التمريـــــــن-1-

الجزء الأول :

g دالة معرفة على المجال $[-3;3]$ كما يلي : $g(x)=x^3+3x+4$ (C) تمثيلها البياني في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1.أدرس قابلية اشتقاق الدالة g عند 0 ثم فسر النتيجة هندسيا .

2.أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $[-3;3]$.

3.بين أن (C) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما 6 يطلب تعيين معادلة لكل منهما .

4.عين معادلة مماس المنحني (C) عند النقطة ذات الفاصلة 2 ، ثم استنتج قيمة مقربة لـ $g(2.0001)$.

5.عين تقريبا تألفيا للدالة عند 2 ،ثم استنتج قيمة مقربة لكل من $g(2.0001)$ و $g(1.9997)$

6.بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها فاصلتها .

7.احسب $g(-1)$ ثم حلل $g(x)$ إلى جداء عاملين.

8.أدرس إشارة $g(x)$ على $[-3;3]$.

الجزء الثاني :

f الدالة المعرفة على على المجال $[-3;3]$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1.تحقق من أنه ؛ من أجل كل عدد حقيقي x من $[-3;3]$ ؛ يكون : $f'(x)=\dfrac{x\times g(x)}{(x^2+1)^2}$.

2.استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $[-3;3]$.

3.أذكر القيم الحدية المحلة للدالة f .

4.عين حصرا لـ $f(x)$ على كل من المجالات التالية : $[-2.5;-2]$ و $[-0.5;-0.2]$ و $[-0.5;1]$.

5.عين معادلة (T) مماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

6.أنشئ كلا من (T) و المنحنى (C_f) . تعطى $f(0.75)=0$

7.ناقش ؛ حسب قيم الوسيط الحقيقي m ؛ عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x)=m$ في المجال $[-3;3]$.

8.عين بيانيا إشارة $f(x)$ على $[-3;3]$.

الجزء الثالث :

h الدالة المعرفة على على المجال $[-3;3]$ كما يلي : $h(x)=\dfrac{x^2|x|+x^2-1}{x^2+1}$ و (C_h) تمثيلها البياني في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1.بين أن الدالة h زوجية . 2. اكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة . 3.استنتج كيفية انشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

الجزء الرابع :

k الدالة المعرفة على على المجال $[-3;3]$ كما يلي : $k(x)=\left|\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2+1}\right|$ و (C_k) تمثيلها البياني في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1.اكتب $k(x)$ دون رمز القيمة المطلقة . 2.استنتج كيفية انشاء (C_k) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

الجزء الخامس :

v الدالة المعرفة

حل لتمريـــــن-1-

الجزء الأول :

1.أدرس قابلية اشتقاق الدالة g عند 0 ثم فسرالنتيجة هندسيا .

$$\lim_{h\to 0}\frac{g(h)-g(0)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h^3+3h+4-4}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h^3+3h}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h(h^2-3h)}{h}=\lim_{h\to 0}(h+3)=3$$

g قابلة للاشتقاق عند 0 و عددها المشتق عند 0 هو $g'(0)=3$.

هندسيا : (C) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 0 مماسا معامل توجيهه 3 .

2.دراسة تغيرات الدالة g:

من اجل كل x من $[-3;3]$، $g'(x)=3x^2+3$.

من اجل كل x من $[-3;3]$، $g'(x)\succ 0$. و بالتالي الدالة g متزايدة تماما على $[-3;3]$

جدول التغيرات :

x	-3		3
$g(x)$	-32	↗	40

3.بين أن (C) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما 6 يطلب تعيين معادلة لكل منهما .

$g'(x)=6$ معناه $3x^2+3=6$ و منه $3x^2=3$ و منه $x^2=1$ و منه $x=-1$ أو $x=1$.

اذن : (C) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما 6

أحدهما عند النقطة ذات الفاصلة 1- معادلته $y=g'(-1)(x+1)+g(-1)$ ومنه $y=6(x+1)+0$ أي $y=6x+6$

و الأخر عند النقطة ذات الفاصلة 1 معادلته $y=g'(1)(x-1)+g(1)$ ومنه $y=6(x-1)+8$ أي $y=6x+2$

4.عين معادلة (D) مماس المنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 2 ،

معادلته $y=g'(2)(x-2)+g(2)$ و منه $y=15(x-2)+18$ و منه معادلة (D) هي $y=15x-12$

ثم استنتج قيمة مقربة لـ $g(2.0001)$.

$$g(2.0001)\approx 15(2.0001)-12=18.0015$$

5.عين تقريبا تآلفيا للدالة عند 2 ،

$$g(2+h)=g'(2)\times h+g(2)=15h+18$$

ثم استنتج قيمة مقربة لـ $g(2.0001)$ و $g(1.9997)$

$$g(2.0001)\approx g(2+0.0001)=15(0.0001)+18=18.0015$$

$$g(1.9997)\approx g(2-0.0003)=15(0.0003)+18=17.9955$$

6.تبيين أن (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها :

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x ، $g''(x)=6x$

x	-3		0		3
$g''(x)$		$-$	0	$+$	

g'' تنعدم عند 0 مغيرة إشارتها إذن $A(0;4)$ هي نقطة انعطاف للمنحني(C).

7.احسب $g(-1)$ ثم حلل $g(x)$ إلى جداء عاملين:

$g(-1)=0$ و بالقسمة الاقليدية لـ $g(x)$ على $(x+1)$ نجد $g(x)=(x+1)(x^2-x+4)$

8.أدرس إشارة $g(x)$ على $[-3;3]$.

$x^2-x+4=0$

رة $(x+1)$

x	-3		-1		3
$g(x)$		-	0	+	

الجزء الثاني :

f الدالة المعرفة على على المجال $[-3;3]$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^3+x^2-1}{x^2+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1.تحقق من أنه ؛ من أجل كل عدد حقيقي x من $[-3;3]$ ؛ يكون : $f'(x)=\frac{x\times g(x)}{(x^2+1)^2}$:

من أجل كل عدد حقيقي x من $[-3;3]$ ؛

$$f'(x)=\frac{(3x^2+2x)(x^2+1)-2x(x^3+x^2-1)}{(x^2+1)^2}=\frac{x^4+3x^2+4x}{(x^2+1)^2}=\frac{x(x^3+3x+4)}{(x^2+1)^2}=\frac{x\times g(x)}{(x^2+1)^2}$$

2.استنتج اتجاه تغير الدالة f ،

من أجل كل عدد حقيقي x من $[-3;3]$ ؛ يكون : $f'(x)=\frac{x\times g(x)}{(x^2+1)^2}$:

x	-3		-1		0		3
x		-		-	0	+	
$g(x)$		-	0	+	|	+	
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

الدالة f متزايدة تماما على $[0;3]$و $[-3;-1]$.و متناقصة تماما على $[-1;0]$

ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $[-3;3]$:

x	-3		-1		0		3
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	-1.9	↗	-0.5	↘		↗	3.5

3.أذكر القيم الحدية المحلية للدالة f .

$f(-1)=-0.5$ هي قيمة حدية محلية كبرى للدالة f .

$f(0)=-1$ هي قيمة حدية محلية صغرى للدالة f .

4.عين حصرا لـ $f(x)$ على كل من المجالات التالية :

على $[-2.5;-2]$:

لدينا $-2.5\le x\le -2$ و f متزايدة تماما على المجال $[-2.5;-2]$ اذن $f(-2.5)\le f(x)\le f(-2)$ أي

$-1.43\le f(x)\le -1$

على $[-0.5;-0.2]$:

لدينا $-0.5\le x\le -0.2$ و f متناقصة تماما على المجال $[-0.5;-0.2]$ اذن $f(-0.2)\le f(x)\le f(-0.5)$ أي

$-0.93\le f(x)\le -0.7$

على $[-0.5;1]$: .

لدينا $-0.5\le x\le 1$ و f ليست رتيبة على المجال $[-0.5;1]$

-اذا كان $-0.5\le x\le 0$ f $-0.5;0$ أي $f(0)\le f(x)\le f(-0.5)$

-و اذا كان $0 \le x \le 1$ و f متزايدة تماما على المجال $[0;1]$ اذن $f(0) \le f(x) \le f(1)$ أي

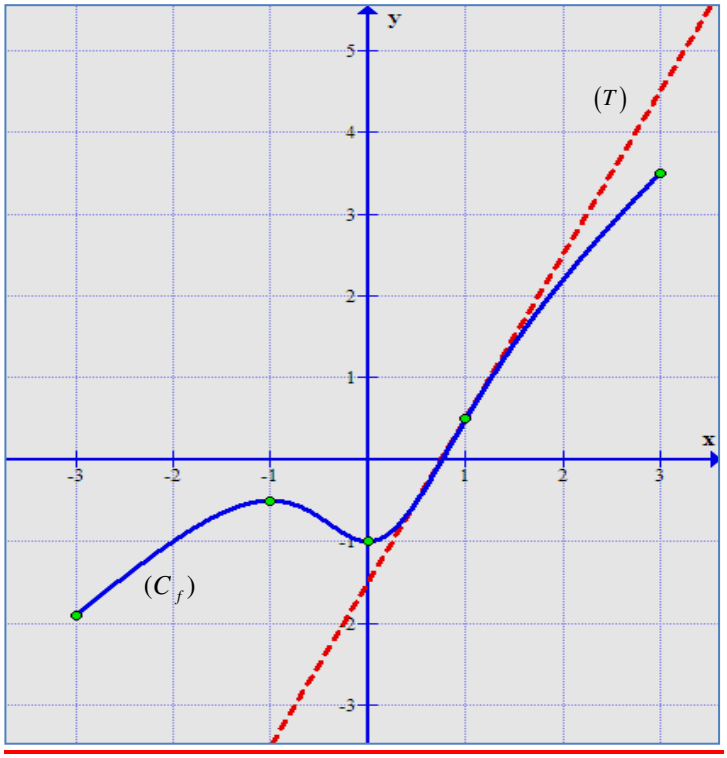
$-1 \le f(x) \le 0.5$ .....(2)

من (1) و (2) نستنتج أنه اذا كان $[-0.5;1]$ فإن $-1 \le f(x) \le 0.5$.

5.عين معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

معادلته $y = f'(1)(x-1)+f(1)$ ومنه $y = 2(x-1)+\frac{1}{2}$ أي $y = 2x-\frac{3}{2}$

6.أنشئ كلا من (T) و المنحنى (C_f) . تعطى $f(0.75)=0$



7.ناقش ؛ حسب قيم الوسيط الحقيقي m ؛ عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x)=m$ في المجال $[-3;3]$.

إذا كان $m \prec -1.9$ ؛ المعادلة لا تقبل حلول

إذا كان $m=-1$ ؛ المعادلة تقبل حلا سالبا و حلا معدوما.

إذا كان $m=-0.5$ ؛ المعادلة تقبل حلا سالبا و حلا موجبا .

إذا كان $-1.9 \le m \prec -1$ ؛ المعادلة تقبل حلا سالبا .

إذا كان $-1 \prec m \prec -0.5$ ؛ المعادلة تقبل حلين سالبين و حلا موجبا

إذا كان $m \succ -0.5$ ؛ المعادلة تقبل حلا موجبا .

8.عين بيانيا إشارة $f(x)$ على $[-3;3]$.

x	-3		0.75		3
$f(x)$		-	0	+	

الجزء الثالث :

h الدالة المعرفة على على المجال $[-3;3]$ كما يلي : $h(x) = \frac{x^2|x|+x^2-1}{x^2+1}$ و (C_h) تمثيلها البياني في معلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1.بين أن الدالة h زوجية .

من اجل $x \in [-3;3]$ ، $-x \in [-3;3]$ و: $h(-x) = \frac{(-x)^2|-x|+(-x)^2-1}{(-x)^2+1} = \frac{x^2|x|+x^2-1}{x^2+1} = h(x)$.

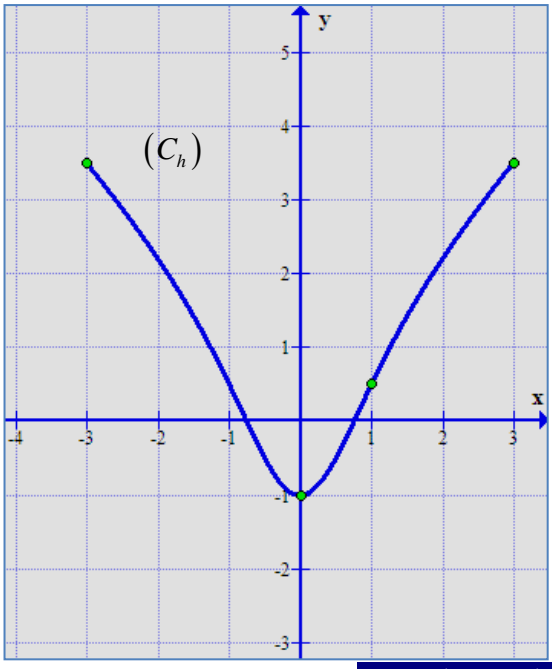
إذن الدالة h زوجية .

2. اكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

$$\begin{cases} h(x)=\dfrac{x^2\times x+x^2-1}{x^2+1}=\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2+1}=f(x) & ;x\in[0;3] \\ h(x)=\dfrac{x^2\times(-x)+x^2-1}{x^2+1}=\dfrac{-x^3+x^2-1}{x^2+1} & ;x\in[-3;0] \end{cases}$$

3.استنتج كيفية انشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

(C_h) منطبق على (C_f) لما $x\in[0;3]$ و بما أن الدالة h زوجية فإن (C_h) متناظر بالنسبة لمحور التراتيب .



الجزء الرابع :

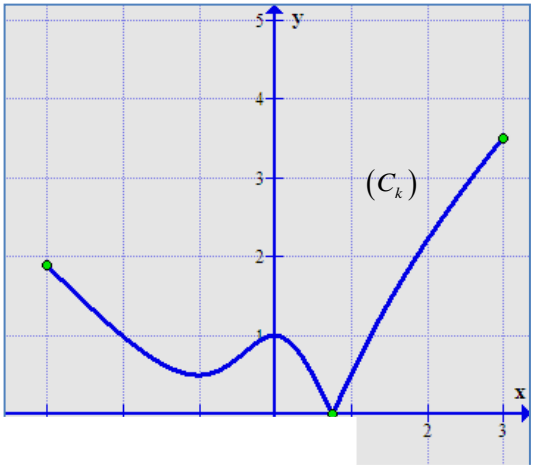
k الدالة المعرفة على على المجال $[-3;3]$ كما يلي : $k(x)=\left|\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2+1}\right|$ و (C_k) تمثيلها البياني في معلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1.اكتب $k(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

$$\begin{cases} k(x)=\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2+1}=f(x) & ;x\in[0.75;3] \\ k(x)=-\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2+1}=-f(x) & ;x\in[-3;0.75] \end{cases}$$

2.استنتج كيفية انشاء (C_k) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

(C_k) منطبق على (C_f) لما $x\in[0.75;3]$ و مناظر لـ (C_f) بالنسبة الى محور الفواصل لما $x\in[0;0.75]$



الجزء الخامس :

v الدالة المعرفة على على المجال $[-3;3]$ كما يلي : $v(x)=[f(x)]^2$.

➢ شكل جدول تغيراتها على المجال $[-3;3]$.

من أجل كل x من $[-3;3]$ لدينا ، $v(x)=2\times f'(x)\times f(x)$

x	-3		-1		0		0.75		4
$f'(x)$		+	0	-	0	+	‖	+	
$f(x)$		-	‖	-	‖	-	0	+	
$v'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$v(x)$	$(-1.9)^2$	↘		↗	1	↘		↗	3.5^2
			0.25				0		

دعواتكـــــــــــــــــــم

الأستاذ : بلجودى حمـــــــــو