الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
ثانوية حميدي عيسى - أولاد دراج -

مديرية التربية لولاية المسيلة
السنة الدراسية: 2023 – 2024

# الواجب المنزلي رقم (02) في مادة الرياضيات

القسم: سنة ثانية علوم تجريبية
بعاد يوم: 2023/11/15

سلم يوم: 2023/11/13
يناقش يوم: ..../2023/11

## تمرين رقم (1) :

$f$ دالة عددية معرفة على المجال $]-4;+\infty[$ بـ $f(x)=\sqrt{x+4}$. وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

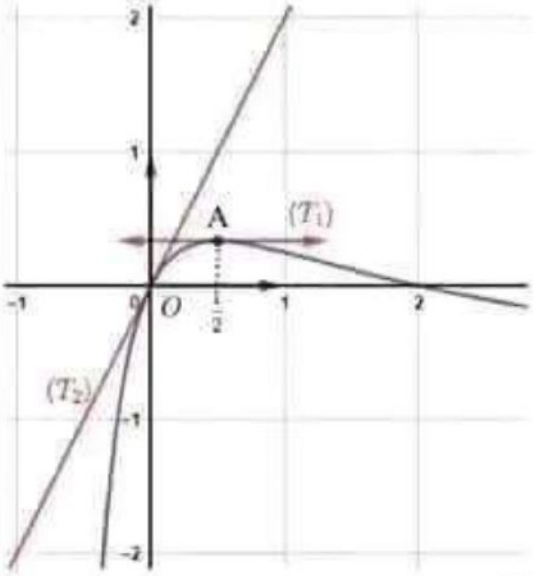
① ادرس قابلية إشتقاق الدالة $f$ عند $x_0=5$. ثم فسر النتيجة هندسيا.

② اكتب معادلة لـ $(T)$ مماس المنحنى $(C_f)$ عند $x_0=5$. ثم ارسم المنحنى $(C_f)$ والمماس $(T)$.

③ عين تقريبا تآلفيا للدالة $f$ بجوار 5. ثم عين قيمة تقريبية لكل من: $f(5.001)$ و $f(4.98)$.

## تمرين رقم (2) :

*I*) نعتبر الدالة $f$ المعرفة والقابلة للإشتقاق على المجال $]-1;+\infty[$ بـ $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{(x+1)^2}$. وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. و $(T_1)$ و $(T_2)$ مماسين لـ $(C_f)$ في النقطتين $O$ و $A$ ذات الفاصلتين 0 و $\frac{1}{2}$ على الترتيب كما هو مبين في الشكل المقابل. بقراءة بيانية أجب على ما يلي:




① شكل جدول إشارة الدالة $f$.

② شكل جدول إشارة الدالة المشتقة $f'$.

③ شكل جدول تغيرات الدالة $f$.

④ عين: $f(0)$ ، $f(2)$ ، $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ و $f'(0)$.

⑤ استنتج الأعداد الحقيقية $a$ ، $b$ و $c$.

*II*) نضع من من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$ : $f(x)=\dfrac{-x^2+2x}{(x+1)^2}$.

① بين أنه من أجل كل كل $x$ من $]-1;+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\dfrac{2(1-2x)}{(x+1)^3}$.

② ادرس اتجاه تغير الدالة $f$، ثم شكل جدول تغيراتها.

③ لتكن الدالة $g$ المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ $g(x)=[f(x)]^2$.

- احسب $g'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$. ثم شكل جدول تغيرات الدالة $g$.

الصفوظ T

الوضوع ☺

## حل التمرين الأول:

$f(x)=\sqrt{x+4}$ . $D_f=[-4;+\infty[$

① دراسة قابلية اشتقاق $f$ عند $x_0=5$

$$\lim_{x\to 5}\frac{f(x)-f(5)}{x-5}=\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{x+4}-3}{x-5}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{(\sqrt{x+4}-3)(\sqrt{x+4}+3)}{(x-5)(\sqrt{x+4}+3)}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{x+4-9}{(x-5)(\sqrt{x+4}+3)}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{(x-5)}{(x-5)(\sqrt{x+4}+3)}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{1}{\sqrt{x+4}+3}=\frac{1}{6}\in\mathbb{R}$$

اذن $f$ قابلة للاشتقاق عند $x_0=5$

حيث $f'(5)=\frac{1}{6}$

- التفسير الهندسي:

الكتلة $(C_f)$ تقبل مماس معامل توجيهه $\frac{1}{6}$

② معادلة المماس $(T)$ لـ $(C_f)$ عند $x=5$

$$(T): y=f'(5)(x-5)+f(5)$$

$$=\frac{1}{6}(x-5)+3$$

$$=\frac{1}{6}x-\frac{5}{6}+3$$

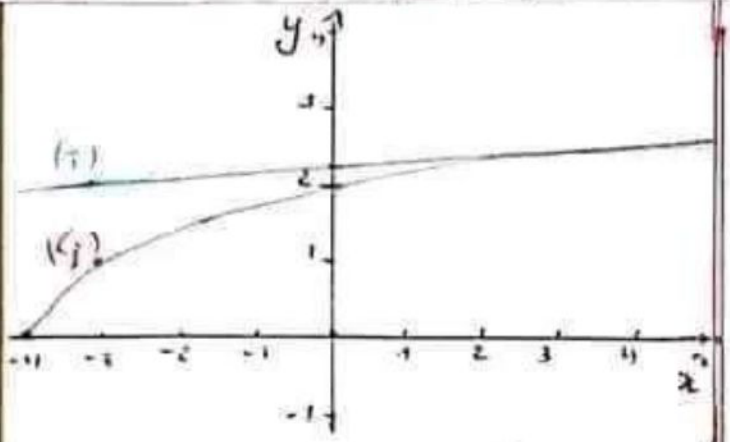
$$y=\frac{1}{6}x+\frac{13}{6}$$

- رسم $(C_f)$ و $(T)$

لدينا $f(x)=\sqrt{x+4}$

من الشكل $f(x)=\sqrt{x+a}+b$

اذن $(C_f)$ صورة التمثيل البياني للدالة جذر




③ تقريب تألفي لـ $f$ بجوار $x_0=5$

احسن تقريب تألفي للدالة $f$ بجوار 5 هو معادلة المماس عند $x_0=5$

ونكتب $f(x)\simeq\frac{1}{6}x+\frac{13}{6}$

- قيمة تقريبية لكل من $f(5,001)$ و $f(4,98)$

1b

$$f(5,001)\simeq\frac{1}{6}(5,001)+\frac{13}{6}$$

$$\simeq 3,0002$$

$$f(4,98)\simeq\frac{1}{6}(4,98)+\frac{13}{6}$$

$$\simeq 2,997$$

2b

$$f(5,001)=f(5+0,001)$$

$$\simeq f'(5)\times(0,001)+f(5)$$

$$\simeq\frac{1}{6}(0,001)+3$$

$$\simeq 3,0002$$

$$f(4,98)=f(5-0,02)$$

$$\simeq f'(5)(-0,02)+f(5)$$

$$\simeq\frac{1}{6}(-0,02)+3$$

$$\simeq 2,997$$

## حل التمرين الثاني:

I). $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{(x\ \ )^2}$ ; $D_f=]-1;+\infty[$

- بقراءة بيانية:

① - جدول اشارة الدالة $f$:

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

② - جدول اشارة الدالة $f'$ (المشتقة):

| $x$ | $-1$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |

③ جدول تغيرات الدالة $f$:

| $x$ | $-1$ | | $1/2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | ‖ | ↗ | $f(\frac{1}{2})$ | ↘ | |

④ - تعيين الصور $f(0)$ ، $f(2)$ ، $f'(\frac{1}{2})$ ، $f'(0)$:

$f'(\frac{1}{2})=0$ $f(2)=0$ ، $f(0)=0$ -

$f'(0)=\frac{2-(-2)}{1-(-1)}=\frac{2+2}{1+1}=\frac{4}{2}=2$

⑤ - تعيين الاعداد $a$ ، $b$ و $c$

لدينا $f(0)=0$ اي $\frac{0+0+c}{(0+1)^2}=0$ اي $\boxed{c=0}$

و $f(2)=0$ اي $\frac{4a+2b+c}{(2+1)^2}=0$ اي $a=-\frac{1}{2}b$

ولدينا $f$ قابلة للاشتقاق على $]-1;+\infty[$ حيث

$f'(x)=\frac{(2ax+b)(x+1)^2-2(x+1)(ax^2+bx+c)}{(x+1)^4}$

اذن $f'(0)=2$ اي $b=2$ اي $\boxed{b=2}$

III) - تبين أن $f'(x)=\frac{2(1-2x)}{(x+1)^3}$

لدينا $f$ قابلة للاشتقاق على $]-1;+\infty[$

$f'(x)=\frac{(-2x+2)(x+1)^2-2(x+1)(-x^2+2x)}{(x+1)^4}$

$=\frac{(x+1)(-2x^2-2x+2x+2+2x^2-4x)}{(x+1)^4}$

$=\frac{2-4x}{(x+1)^3}=\frac{2(1-2x)}{(x+1)^3}$

② - دراسة إشارة تغير الدالة $f$:

لدينا من أجل $x\in]-1;+\infty[$ حيث $(x+1)^3>0$

وعليه اشارة $f'(x)$ من اشارة $1-2x$

$1-2x=0$ اي $x=\frac{1}{2}$

| $x$ | $-1$ | | $1/2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $1-2x$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f'(x)$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |

اذن الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]-1;\frac{1}{2}]$ ومتناقصة تماما على المجال $[\frac{1}{2};+\infty[$

| $x$ | $-1$ | | $1/2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | ‖ | ↗ | | ↘ | |

③ - $D_g=]-1;+\infty[$ ، $g(x)=[f(x)]^2$

- حساب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

$g$ قابلة للاشتقاق على $]-1;+\infty[$

$g'(x)=2f(x)\times f'(x)$

جدول تغيرات الدالة $g$:

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $1/2$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | ‖ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $f(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g'(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | ‖ | ↘ | | ↗ | | ↗ | | ↘ | |

www.dzexc