مركز تناظر

لإثبات أن $\omega(\alpha;\beta)$ مركز تناظر لـ (C_f) نتبع إحدى الطُرق التلية :

الطريقة 1 :
- نضع : $\begin{cases} x = X + \alpha \\ y = Y + \beta \end{cases}$ عبارة **تغيير المعلم**
- نعوض في $y = f(x)$
- نجد Y بدلالة X أي $Y = g(X)$ و هي معادلة في المعلم $(\omega,\vec{i},\vec{j})$
- نثبت أن الدالة g فردية.

الطريقة 2 : من أجل $x \in D_f$: $2\alpha - x \in D_f$ و $f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta$

الطريقة 3 : من أجل $x \in D_f$: $\alpha - x \in D_f$ و $\alpha + x \in D_f$
و $f(\alpha - x) + f(\alpha + x) = 2\beta$

مركز تناظر

(1) $f(x) = \dfrac{3x}{x-2}$ $\omega(2;3)$

الطريقة 1 : نضع : $\begin{cases} x = X + 2 \\ y = Y + 3 \end{cases}$

لدينا : $y = \dfrac{3x}{x-2}$

منه : $Y + 3 = \dfrac{3(X+2)}{(X+2)-2}$

منه : $Y + 3 = \dfrac{3X+6}{X}$

منه : $Y + 3 = 3 + \dfrac{6}{X}$

منه : $Y = \dfrac{6}{X}$

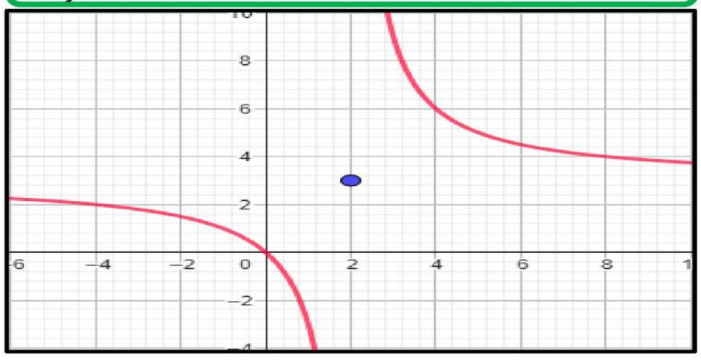
نضع : $g(X) = \dfrac{6}{X}$

$g(-X) = \dfrac{6}{-X} = -\dfrac{6}{X} = -g(X)$

الدالة g فردية

معادلة (C_f) في المعلم $(\omega,\vec{i},\vec{j})$

منه النقطة $\omega(2;3)$ مركز تناظر لـ (C_f)



مركز تناظر

(1) $f(x) = \dfrac{3x}{x-2}$ $\omega(2;3)$ 2AS

$f(4-x) = \dfrac{3(4-x)}{(4-x)-2} = \dfrac{12-3x}{-x+2} = \dfrac{3x-12}{x-2}$

$f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta$

$f(4-x) + f(x) = 6$

$f(4-x) + f(x) = \dfrac{3x-12}{x-2} + \dfrac{3x}{x-2} = \dfrac{6x-12}{x-2} = \dfrac{6(x-2)}{(x-2)} = 6$

$f(4-x) + f(x) = 6$ منه $\omega(2;3)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

$f(2-x) = \dfrac{3(2-x)}{(2-x)-2} = \dfrac{6-3x}{-x} = \dfrac{-6+3x}{x}$

$f(2+x) = \dfrac{3(2+x)}{(2+x)-2} = \dfrac{6+3x}{x}$

$f(\alpha - x) + f(\alpha + x) = 2\beta$

$f(2-x) + f(2+x) = 6$

$f(2-x) + f(2+x) = \dfrac{-6+3x}{x} + \dfrac{6+3x}{x} = \dfrac{6x}{x} = 6$

$+ x) = 6$

مركز تناظـر

(2) $f(x)=\dfrac{x+2}{x+1}$ $\omega(-1;1)$

الطريقة 1 :

نضع : $\begin{cases} x=X-1 \\ y=Y+1 \end{cases}$

لدينا : $y=\dfrac{x+2}{x+1}$

منه : $Y+1=\dfrac{X-1+2}{X-1+1}$

منه : $Y+1=\dfrac{X+1}{X}$

منه : $Y+\cancel{1}=\cancel{1}+\dfrac{1}{X}$

منه : $Y=\dfrac{1}{X}$

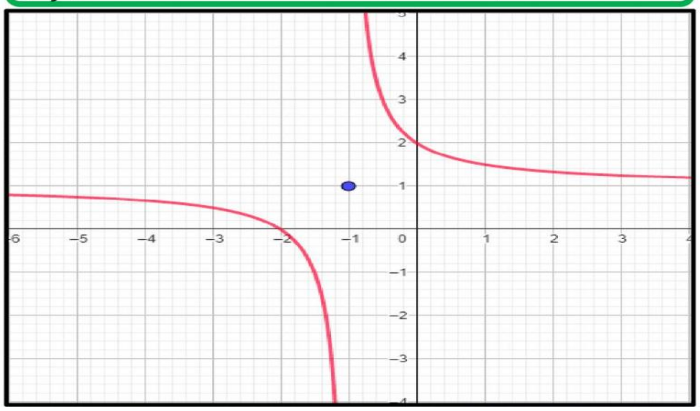
معادلة (C_f) في المعلم $(\omega,\vec{i},\vec{j})$

نضع : $g(X)=\dfrac{1}{X}$

$g(-X)=\dfrac{1}{-X}=-\dfrac{1}{X}=-g(X)$

الدالة g فردية

منه النقطة $\omega(-1;1)$ مركز تناظر لـ (C_f)



مركز تناظـر

(2) $f(x)=\dfrac{x+2}{x+1}$ $\omega(-1;1)$ 2AS

$f(2\alpha-x)+f(x)=2\beta$

$f(-2-x)+f(x)=2$

$f(-2-x)=\dfrac{-2-x+2}{-2-x+1}=\dfrac{-x}{-1-x}=\dfrac{x}{1+x}$

$f(-2-x)+f(x)=\dfrac{x}{1+x}+\dfrac{x+2}{x+1}=\dfrac{2x+2}{x+1}=\dfrac{2\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}}=2$

منه $\omega(-1;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) $f(-2-x)+f(x)=2$

$f(\alpha-x)+f(\alpha+x)=2\beta$

$f(-1-x)+f(-1+x)=2$

$f(-1-x)=\dfrac{-1-x+2}{-1-x+1}=\dfrac{-x+1}{-x}=\dfrac{x-1}{x}$

$f(-1+x)=\dfrac{-1+x+2}{-1+x+1}=\dfrac{x+1}{x}$

$f(-1-x)+f(-1+x)=\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x+1}{x}=\dfrac{2\cancel{x}}{\cancel{x}}=2$



منه $\omega(-1;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) $f(-2-x)+f(x)=2$

مركز تناظـر

(3) $f(x)=\dfrac{2x^2+5x+3}{x+2}$ $\omega(-2;-3)$

الطريقة 1 :

نضع : $\begin{cases} x=X-2 \\ y=Y-3 \end{cases}$

لدينا : $y=\dfrac{2x^2+5x+3}{x+2}$

منه : $Y-3=\dfrac{2(X-2)^2+5(X-2)+3}{(X-2)+2}$

منه : $Y-3=\dfrac{2X^2-8X+8+5X-10+3}{X}$

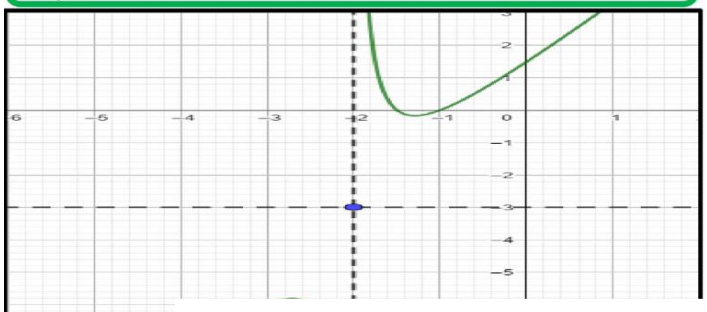
منه : $Y-3=\dfrac{2X^2-3X+1}{X}$

نضع : $g(X)=2X+\dfrac{1}{X}$

$g(-X)=-2X+\dfrac{1}{-X}=-\left(2X+\dfrac{1}{X}\right)=-g(X)$

الدالة g فردية

منه النقطة $\omega(-2;-3)$ مركز تناظر لـ (C_f)



مركز تناظـر (3 $f(x)=\frac{2x^2+5x+3}{x+2}$ $\omega(-2;-3)$

الطريقة 2 : $f(2\alpha-x)+f(x)=2\beta$ $f(-4-x)+f(x)=6$

ش 1 : من أجل $x\in D_f$ أي $x\neq -2$ فإنّ : $-x\neq 2$ منه : $-4-x\neq -2$ إذن : $2\alpha-x\in D_f$

ش 2 :

$$f(-4-x)=\frac{2(-4-x)^2+5(-4-x)+3}{(-4-x)+2}=\frac{2(16+x^2+8x)-20-5x+3}{-x-2}$$

$$=\frac{2x^2+11x+15}{-x-2}=\frac{-2x^2-11x-15}{x+2}$$

$$f(-4-x)+f(x)=\frac{-2x^2-11x-15}{x+2}+\frac{2x^2+5x+3}{x+2}$$

$$=\frac{-6x-12}{x+2}=\frac{-6(x+2)}{x+2}=-6$$



$f(-4-x)+f(x)=-6$ منه $\omega(-2;-3)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

مركز تناظـر (3 $f(x)=\frac{2x^2+5x+3}{x+2}$ $\omega(-2;-3)$

الطريقة 3 : $f(\alpha-x)+f(\alpha+x)=2\beta$ $f(-2-x)+f(-2+x)=-6$

$$f(-2-x)=\frac{2(-2-x)^2+5(-2-x)+3}{(-2-x)+2}=\frac{2(4+x^2+4x)-10-5x+3}{-x}=\frac{8+2x^2+8x-7-5x}{-x}$$

$$=\frac{2x^2+3x+1}{-x}=\frac{-2x^2-3x-1}{x}$$



$$f(-2+x)=\frac{2(-2+x)^2+5(-2+x)+3}{(-2+x)+2}=\frac{2(4+x^2-4x)-10+5x+3}{x}$$

$$=\frac{8+2x^2-8x-7+5x}{x}=\frac{2x^2-3x+1}{x}$$

$$f(-2-x)+f(-2+x)=\frac{-2x^2-3x-1}{x}+\frac{2x^2-3x+1}{x}=\frac{-6x}{x}=-6$$

$f(x)=-6$

محور تناظر

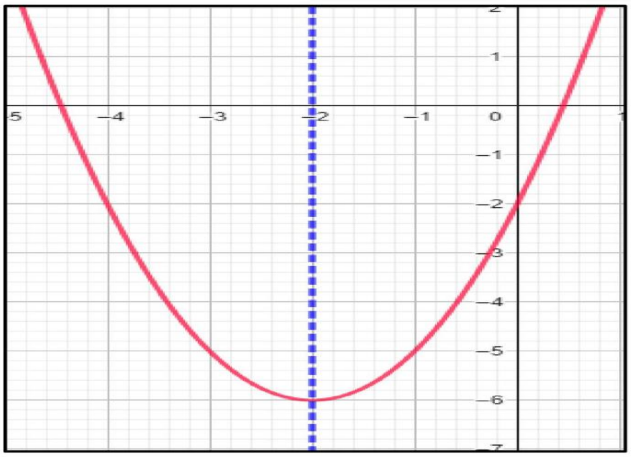
لإثبات أن $x = \alpha$ محور تناظر لـ (C_f) نتبع إحدى الطُرق التالية:

الطريقة 1 :
- ❖ نضع : $\begin{cases} x = X + \alpha \\ y = Y \end{cases}$ عبارة **تغيير المعلم**
- ❖ نعوض في $y = f(x)$
- ❖ نجد Y بدلالة X أي $Y = g(X)$ و هي معادلة في المعلم $(\omega, \vec{i}, \vec{j})$
- ❖ نثبت أن الدالة g زوجية.

الطريقة 2 : من أجل $x \in D_f$: $2\alpha - x \in D_f$ و $\boldsymbol{f(2\alpha - x) = f(x)}$

الطريقة 3 : من أجل $x \in D_f$: $\alpha - x \in D_f$ و $\alpha + x \in D_f$
و $\boldsymbol{f(\alpha - x) = f(\alpha + x)}$

محور تناظر (1) $f(x) = x^2 + 4x + 3$ $x = -2$



الطريقة 1 :

نضع : $\begin{cases} x = X - 2 \\ y = Y \end{cases}$

لدينا : $y = x^2 + 4x + 3$

$Y = (X-2)^2 + 4(X-2) + 3$

$Y = X^2 - 4X + 4 + 4X - 8 + 3$

$Y = X^2 - 1$ معادلة (C_f) في المعلم $(\omega, \vec{i}, \vec{j})$

نضع : $g(X) = X^2 - 1$

$g(-X) = (-X)^2 - 1$

$g(-X) = X^2 - 1$

$g(-X) = g(X)$

الدالة g زوجية

منه المستقيم $x = -2$ محور تناظر لـ (C_f)

2AS | محور تناظر (1) $f(x) = x^2 + 4x + 3$ $x = -2$

ط 2 : $f(2\alpha - x) = f(x)$

من أجل $x \in \mathbb{R}$ ؛ $-4 - x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f(-4-x) &= (-4-x)^2 + 4(-4-x) + 3 \\ &= 16 + 8x + x^2 - 16 - 4x + 3 \\ &= x^2 + 4x + 3 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

$\boldsymbol{f(-4-x) = f(x)}$

منه $f(-4-x) = f(x)$ $x = -2$ محور تناظر للمنحنى (C_f)

ط 3 : $f(\alpha - x) = f(\alpha + x)$

$$\begin{aligned} f(-2-x) &= (-2-x)^2 + 4(-2-x) + 3 \\ &= 4 + 4x + x^2 - 8 - 4x + 3 \\ &= \boldsymbol{x^2 - 1} \end{aligned}$$

$\boldsymbol{f(-2-x) = f(-2+x)}$

$$\begin{aligned} f(-2+x) &= (-2-x)^2 + 4(-2-x) + 3 \\ &= 4 + 4x + x^2 - 8 - 4x + 3 \end{aligned}$$

محور تناظـر

(2) $f(x)=\dfrac{2x^2-4x+1}{(x-1)^2}$ $x=1$

الطريقة 1 :

نضع : $\begin{cases} x=X+1 \\ y=Y \end{cases}$

لدينا : $y=\dfrac{2x^2-4x+1}{(X+1-1)^2}$

منه : $Y=\dfrac{2(X+1)^2-4(X+1)+1}{X^2}$

منه : $Y=\dfrac{2X^2+4X+2-4X+4+1}{X^2}$

منه : $Y=\dfrac{2X^2+7}{X^2}$

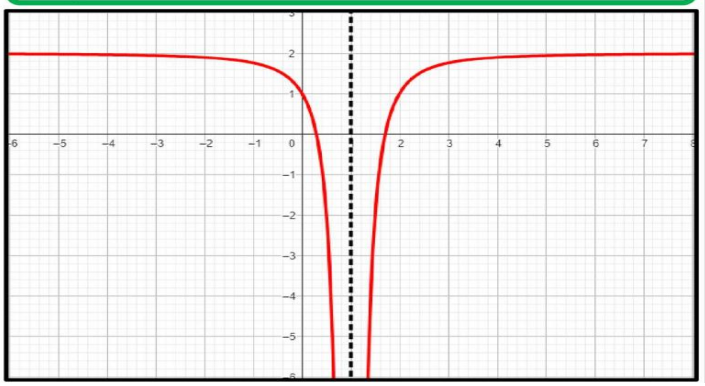
معادلة (C_f) في المعلم $(\omega,\vec{i},\vec{j})$

نضع : $g(X)=\dfrac{2X^2+7}{x^2}$

$g(-X)=\dfrac{2(-X)^2+7}{(-X)^2}=\dfrac{2X^2+7}{X^2}=g(X)$

الدالة g زوجية

منه المستقيم $x=1$ محور تناظر لـ (C_f)



للتعليم الثانوي
2 AS
رياضيات بجاية
M TM SE
1 AS
2 AS
3 AS

محور تناظـر

(2) $f(x)=\dfrac{2x^2-4x+1}{(x-1)^2}$ $x=1$

الطريقة 2 : $f(2\alpha-x)=f(x)$ $f(2-x)=f(x)$

ش 1 : من أجل $x\in D_f$ أي $x\neq 1$ فإنّ : $-x\neq -1$ منه : $2-x\neq 1$ إذن : $2\alpha-x\in D_f$

ش 2 :

$$f(2-x)=\frac{2(2-x)^2-4(2-x)+1}{(2-x-1)^2}=\frac{2(4+x^2-4x)-8+4x+1}{(1-x)^2}$$
$$=\frac{8+2x^2-8x-7+4x}{(x-1)^2}$$
$$=\frac{2x^2-4x+1}{(x-1)^2}$$
$$=f(x)$$

منه $f(2-x)=f(x)$ $x=1$ محور تناظر للمنحنى (C_f)

للتعليم الثانوي
2 AS
رياضيات بجاية
M TM SE
1 AS
2 AS
3 AS

محور تناظـر

(2) $f(x)=\dfrac{2x^2-4x+1}{(x-1)^2}$ $x=1$

الطريقة 3 : $f(\alpha-x)=f(\alpha+x)$ $f(1-x)=f(1+x)$

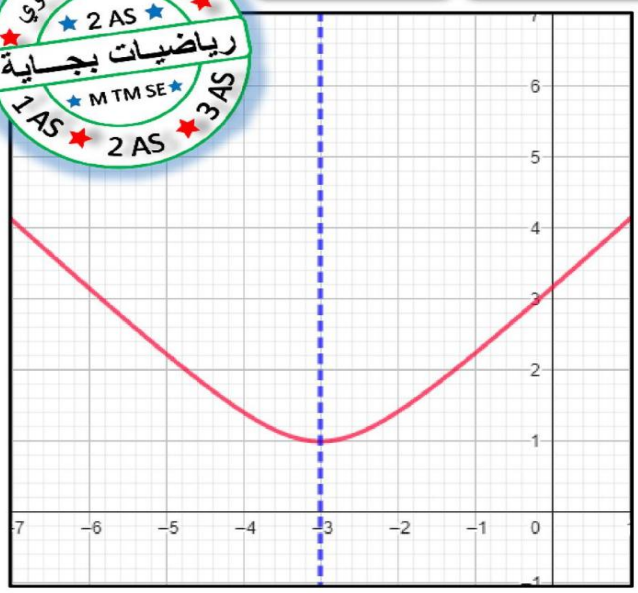
$$f(1-x)=\frac{2(1-x)^2-4(1-x)+1}{(1-x-1)^2}=\frac{2(1+x^2-2x)-4+4x+1}{(-x)^2}$$
$$=\frac{2+2x^2-4x-3+4x}{x^2}=\frac{2x^2-1}{x^2}$$

$$f(1-x)=\frac{2(1+x)^2-4(1+x)+1}{(1+x-1)^2}=\frac{2(1+x^2+2x)-4-4x+1}{(x)^2}$$
$$=\frac{2+2x^2+4x-3-4x}{x^2}=\frac{2x^2-1}{x^2}$$

منه $f(1-x)=f(1+x)$ $x=1$ محور تناظر للمنحنى (C_f)

للتعليم الثانوي
2 AS
رياضيات بجاية
M TM SE
1 AS
2 AS
3 AS

محور تناظر (3) $f(x)=\sqrt{x^2+6x+10}$ $x=-3$



الطريقة 1 :

نضع : $\begin{cases} x = X-3 \\ y = Y \end{cases}$

لدينا : $y=\sqrt{x^2+6x+10}$

$Y=\sqrt{(X-3)^2+6(X-3)+10}$

$Y=\sqrt{X^2-6X+9+6X-18+10}$

$Y=\sqrt{X^2-1}$ معادلة (C_f) في المعلم $(\omega,\vec{i},\vec{j})$

نضع : $g(X)=\sqrt{X^2+1}$

$g(-X)=\sqrt{(-X)^2+1}$

$g(-X)=\sqrt{X^2+1}$

$g(-X)=g(X)$ الدالة g زوجية

منه المستقيم $x=-3$ محور تناظر لـ (C_f)

محور تناظر (1) $f(x)=\sqrt{x^2+6x+10}$ $x=-3$ 2AS

ط 2 : $f(2\alpha-x)=f(x)$

$f(-6-x)=f(x)$

من أجل $x\in\mathbb{R}$ ؛ $-6-x\in\mathbb{R}$

$f(-6-x)=\sqrt{(-6-x)^2+6(-6-x)+10}$

$=\sqrt{36+12x+x^2-36-6x+10}$

$=\sqrt{x^2+6x+10}$

$=f(x)$

$f(-6-x)=f(x)$ منه $x=-3$ محور تناظر للمنحنى (C_f)

ط 3 : $f(\alpha-x)=f(\alpha+x)$

$f(-3-x)=f(-3+x)$

$f(-3-x)=\sqrt{(-3-x)^2+6(-3-x)+10}$

$=\sqrt{9-6x+x^2-18+6x+10}$

$=\sqrt{x^2+1}$

$f(-3+x)=\sqrt{(-3+x)^2+6(-3+x)+10}$

$=\sqrt{9-6x+x^2-18+6x+10}$

$=\sqrt{x^2+1}$

$f(-3-x)=f(-3+x)$ منه $x=-3$ محور تناظر للمنحنى (C_f)

التمرين 09 :

بيّن بثلاث طُرق مختلفة أنّ $\Omega(a;b)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) في كل حالة من الحالات التالية :

$\Omega(2;3)$	$f(x)=\dfrac{3x}{x-2}$
$\Omega(-1;1)$	$f(x)=\dfrac{x+2}{x+1}$
$\Omega(-2\ -3)$	$f(x)=\dfrac{2x^2+5x+3}{x+2}$

التمرين 10 :

بيّن بثلاث طُرق مختلفة أنّ $x=a$ محور تناظر للمنحنى (C_f) في كل حالة من الحالات التالية :

$x=-2$	$f(x)=x^2+4x+3$
$x=1$	$f(x)=\dfrac{2x^2-4x+1}{(x-1)^2}$