

سنة **ثانية** ثانوي

الشعب:

رياضيات | علوم تجريبية | تقني رياضي

ملخص في:

الإحتمالات



إعداد الأستاذ:

قويسم إبراهيم الخليل

مصطلحات وتعاريف

التجربة العشوائية: هي كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها رغم معرفة مجموعة النتائج الممكنة

مجموعة الإمكانيات Ω: هي مجموعة الإمكانيات في تجربة عشوائية ولها تسميات أخرى مثل (الحادثة الأكيدة، المجموعة الشاملة، مجموعة المخارج)

الحادثة:

هي جزء من المجموعة Ω

- **الحادثة الأولية (البسيطة):** تحتوي على عنصر وحيد.
- **الحادثة الأكيدة:** هي الحادثة التي تحتوي على جميع عناصر Ω
- **الحادثة المستحيلة $\emptyset$:** هي المجموعة الخالية
- **الحادثة العكسية $\overline{A}$:** هي الحادثة التي تحوي جميع عناصر Ω ما عدا عناصر المجموعة A

قانون الاحتمال

احتمال حادثة: $P(A)$ هو احتمال الحصول الحادثة A حيث:

$$\begin{cases} P(A) = \dfrac{Card(A)}{Card(\Omega)} \\ 0 \leq P(A) \leq 1 \end{cases}$$

حيث:

$Card(A)$ هو عدد عناصر المجموعة A ، $Card(\Omega)$ هو عدد عناصر المجموعة Ω

- $P_1 + P_2 + \cdots + P_n = 1$ أي: $\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$
- احتمال الحادثة الأكيدة هو 1 أي $P(\Omega) = 1$
- احتمال الحادثة المستحيلة هو 0 أي $P(\emptyset) = 0$

خواص الاحتمال

لتكن A و B حادثتان من Ω:

- $A \cup B$: هي العناصر المشتركة وغير المشتركة بين A و B
- $A \cap B$: هي العناصر المشتركة بين A و B (بدون تكرار)
- A و B **غير متلائمتين** معناه $A \cap B = \emptyset$
- A و B **حادثتان مستقلتان** معناه $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
- إذا كان $A \cap \overline{A} = \emptyset$ و $A \cup \overline{A} = \Omega$ فإنّ $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
- إذا كانت A و B حادثتين كيفيتين فإنّ: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- إذا كان $A \subset B$ فإنّ $P(A) \leq P(B)$

تساوي الاحتمال

- **تجربة متساوية الإحتمال:** هي تجربة عشوائية حيث **كل الحوادث لها نفس الاحتمال**
- **مصطلحات تساوي الإحتمال:** "زهرة نرد غير مزيفة" ، "قطعة نقود غير مزيفة" ، "كريات لا نفرق بينها عند اللمس"
- **ملاحظة مهمة:** لا تكفي هذه المصطلحات لاعتبار **تساوي الاحتمال** بل يتعلق بالسؤال المطروح أيضا.

المتغير العشوائي X

- **المتغير العشوائي X:** هو دالة معرفة على I حيث $I = \{x_1; x_2; \dots; x_n\}$ والتي ترفق بكل قيمة x_i العدد الحقيقي الموجب $P(X = x_i)$، ونعرفه بالجدول التالي:

x_i	x_1	x_2	...	x_n
$P(X = x_i)$	P_1	P_2	...	P_n

- **الأمل الرياضياتي $E(X)$:**

$$E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i P_i$$

- **التباين: $V(X)$**

$$V(x) = \sum_{i=1}^{n} (x_i)^2 P_i - \big(E(X)\big)^2 = \sum_{i=1}^{n} P_i \big(x_i - E(X)\big)^2$$

- **الانحراف المعياري: $\sigma(X)$**

$$\sigma(X) = \sqrt{V(x)}$$