# سلسلة المرجح للثانية علوم تجريبية

## التمرين 01:

في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ نعتبر النقط $A(-1;1)$ ، $B(0;2)$ و $C(2;-3)$

$G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2)(B;-3)\}$ و $H$ مرجح الجملة $\{(A;2)(B;-3)(C;-1)\}$ .

1. علم النقط $A$ ، $B$ ، $C$ .
2. أ- أحسب إحداثيات كل من $G$ و $H$ .
   ب- بين أن النقطة $H$ هي منتصف $[CG]$ .بطريقتين مختلفتين.
3. لتكن $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث: $\left\|2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=6$

   أ- عين طبيعة المجموعة $(\Gamma)$ ثم أنشئها.

## التمرين 02:

$ABC$ مثلث كيفي، $G$ مرجح الجملة $\{(A;1)(B;3)(C;-1)\}$ .

$I$ و $J$ نقطتان من المستوي تحققان $\overrightarrow{IB}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ و $6\overrightarrow{BC}-4\overrightarrow{JC}=0$

1. أنشئ شكلا مناسبا.
2. أثبت ان النقطة $I$ مرجح النقطتين $A$ و $B$ مرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.
3. أثبت ان $J$ مرجح النقطتين B وC مرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.
4. استنتج أن المستقيمين $(IC)$ و $(JA)$ متقاطعان في النقطة $G$ .
5. $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي التي تحقق: $\left\|3\overrightarrow{MA}+9\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\|=3\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$

## التمرين 03:

المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ . نعتبر النقط $A(-1;4)$ ، $B(1;0)$ ، $C(5;-2)$ .

1. علّم النقط $A$ ، $B$ ، $C$ .
2. أحسب إحداثيي النقطة $H$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1)(C,1)\}$ .
3. أحسب إحداثيي النقطة $G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1)(B,-4)(C,1)\}$
4. بين أن النقط $H$ ، $G$ ، $B$ على استقامية
5. لتكن $(E)$ مجموعة النقط من المستوي حيث $\left\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|$

   - عين طبيعة المجموعة $(E)$ ثم أرسمها.
6. لتكن $(T)$ مجموعة النقط من المستوي حيث: $\left\|2\overrightarrow{MH}-4\overrightarrow{MB}\right\|=3$ ،عين طبيعة $(T)$ .

## التمرين 04:

$A$ ، $B$ ، $C$ ثلاث نقط من المستوي ليست في استقامية النقطة $G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(B,1)(C,2)\}$ و $H$ النقطة المعرفة كمايلي: $\overrightarrow{HA}+3\overrightarrow{HB}+2\overrightarrow{BC}=\vec{0}$ .

1. أنشئ النقطة $G$ .
2. بين أن ا

H

3. بين أن النقط $A$ ، $G$ ، $H$ في استقامية.
4. أ- $(\Gamma)$ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=\frac{3}{4}\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|$ .
- عين ثم أنشئ المجموعة $(\Gamma)$ .

## التمرين 05:

لتكن النقط A، B، C وD إحداثياتها على الترتيب $(3;3)$ ، $(-1;-1)$ ، $(-2;-3)$ ، $(3;-3)$ .

1. عين إحداثيتي النقطة E بحيث يكون الرباعي BCDE متوازي أضلاع.
2. عين إحداثيتي النقطة G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1);(C,1);(D,1);(E,1)\}$ .
3. ليكن L مركز متوازي أضلاع BCDE. برهن أن النقط A، G وL في استقامية.
4. أ- بين ان: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ .
ب- ماذا تمثل النقطة G بالنسبة للمثلث ABD ؟
5. لتكن I منتصف $[BC]$ وJ منتصف $[DE]$ . برهن أن $G$ مركز ثقل المثلث $AIJ$ .

## التمرين 06:

1. أنشئ النقط $E$ ، $F$ و $G$ حيث: $E$ مرجح الجملة المثقلة $\{(B,3);(C,1)\}$ ، $F$ معرفة كمايلي:
$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ و $G$ منتصف القطعة $[AB]$
2. عين العددين الحقيقيين $\alpha$ و $\beta$ حيث $F$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(C,\beta)\}$
3. لتكن النقطة $I$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(B,3);(C,1)\}$
أ) بين أن النقط $A$ ، $I$ و $E$ على استقامة واحدة
4. عين ثم أنشئ مجموعة النقط $M$ التي تحقق: $\left\|3\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=7\left\|\overrightarrow{MI}-\overrightarrow{MB}\right\|$
5. عين ثم أنشئ مجموعة النقط $M$ التي تحقق: $\left\|3\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\frac{7}{4}\left\|3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

## التمرين 07:




ليكن $ABC$ مثلث حيث: $AB=8cm$ ، $BC=4cm$ ، $AC=6cm$

1. لتكن I مرجح الجملة $\{(A,1)(B,4)\}$ ، - أنشئ النقطة I.
2. لتكن J مرجح الجملة $\{(C,-1)(B,2)\}$ ، - أنشئ النقطة J.
3. لتكن G مرجح الجملة: $\{(A,1)(B,4)(C,-2)\}$
- بيّن انّ A مرجح النقط G، B، C مرفقة بمعاملات يطلب تعيينها.
4. عيّن مجموعة النقط من المستوي في كل حال: $\left\|\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}\right\|=5\left\|2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$ ، $\left\|\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$

## التمرين 08:

مثلث متقايس الاضلاع حيث: AB= 5cm

1. أنشئ النقطة H المعرفة بالعلاقة $\overrightarrow{\quad}=\overrightarrow{\quad}-\overrightarrow{\quad}$
2. لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A,-2)(B,1)(C,-1)\}$ بيّن انّ G تحقق العلاقة: $-\overrightarrow{GH}-\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ ثم أنشئ النقطة G

3. عيّن الاعداد الحقيقية a، b و c بحيث تكون النقطة A مرجحا للجملة $\{(G,a)(B,b)(C,c)\}$

4. لتكن $(\Gamma_1)$ مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\left\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=4$ عيّن طبيعة $(\Gamma_1)$ وانشئها

## التمرين 09:

أنشئ مثلثا $ABC$ حيث: BC=4 cm، AB=6 cm ، AC=8 .

1. أنشئ النقطة G مرجح الجملة $\{(A,4);(B,2),(C,2)\}$.
2. عيّن وأنشئ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث: $4\left\|\overrightarrow{BC}\right\|=\left\|4\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|$
3. أنشئ مجموعة النقط $N$ من المستوي حيث: $\left\|4\overrightarrow{NA}+2\overrightarrow{NB}+2\overrightarrow{NC}\right\|=4\left\|\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}\right\|$

## التمرين 10:

ليكن ABC مثلثا في المستوي، أنشئ النقط I، J وK المعرفة كمايلي: $I$ مرجح الجملة المثقلة $\{(B,1)(C,2)\}$، $J$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2)(C,1)\}$ و $K$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A,4)(B,-1)\}$.

1. بيّن انّ: $\overrightarrow{KJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{KI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ ماذا تستنتج بالنسبة للنقط $I$ ، $J$ ، $K$ ؟
2. عيّن مجموعة النقط $(\Gamma)$ التي تحقق: $\left\|2\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{BM}\right\|=\left\|\overrightarrow{BM}-4\overrightarrow{AM}\right\|$
3. نربط كل عدد حقيقي $m$ بالنقط $G_m$ التي تمثل مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2m)(B,1-m)(C,2-m)\}$

أ- تحقق من أن $G_m$ موجودة لكل $m$ من $\mathbb{R}$.

ب- برهن انّ: $\overrightarrow{AG_m}=\frac{1-m}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2-m}{3}\overrightarrow{AC}$ ، ثم استنتج أنّ : $\overrightarrow{JG_m}=\frac{1-m}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$

ج-عيّن ثم أنشئ النقط $G_4$ و $G_{-1}$

## التمرين 11:

ليكن $ABC$ مثلثا، ولتكن $K;J;I$ ثلاث نقط من المستوي بحيث:

مرجح الجملة $\{(A,2)(B,1)\}$ ، Jمرجح الجملة $\{(C,1)(B;1)\}$ وK مرجح الجملة $\{(A,-2)(C;1)\}$

1. أنشئ شكلا مناسبا.
2. أ) بين أنه من أجل كل نقطة $M$ من المستوي: $3\overrightarrow{MI}-2\overrightarrow{MJ}-\overrightarrow{MK}=\vec{0}$

ب) استنتج أن النقط $K;J;I$ على استقامية.

3. بين أن النقطة $I$ مركز ثقل المثلث $BCK$ .
4. عين مجموعة النقط $M$ من المستوي بحيث: $2\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MK}\right\|=3\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

## التمرين 12:

$ABC$ مثلث قائم في $A$ حيث: $AB=4$ $AC=6$

1. أنشئ النقطة $G$ بحيث: $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$
2. بيّن أنّ النقطة $G$ هي مرجح النقط $A$ ، $B$ ، $C$ المرفقة بمعاملات يطلب تعيينها.
3. عيّن المجموعة $(E)$ للنقط $M$ من المستوي حيث: $\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=10$
4. بيّن



## التمرين 13:

$ABC$ مثلث، لتكن $G$ نقطة من المستوي حيث: $3\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\vec{0}$ ولتكن $I$ منتصف $[AB]$.

1. بين أن النقطة $G$ مركز ثقل المثلث $ABC$.
2. عين $(E_1)$ مجموعة النقطة $M$ من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=3\left\|\overrightarrow{MA}\right\|$
3. عين $(E_2)$ مجموعة النقطة $M$ من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$
4. نزود المستوي بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ لتكن النقط $A(1;0)$ ، $B(0;-1)$ و $C(3;2)$

نعتبر الجملة المثقلة $\{(A;4),(B;\alpha-1),(C;2\alpha)\}$ مع $\alpha$ عدد حقيقي.

أ- عين قيم $\alpha$ حتى تقبل الجملة أعلاه مرجحا $H_\alpha$.

ب- عين قيم $\alpha$ التي يكون من اجلها النقطة $H_\alpha$ تنتمي إلى محور الفواصل.




## التمرين 14:

$ABC$ مثلث كيفي من المستوي، $H$ نقطة تحقق العلاقة: $2\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ و $G$ مرجح الجملة $\{(A,3);(B,-1);(C,2)\}$

1. بين أن $H$ هي مرجح النقطتين $A$ و $B$ المرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.
2. عين ثم أنشئ النقطتين $G$ و $H$.
3. أثبت أن $G$ منتصف القطعة $[HC]$.
4. $(E)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث: $\left\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|\le 2\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$

- عين ثم أنشئ المجموعة $(E)$.

5. المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقط $A(0;1)$ ، $B(0;5)$ و $C(2;1)$ ولتكن $G_m$ مرجح الجملة $\{(A,-m^2+4);(B,m^2-2m);(C,2m)\}$

أ- عين قيم $m$ التي يكون من اجلها $G_m$ موجود ووحيد.

ب- عين إحداثيي النقطة $G_m$ بدلالة $m$

ت- عين المحل الهندسي للنقط $G_m$ لما $m$ يمسح $\mathbb{R}$




## التمرين15:

نعتبر $A$ , $B$ و $C$ ثلاث نقط من المستوي ليست في استقامية . لتكن النقطة $G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(B,1);(C,2)\}$. و H النقطة المعرفة كما يلي : $\overrightarrow{HA}+3\overrightarrow{HB}+2\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

1. أنشئ النقطة G
2. بين أن النقطة $H$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,1);(C,2)\}$ . أنشئ النقطة H
3. بين أن النقط A, G و H في استقامية
4. عين وأنشئ مجموعة النقط $M$ من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\frac{3}{4}\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|$
5. عين وأنشئ مجموعة النقط $M$ من المستوي التي تحقق: $\left(4\overrightarrow{MB}+8\overrightarrow{MC}\right)=\frac{3}{4}\left(3\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+6\overrightarrow{MC}\right)$
6. المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ حيث: $A(0;2)$ , $B(-3;0)$ و $C(2;1)$

ا) أحسب احداثيات كلا من النقطتين $G$ و H.

ب) تأكد حسابيا من صحة نتيجة السؤال 3