) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي t من المجال $[0;1]$ فان : $\overrightarrow{AG_t}=(1-t)^2\overrightarrow{AB}+2t(1-t)\overrightarrow{AC}$, ثم استنتج احداثيي النقطة G_t بدلالة t

c) عين قيم العدد الحقيقي t التي من أجلها تنتمي النقطة G_t الى المستقيم ذي المعادلة $y=x$

d) بين أن مجموعة النقط G_t من المستوي لما t يمسح المجال $[0;1]$ منحنى معادلته $y=2(\sqrt{x}-x)$

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;1]$ بـ : $f(x)=2(\sqrt{x}-x)$

2. a) أدرس تغيرات الدالة f

b) استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي من أجلها تكون ترتيبة النقطة G_t أكبر ما يمكن (أعظمية)

نعرف النقطة D_t مرجح الجملة المثقلة $\{(B;(1-t));(C;2t)\}$

3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي t من المجال $[0;1]$ فان : $\overrightarrow{AG_t}=(1-t^2)\overrightarrow{AD_t}$, ثم أنشئ النقطتين $D_{\frac{1}{2}}$ و $G_{\frac{1}{2}}$
4. نعتبر (Γ_t) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\|t^2\overrightarrow{MA}+(1-t)^2\overrightarrow{MB}+2t(1-t)\overrightarrow{MC}\|=\frac{4(1-t)}{\ }\|(1-t)\overrightarrow{MB}+2t\overrightarrow{MC}\|$

تصحيح الفرض

2025/2026

التمرين الأول :

- حساب النهايات :

$$\lim_{x \to -1} \frac{\overset{\to 0}{x^3 - x^2 - 5x - 3}}{\underset{\to 0}{x^3 + (2-m)x^2 + (1-2m)x - m}} = \text{ح.ع.ت}$$

$$\begin{array}{l|l} x^3 - x^2 - 5x - 3 & x+1 \\ \cline{2-2} -x^3 - x^2 & x^2 - 2x - 3 \\ \cline{1-1} 0 - 2x^2 - 5x & \\ \quad 2x^2 + 2x & \\ \cline{1-1} \qquad -3x - 3 & \\ \qquad +3x + 3 & \\ \cline{1-1} \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} x^3 + (2-m)x^2 + (1-2m)x - m & x+1 \\ \cline{2-2} -x^3 - x^2 & x^2 + (1-m)x - m \\ \cline{1-1} 0 + (1-m)x^2 + (1-2m)x & \\ \quad (m-1)x^2 + (m-1)x & \\ \cline{1-1} \qquad 0 - mx - m & \\ \qquad\quad +mx + m & \\ \cline{1-1} \qquad\qquad 0 & \end{array}$$

ومنه :

$$\lim_{x \to -1} \frac{\cancel{(x+1)}(x^2 - 2x - 3)}{\cancel{(x+1)}(x^2 + (1-m)x - m)}$$

$$= \lim_{x \to -1} \frac{\overset{\to 0}{x^2 - 2x - 3}}{\underset{\to 0}{x^2 + (1-m)x - m}} = \text{ح.ع.ت}$$

نقوم مرة أخرى بتحليل البسط والمقام نجد :

$$= \lim_{x \to -1} \frac{\cancel{(x+1)}\overset{\to -4}{(x-3)}}{\cancel{(x+1)}\underset{\to -1-m}{(x-m)}} = \frac{4}{m+1}$$

صفحة الاستاذ

$$\lim_{x \to 1} \frac{\overset{\to 0}{\sqrt{3x^2+1} - 2}}{\underset{\to 0}{\sqrt{x+3} - \sqrt{3x+1}}} = \text{ح.ع.ت}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{\left(\sqrt{3x^2+1} - 2\right)\left(\sqrt{3x^2+1} + 2\right)\left(\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1}\right)}{\left(\sqrt{x+3} - \sqrt{3x+1}\right)\left(\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1}\right)\left(\sqrt{3x^2+1} + 2\right)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{\left((3x^2+1) - 2^2\right)\left(\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1}\right)}{\left[(x+3) - (3x+1)\right]\left(\sqrt{3x^2+1} + 2\right)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{\overset{\to 0}{(3x^2 - 3)\left(\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1}\right)}}{\underset{\to 0}{(-2x+2)\left(\sqrt{3x^2+1} + 2\right)}} = \text{ح.ع.ت}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{3\cancel{(x-1)}(x+1)\left(\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1}\right)}{-2\cancel{(x-1)}\left(\sqrt{3x^2+1} + 2\right)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{\overset{\to 24}{3(x+1)\left(\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1}\right)}}{\underset{\to -8}{-2\left(\sqrt{3x^2+1} + 2\right)}} = -6$$

* * *

$$\lim_{|x| \to +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - x}{\sqrt{4x^2-1} - 2x} = \text{ح.ع.ت}$$

حالة : $x \mapsto +\infty$:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+1} - x\right)\left(\sqrt{x^2+1} + x\right)\left(\sqrt{4x^2-1} + 2x\right)}{\left(\sqrt{x^2+1} + x\right)\left(\sqrt{4x^2-1} - 2x\right)\left(\sqrt{4x^2-1} + 2x\right)}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{1\left(\sqrt{4x^2-1} + 2x\right)}{-1\left(\sqrt{x^2+1} + x\right)}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{4x^2\left(1 - \frac{1}{4x^2}\right)} + 2x}{-\sqrt{x^2\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} + x}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{2x\sqrt{1 - \frac{1}{4x^2}} + 2x}{-x\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + x}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{2x\left(\sqrt{1 - \frac{1}{4x^2}} + 1\right)}{-}$$

حالة: $x \to -\infty$!

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{4x^2-1}-2x}$$ = ح.ع.ت

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\cancel{x}\left(\sqrt{1+\overset{\to 0}{\frac{1}{x^2}}}+1\right)}{-2\cancel{x}\left(\sqrt{1-\underset{0\leftarrow}{\frac{1}{4x^2}}}+1\right)}=\frac{-2}{-4}=\frac{1}{2}$$

التمرين الثاني:

صندوق به $\left(B_0\ B_1\ B_2\ R_3\ N_\beta\ N_{\beta+1}\right)$

① المخطط المناسب (جدول)

سحب ② / سحب ①	B_0	B_1	B_2	R_3	N_β	$N_{\beta+1}$
B_0	╳	B_0B_1	B_0B_2	B_0R_3	B_0N_β	$B_0N_{\beta+1}$
B_1	B_1B_0	╳	B_1B_2	B_1R_3	B_1N_β	$B_1N_{\beta+1}$
B_2	B_2B_0	B_2B_1	╳	B_2R_3	B_2N_β	$B_2N_{\beta+1}$
R_3	R_3B_0	R_3B_1	R_3B_2	╳	R_3N_β	$R_3N_{\beta+1}$
N_β	$N_\beta B_0$	$N_\beta B_1$	$N_\beta B_2$	$N_\beta R_3$	╳	$N_\beta N_{\beta+1}$
$N_{\beta+1}$	$N_{\beta+1}B_0$	$N_{\beta+1}B_1$	$N_{\beta+1}B_2$	$N_{\beta+1}R_3$	$N_{\beta+1}N_\beta$	╳

② حساب احتمال الحوادث :

$P(A)=\frac{22}{30}=\frac{11}{15}$

$P(B)=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$

الحادثة E: الحصول على كريتين ســداوين.

$P(C)=P(B\cup E)=P(B)+P(E)-\underbrace{P(B\cap E)}_{=0}$

$=\frac{12}{30}+\frac{2}{30}=\frac{14}{30}=\frac{7}{15}$

ⓑ بيان أن: $P(\bar{A}\cap B)=\frac{1}{15}$

$\bar{A}\cap B$: الحصول على كريتين من نفس اللون و مجموع عدديها زوجي

$\bar{A}\cap B=\{B_0B_2\ ;\ B_2B_0\}$

$P(\bar{A}\cap B)=\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$

حساب $P(\bar{A}\cup B)$:

$P(\bar{A}\cup B)=P(\bar{A})+P(B)-P(\bar{A}\cap B)$

$=\left(1-\frac{22}{30}\right)+\frac{12}{30}-\frac{2}{30}=\frac{18}{30}=\frac{3}{5}$

③ القيم الممكنة لـ X:

$X=\{1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\ \beta-3\ ;\ \beta-2,\ \beta-1,\ \beta,\ \beta+1\}$

1	2	3	$\beta-3$	$\beta-2$	$\beta-1$	β	$\beta+1$
$N_\beta N_{\beta+1}$ $N_{\beta+1}N_\beta$ B_0B_1 B_1B_0 B_1B_2 B_2B_1 B_2R_3 R_3B_2	B_0B_2 B_2B_0 B_1R_3 R_3B_1	B_0R_3 R_3B_0	$N_\beta R_3$ R_3N_β	$N_\beta B_2$ B_2N_β $N_{\beta+1}R_3$ $R_3N_{\beta+1}$	$N_\beta B_1$ B_1N_β $N_{\beta+1}B_2$ $B_2N_{\beta+1}$	$N_\beta B_0$ B_0N_β $N_{\beta+1}B_1$ $B_1N_{\beta+1}$	$N_{\beta+1}B_0$ $B_0N_{\beta+1}$

صفحة الأستاذ فغلول للرياضيات

- تعيين قانون الاحتمال

$P(X=1)=\frac{8}{30}$; $P(X=2)=\frac{4}{30}$

$P(X=3)=\frac{2}{30}$; $P(X=\beta-3)=\frac{2}{30}$

$P(X=\beta-2)=\frac{4}{30}$; $P(X=\beta-1)=\frac{4}{30}$

$P(X=\beta)=\frac{4}{30}$; $P(X=\beta+1)=\frac{2}{30}$

ⓑ بيان أن: $E(X)=\frac{8\beta+3}{15}$

$P\left(X^3-(2\beta+1)X^2+(\beta^2+2\beta-1)X+1-\beta^2\right)$

$= P(X=1)+P(X=\beta-1)+P(X=\beta+1)$

$= \frac{8}{30}+\frac{4}{30}+\frac{2}{30}=\frac{14}{30}=\frac{7}{15}$

حل التمرين الثالث :

بيان أن G_t موجودة مهما كان $t\in[0,1]$:

$t^2+(1-t)^2+2t(1-t)\neq 0$

$\cancel{t^2}+1^2+\cancel{t^2}-\cancel{2t}+\cancel{2t}-\cancel{2t^2}\neq 0$

$1^2\neq 0$

اذا مهما كان $t\in[0,1]$ فإن G_t موجودة

ⓑ بيان أن :

نستعمل علاقة [illegible] مباشرة

$\overrightarrow{AG_t}=\frac{(1-t)^2}{1}\overrightarrow{AB}+\frac{2t(1-t)}{1}\overrightarrow{AC}$

أو يمكن اثباتها :

G_t مرجح الجملة معناه

$t^2\overrightarrow{G_tA}+(1-t)^2\overrightarrow{G_tB}+(2t(1-t))\overrightarrow{G_tC}=\vec{0}$

أي : $t^2\overrightarrow{G_tA}+(1-t)^2\overrightarrow{G_tA}+(1-t)^2\overrightarrow{AB}$

$+(2t(1-t))\overrightarrow{G_tA}+(2t(1-t))\overrightarrow{AC}=\vec{0}$

أي : $(t^2+(1-t)^2+2t(1-t))\overrightarrow{G_tA}+(1-t)^2\overrightarrow{AB}$

$+2t(1-t)\overrightarrow{AC}=\vec{0}$

$1\overrightarrow{G_tA}+(1-t)^2\overrightarrow{AB}+2t(1-t)\overrightarrow{AC}=\vec{0}$

$\overrightarrow{AG_t}=(1-t)^2\overrightarrow{AB}+2t(1-t)\overrightarrow{AC}$

- احداثيي النقطة G_t :

$G_t\big((1$

$E(X)=\frac{1\times 8+2\times 4+2\times 3+(\beta-3)2+(\beta-2)4}{30}$

$+\frac{(\beta-1)4+\beta(4)+(\beta+1)2}{30}$

$=\frac{22+2\beta-6+4\beta-8+4\beta-4+4\beta+2\beta+2}{30}$

$=\frac{16\beta+6}{30}=\frac{2(8\beta+3)}{30}=\frac{8\beta+3}{15}$

- تعيين قيمة العدد الحقيقي β :

$E(39X+1447)=1954$

$39E(X)+\overset{\curvearrowright}{1447}=1954$

$39\left(\frac{8\beta+3}{15}\right)=507$

نحل المعادلة نجد : $\beta=24$

ⓒ حساب :

$P\left(X^3-(2\beta+1)X^2+(\beta^2+2\beta-1)X+1-\beta^2=0\right)$

نلاحظ أنه يوجد حل خاص هو 1 :

$$\begin{array}{l|l} X^3-(2\beta+1)X^2+(\beta^2+2\beta-1)X+1-\beta^2 & x-1 \\ \hline -X^3+X^2 & x^2-2\beta x \\ \hline -2\beta X^2+(\beta^2+2\beta-1)X & +\beta^2-1 \\ 2\beta X^2-2\beta X & \\ \hline (\beta^2-1)X+(1-\beta^2) & \\ (\beta^2-1)X+(1-\beta^2) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

نحل المعادلة

$X^2-2\beta X+\beta^2-1=0$

$\Delta=4\beta^2-4(\beta^2-1)=4$

ومنه ،

$X=\frac{2\beta-2}{2(1)}=\beta-1$

أو

$X=\frac{2\beta+2}{2}=\beta+1$

وبالتا

ⓒ قيم العدد الحقيقي t ؛

G_t تنتمي الى المستقيم $y=x$ معناه

$$2t(1-t) = (1-t)^2$$

أي : $2t(1-t) - (1-t)^2 = 0$

$(1-t)(2t-(1-t)) = 0$

ومنه : $t = \frac{1}{3}$ أو $t = 1$ ..

ⓓ مجموعة النقط :

$$\begin{cases} x = (1-t)^2 & ① \\ y = 2t(1-t) & ② \end{cases}$$

من العلاقة ① لدينا ،

أي $x = (1-t)^2$ $\sqrt{x} = \underbrace{|(1-t)|}_{\geq 0}$

أي $t = 1-\sqrt{x}$ ....

نعوض t في y أو العلاقة ② ؛

$y = 2(1-\sqrt{x})(\underbrace{\cancel{1-1}}_{0}+\sqrt{x})$

$y = 2(\sqrt{x} - x)$

وبالتالي مجموعة النقط هي منحنى معادلته : $y = 2(\sqrt{x}-x)$

ⓔ دراسة تغيرات الدالة f

$f'(x) = 2\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - 1\right) = \frac{1}{\sqrt{x}} - 2$ مع $x \neq 0$

ندرس اشارة المشتقة ؛

$f'(x) = 0$ معناه : $\frac{1}{\sqrt{x}} - 2 = 0$ مع $x \neq 0$

أي : $\frac{1}{\sqrt{x}} = 2$ أي $\sqrt{x} = \frac{1}{2}$ أي $x = \frac{1}{4}$

جدول التغيرات ؛

x | 0 $\frac{1}{4}$ 1

- استنتاج قيمة العدد الحقيقي t :

قيمة حدية عظمى للدالة f هي $\frac{1}{2}$ من

أجل $x = \frac{1}{4}$ ومنه $(1-t)^2 = \frac{1}{4}$

أي $\sqrt{(1-t)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ أي $\boxed{1-t} = \frac{1}{2}$ ≥ 0

أي $t = \frac{1}{2}$

③ بيان أن : $\overrightarrow{AG_t} = (1-t^2)\overrightarrow{AD_t}$

D_t مرجح الجملة معناه :

$$(1-t)\overrightarrow{D_tB} + 2t\,\overrightarrow{D_tC} = \vec{0}$$

لدينا،

$\overrightarrow{AG_t} = (1-t)^2\overrightarrow{AB} + 2t(1-t)\overrightarrow{AC}$

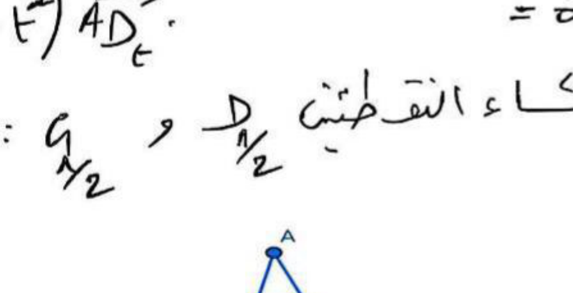
$= (1-t)^2\overrightarrow{AD_t} + (1-t)^2\overrightarrow{D_tB} + 2t(1-t)\overrightarrow{AD_t}$
$+ 2t(1-t)\overrightarrow{D_tC}$

$= \left[(1-t)^2 + 2t(1-t)\right]\overrightarrow{AD_t} + (1-t)^2\overrightarrow{D_tB} + 2t(1-t)\overrightarrow{D_tC}$

$= (1-t^2)\overrightarrow{AD_t} + (1-t)\underbrace{\left[(1-t)\overrightarrow{D_tB} + 2t\,\overrightarrow{D_tC}\right]}_{=\vec{0}}$

$= (1-t^2)\overrightarrow{AD_t}$.

انشاء النقطتين $D_{\frac{1}{2}}$ و $G_{\frac{1}{2}}$:



$t^2 + (1-t)^2 + 2$

$t = 0$، أو

مقبول

صفحة الاستاذ فغلول للرياضيات