الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية البيض
المستـــــوى:2.ع.ت

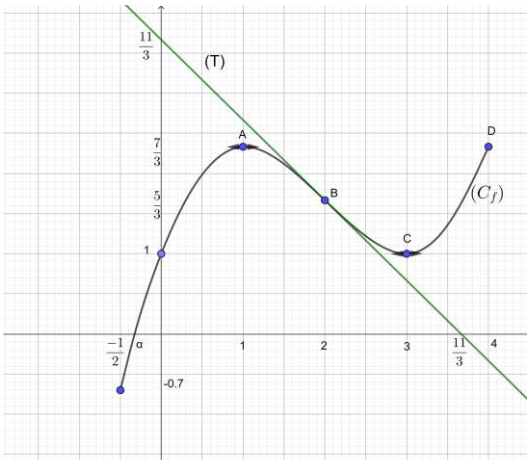
ثانوية حميتو الحاج علي الشلالة
يرد يوم: 2023/11/23

الواجب الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

f دالة معرفة على $\left[-\frac{1}{2};4\right]$ و (C_f) تمثيلها البياني المعطى في الشكل المقابل و (T) مماسا له عند النقطة B.

الجزء الأول:



أ-بقراءة بيانية عين: $f(2)$ ، $f'(1)$ ، $f'(3)$ ، $f'(2)$ ، $f''(2)$ مع التعليل

ب-استنتج $\left(f^2\right)'(2)$

ج-استنتج معادلة المماس (T)

د- عين إشارة $f'(x)$

و- إذا علمت ان $f(\alpha)=0$ عين إشارة $f(x)$ في جدول

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة g المعرفة بـ : $g(x)=[f(x)]^2$ ، (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

أ- عين مجموعة تعريف الدالة g

ب- أحسب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

ج- عين إشارة $g'(x)$

د- استنتج اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

التمرين الثاني:

لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{2x-1}{2x-4}$ (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1. بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$: $f(x)=1+\frac{3}{2x-4}$
2. هل النقطة $A(1;\frac{-1}{2})$ تنتمي إلى (C_f)
3. أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
4. جد فواصل نقط المنحنى (C_f) التي يكون معامل توجيه المماس عندها يساوي $\frac{-3}{2}$
5. جد إحداثيي نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل وحامل محور التراتيب.
6. لتكن الدالة h معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $h(x)=f(-|x|)$

أ- بين أن الدالة h زوجية.

نتهى بالتوفيق

تصحيح الواجب المنزلي رقم02

التمرين 01:

الجزء الأول:

أ-بقراءة بيانية تعيين: $f(2)$ ، $f'(1)$ ، $f'(3)$ ، $f'(2)$ ، $f''(2)$

$$f(2)=\frac{5}{3}$$

$f'(3)=0$ لان (C_f) يقبل مماس افقي عند $x_0=3$

الدالة تقبل قيمة حدية عند $x_0=3$

$$f'(2)=\frac{\frac{5}{3}-0}{2-\frac{11}{3}}=\frac{5}{3}\times\frac{-3}{5}=-1$$

$f''(2)=0$ لأن (C_f) يقبل نقطة انعطاف عند $x_0=2$

ب-استنتاج

$$\left(f^2\right)'(2)=2f'(2).f(2)=2(-1)(\frac{5}{3})=-\frac{10}{3}$$

ج-استنتج معادلة المماس (T)

$$(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

$$y=f'(2)(x-2)+f(2)=-1(x-2)+\frac{5}{3}$$

$$y=-x+2+\frac{5}{3}$$

ومنه: $(T): y=-x+\frac{11}{3}$

د- عين إشارة $f'(x)$

x	-0.5		1		3		4
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		

و- إذا علمت ان $f(\alpha)=0$ عين إشارة $f(x)$ في جدول

x	-0.5		α		$+\infty$
$f(x)$	$-$	0		$+$	

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة g المعرفة بـ: $g(x)=[f(x)]^2$

أ- مجموعة تعريف الدالة g

$$D_g=D_f=\left[-\frac{1}{2};4\right]$$

ب- أحسب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

لدينا: $g(x)=[f(x)]^2=f(x).f(x)$

الدالة g قابلة للاشتقاق على D_g ودالتها المشتقة هي:

$$g'(x)=f'(x).f(x)+f'(x).f(x)$$
$$2.f'(x).f(x)$$

ج- عين إشارة $g'(x)$

x	$\frac{-1}{2}$		α		1		3		4
$f'(x)$		$+$		0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$-$	0			$-$				
$g'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$		

د- استنتاج اتجاه تغير الدالة g

الدالة g متزايدة على المجال $[1;3]$ ومتناقصة على المجالين $\left[-\frac{1}{2};1\right]$ و $[3;4]$.

x	$-\frac{1}{2}$		α		1		3		4
$g'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$		
$g(x)$	-0.7	↘	$\frac{7}{3}$	↗	1	↘	$\frac{7}{3}$		

التمرين 02:

$$f(x)=\frac{2x-1}{2x-4}\ ،\ D_f=]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$$

1. تبيين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من D_f :

$$1+\frac{3}{2x-4}=\frac{1(2x-4)+3}{2x-4}=\frac{2x-4+3}{2x-4}=\frac{2x-1}{2x-4}$$
$$=f(x)$$

2. هل النقطة $A(1;\frac{-1}{2})$ تنتمي إلى (C_f)

لدينا: $f(1)=\frac{2\times1-1}{1}=\frac{1}{1}$

3.حساب $f'(x)$

الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها و

$$f'(x)=\frac{2(2x-4)-2(2x-1)}{(2x-4)^2}=\frac{-6}{(2x-4)^2}\prec 0$$

ومنه: الدالة f متناقصة تماما على مجالي تعريفها

ب. جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$
$f(x)$	$\searrow$	$\searrow$

4. جد فواصل نقط المنحنى (C_f) التي يكون معامل توجيه المماس عندها يساوي $\frac{-3}{2}$

$f'(x)=\frac{-3}{2}$ تكافئ: $\frac{-6}{(2x-4)^2}=\frac{-3}{2}$

ومنه: $-12=-3(2x-4)^2$ ومنه: $4=(2x-4)^2$

ومنه: $\begin{cases}x=3\\x=1\end{cases}$ ومنه: $\begin{array}{cccc}2x & 4 & 2\\ 2 & 4 & 2\end{array}$

إذا فواصل قط المنحنى (C_f) التي يكون معامل توجيه المماس عندها يساوي $\frac{-3}{2}$ هي: $x=3$ ، $x=1$

5. جد إحداثي نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري المعلم

أ-مع محور التراتيب: $f(0)=\frac{2\times 0-1}{2\times 0-4}=\frac{1}{4}$

ب-مع محور الفواصل:

$f(x)=0$ يعني: $2x-1=0$ ومنه: $x=\frac{1}{2}$

ومنه: نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري المعلم هي $\left(\frac{1}{2};0\right)$ ، $\left(0;\frac{1}{4}\right)$

6. لتكن الدالة h معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة:

$h(x)=f(-|x|)$

أ- اثبات ان الدالة h زوجية

لدينا D_h متناظر بالنسبة للصفر و:

$h(-x)=f(-|-x|)=f(-|x|)=h(x)$ ومنه الدالة h زوجية.

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f)

لدينا: $\begin{cases}h(x)=f(-x) & ;x\geq 0\\ h(x)=f(x) & ;x\prec 0\end{cases}$

ومنه:

(C_h) ينطبق على (C_f) لما $x\in]-\infty;0]$ ونكمل الرسم بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب لأن الدالة h زوجية

