الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مؤسسة التربية و التعليم الخاصة
أوبينيا تر
ابتدائي متوسط ثانوي اقامة
Email: saitameur3@gmail.com 023 71 54 67 فاكس: 023 71 54 63 / 0550 47 22 35 رقم الهاتف:

المستوى: الثالثة لغات أجنبية، آداب و فلسفة	**نوفمبر2022**
فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات	**المدة :ساعة**

التمرين 1

I) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$u_n = -6n + 1$$

1) بين أن (u_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها .

2) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

3) هل 2023 حد من حدود المتتالية (u_n) ؟

4) هل 2021 - حد من حدود المتتالية (u_n) ؟

5) احسب المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

ثم استنتج المجموع S_1 حيث: $S_1 = u_0 + u_1 + \cdots + u_{337}$

6) عين قيمة n علما أن S_n = -15

II) (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$v_n = 2\,u_n + 3$$

1) احسب الحدود v_0 ، v_1 و v_2 .

2) احسب المجموع S_2 حيث: $S_2 = v_0 + v_1 + \cdots + v_{337}$

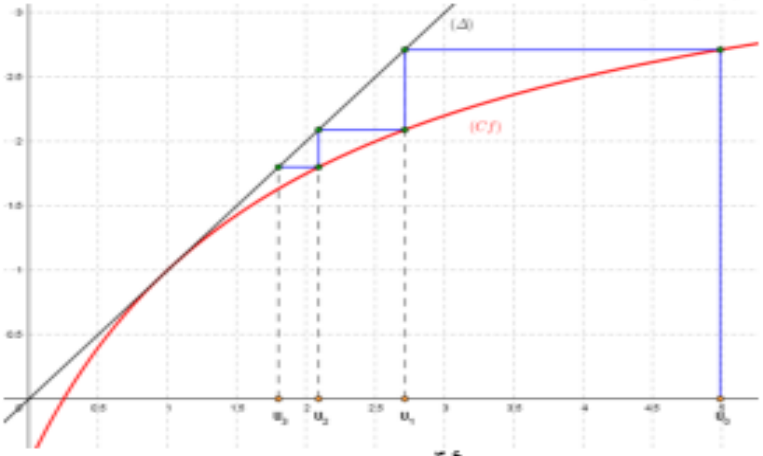
بالتوفيق

التصحيح النموذجي

رقم التمرين	الحل	التنقيط
التمرين الأول	1) المتتالية (V_n) هندسية. **صحيح** **التبرير:** $V_{n+1}=U_{n+2}-U_{n+1}=\frac{1}{3}U_{n+1}+\frac{2}{3}U_n-U_{n+1}=-\frac{2}{3}U_{n+1}+\frac{2}{3}U_n=-\frac{2}{3}(U_{n+1}-U_n)=-\frac{2}{3}V_n$ ومنه المتتالية (V_n) هندسية أساسها $q=-\frac{2}{3}$. 2) المتتالية (W_n) ثابتة. **صحيح** **التبرير:** $W_{n+1}=U_{n+2}+\frac{2}{3}U_{n+1}=\frac{1}{3}U_{n+1}+\frac{2}{3}U_n+\frac{2}{3}U_{n+1}=U_{n+1}+\frac{2}{3}U_n=W_n$ 3) من أجل كل عدد طبيعي n ، فإن: $U_n=\frac{3}{5}(W_n-V_n)$. **صحيح** **التبرير:** لدينا: $U_n=\frac{5}{3}U_n-(U_{n+1}-U_n)=\frac{2}{3}U_n+U_{n+1}-U_n$ ومنه $W_n-V_n=\frac{3}{5}(W_n-V_n)$. 4) المتتالية (U_n) متباعدة. **خطأ** **التبرير:** المتتالية (V_n) هندسية معناه $V_n=\underbrace{V_0}_{U_1-U_0=1}\left(-\frac{2}{3}\right)^n=\left(-\frac{2}{3}\right)^n$ و (W_n) متتالية ثابتة: $W_n=W_0=U_1+\frac{2}{3}U_0=1$ ومنه: $U_n=\frac{3}{5}(W_n-V_n)=\frac{3}{5}\left(1-\left(-\frac{2}{3}\right)^n\right)$ وعليه $\lim_{n\to+\infty}U_n=\lim_{n\to+\infty}\frac{3}{5}\left(1-\underbrace{\left(-\frac{2}{3}\right)^n}_{0}\right)=\frac{3}{5}$ ومنه المتتالية (U_n) متقاربة.	

التمرين الثاني

1) أ) الإنشاء :



ب) التخمين : نلاحظ أنّ المتتالية (u_n) متناقصة و تتقارب نحو فاصلة نقطة تقاطع (C_f) مع (Δ) .

1) (v_n) متتالية حسابية أساسها $r = 1/3$

و حدها الاول 1/4

ب) *) عبارة v_n بدلالة n : $v_n = \frac{1}{3}n + \frac{1}{4}$.

*) عبارة u_n بدلالة n : $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$ ، أي :

$u_n - 1 = \frac{1}{v_n}$ ، أي : $u_n = \frac{1}{v_n} + 1$.

و منه : $u_n = \frac{1}{\frac{1}{3}n + \frac{1}{4}} + 1$.

ج) حساب نهاية المتتالية (u_n) :

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty}\left[\frac{1}{\frac{1}{3}n + \frac{1}{4}} + 1\right] = 1$$

4) حساب المجموع S_1 بدلالة n: $S_1 = \frac{1}{u_0-1} + \frac{1}{u_1-1} + \cdots + \frac{1}{u_n-1}$

$$S_1 = \frac{n(n+1)}{6} + \frac{n+1}{4}$$

1. **حساب** u_1، u_2 **و** u_3.

$$u_1=\frac{1}{3}u_0+2=\frac{1}{3}\times 6+2=4\text{ ، }u_2=\frac{1}{3}u_1+2=\frac{1}{3}\times 4+2=\frac{10}{3}\text{ ، }u_3=\frac{1}{3}u_2+2=\frac{1}{3}\times\frac{10}{3}+2=\frac{28}{9}.$$

التخمين بالنسبة لاتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

لدينا $u_0>u_1>u_2>u_3$ يبدو أن المتتالية (u_n) متناقصة.

2) التحقق انه من اجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}-u_n=\frac{-2}{3}(u_n-3)$

3) اتجاه تغير المتتالية (u_n) :متناقصة

التمرين 3

1) عين قيمة α بحيث تكون المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

$$\begin{aligned}v_{n+1}&=u_{n+1}+\alpha=\frac{1}{3}u_n+2+\alpha\\&=\frac{1}{3}(v_n-\alpha)+2+\alpha\\&=\frac{1}{3}v_n+2+\frac{2}{3}\alpha\end{aligned}$$

(v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ إذا وفقط إذا كان $2+\frac{2}{3}\alpha=0$ أي $\alpha=-3$.

فيكون حدها الأول $v_0=u_0-3=6-3=3$.

ب ـ كتابة v_n **بدلالة** n ،

$$v_n=v_0\left(\frac{1}{3}\right)^n=3\left(\frac{1}{3}\right)^n=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

استنتاج كتابة u_n **بدلالة** n.

$$u_n=v_n+3=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}+3.$$

أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

لدينا $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}=0$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}+3\right)=3$.

و منه المتتالية متقاربة .

ج) حساب الجداء: $P_n = v_0 \times v_1 \times \ldots \times v_n$

$P_n = 3^{n+1} \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$