المستوى : 2 ع ت 1

الفرض الاول للفصل الاول في مادة الرياضيات

المدة الزمنية: $2^2 \times 3 \times 5$ دقيقة

التمرين الأول (08 نقاط)

$P(x)$ كثير حدود للمتغير الحقيقي x حيث: $P(x) = 2x^3 - 2x^2 - 8x + 8$.

1. أحسب $p(-2)$ ماذا تستنتج ؟
2. عين كثير الحدود $Q(x)$ بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (x+2)Q(x)$.
3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$ ، ثم استنتج إشارة $P(x)$.
4. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $2x^3 - 2x^2 > 8x - 8$.
5. إستنتج إشارة العدد $p\left(\frac{2022}{2021}\right)$.
6. استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة : $2x\sqrt{x} - 2x - 8\sqrt{x} + 8 = 0$.

التمرين الثاني (12 نقطة)

I) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2 + ax + b$ ، حيث a و b عددان حقيقيان.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، $A(0;3)$ و $B(-1;0)$ نقطتين من (C_f).

- عين العددين الحقيقيين a و b .

II) نضع $a = 4$ و $b = 3$

1) أ- تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = (x+2)^2 - 1$.

ب- فكك الدالة f إلى مركب دالتين u و v يطلب تعيينهما.

ج- استنتج إتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[-2;+\infty[$ و $]-\infty;-2]$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = -2$ محور تناظر للمنحنى (C_f) .

ب- اشرح كيفية إنشاء (C_f) انطلاقا من (P) التمثيل البياني للدالة مربع ، ثم أنشئه.

III) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^2 + 4|x| + 3$.

- بين أن الدالة g زوجية .
- إشرح كيفية إنشاء (C_g) التمثيل البياني للدالة g إنطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

www.dze

تصحيح الفرض المحروس الأول / 2 ع ت 1

حل التمرين الأول:

① $p(-2)=0$

نستنتج أن 2 جذر لكثير الحدود $p(x)$.

②

$$\begin{array}{l|l} 2x^3-2x^2-8x+8 & x+2 \\ \hline 2x^3+4x^2 & 2x^2-6x+4 \\ \hline 0 \quad -6x^2-8x+8 & \\ \quad -6x^2-12x & \\ \hline \quad 0 \quad +4x+8 & \\ \quad\quad 4x+8 & \\ \hline \quad\quad 0 & \end{array}$$

وعليه من أجل كل عدد حقيقي x،

$$Q(x)=2x^2-6x+4$$

$$p(x)=(x+2)(2x^2-6x+4)$$

③ $p(x)=0$ تعني $\begin{cases} x+2=0 \\ 2x^2-6x+4=0 \end{cases}$

تعني $\begin{cases} x=-2 \\ x^2-3x+2=0 \end{cases}$ --- (2)

$\begin{cases} x=-2 \\ \Delta=9-8=1>0 \end{cases}$

للمعادلة (2) حلان $\begin{cases} x_1=2 \\ x_2=1 \end{cases}$

وعليه $S=\{-2;1;2\}$

④ المتراجحة $2x^3-2x^2$

إشارة $p(x)$:

x	$-\infty$	-2		1		2	$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$2x^2$				0	$-$	0	$+$

④ المتراجحة $2x^3-2x^2>8x-8$

تكافئ $p(x)>0$

وعليه $S=]-\infty;-2[\cup]1;2[$

⑤ لدينا: $\frac{2021}{2020}\in]1;2[$

وعليه $p\left(\frac{2021}{2020}\right)<0$

⑥ المعادلة

$2x\sqrt{x}-2+8=0$

تكافئ

$2(\sqrt{x})^3-2(\sqrt{x})^2-8\sqrt{x}+8=0$

تكافئ $p(\sqrt{x})=0$

نضع $X=\sqrt{x}$

وعليه المتراجحة تكافئ $p(X)=0$

مما سبق حلول المعادلة $p(x)=0$ هي

$S=\{-2;1;2\}$

ومنه $X=-2$ أو $X=1$ أو $X=2$

أي $\sqrt{x}=-2$ أو $\sqrt{x}=1$ أو $\sqrt{x}=2$

لا تقبل حلول — أي $x=1$ — أي $x=4$

وعليه مجموعة حلول المعادلة هي

$S=\{1;4\}$

حل التمرين الثاني:

I/ $A(0;3)\in C_f$ يعني $f(0)=3$

$B(-1;0)\in C_f$ يعني $f(-1)=0$

أي $0^2+a(0)+b=3$ ومنه $b=3$

$(-1)^2+a(-1)+3=0$

$-a+4=0 \Leftarrow \boxed{a=4}$

ومنه $\boxed{a=4}$ و $\boxed{b=3}$

وعليه من أجل كل عدد حقيقي x،

www.dzex

II/ 1) أ) $f(x) = x^2+4x+3$

$= x^2+4x+3+1-1$

$= x^2+4x+4-1$

$f(x) = (x+2)^2-1$

أو $(x+2)^2-1 = x^2+4x+4-1$

$= x^2+4x+3$

$= f(x)$

ب) $x \xrightarrow{u} x+2 \xrightarrow{v} (x+2)^2-1$

$x \xrightarrow{v} x^2+1$

$f = v \circ u$

$\begin{cases} v(x) = x^2+1 \\ u(x) = x+2 \end{cases}$

ج) على المجال $I_1 = [-2;+\infty[$

لدينا الدالة u متزايدة تماما على $[-2;+\infty[$

ومن أجل كل $x \in I_1$ لدينا $u(x) \in [0;+\infty[$

ولدينا الدالة v متزايدة تماما على $[0;+\infty[$

وعليه فالدالة $v \circ u$ (أي f) متزايدة تماما على $[-2;+\infty[$

بنفس الطريقة نجد أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-2]$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	↘	-1	↗

2) أ- لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن $(-4-x) \in \mathbb{R}$

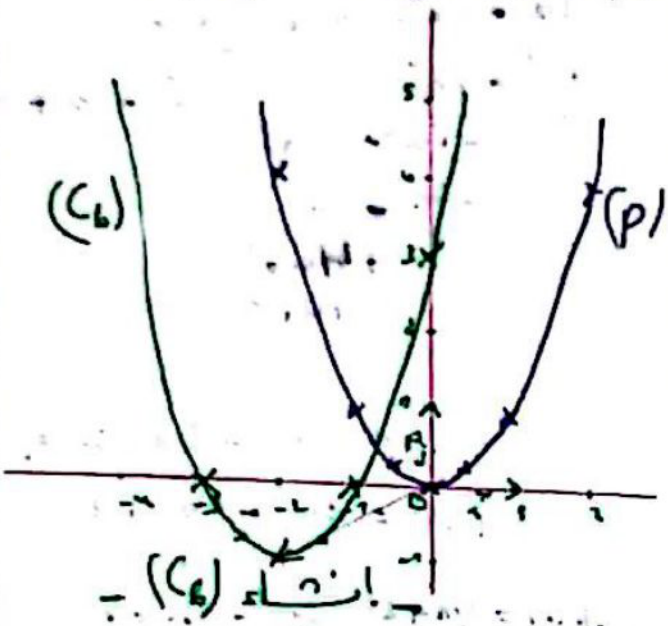
و $f(-4-x) = (-4-x+2)^2-1$

$= (-2-x)^2-1$

وعليه فالمستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=-2$ محور تناظر لـ (C_f)

ب) $w(x) = x^2$; $D_w = \mathbb{R}$

لدينا: $f(x) = w(x+2)-1$ ومنه (C_f) هو صورة (P) التمثيل البياني للدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}$



إنشاء (C_f)

III/ أ- لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ ، $-x \in \mathbb{R}$

$g(-x) = (-x)^2+4|-x|+3$

$= x^2+4|x|+3$

$= g(x)$

ب- لدينا $g(x) = f(|x|)$

$= \begin{cases} f(x) ; & x \in [0;+\infty[\\ f(-x) ; & x \in]-\infty;0] \end{cases}$

(C_g) منطبق على (C_f) على المجال $[0;+\infty[$

ونظير (C_f) على المجال $]-\infty;0]$

لأن الدالة g زوجية

