التحضير الممتاز للرياضيات

سلسلة
الربح في الوقت مع الصديق في الرياضيات

1

★ الدوال العددية (عموميات)



أقدم لإخواني الأساتذة وأبنائي الطلبة هذا العمل المتواضع والمتمثل في

سلسلة الربح في الوقت مع الصديق في الرياضيات في الدوال العددية

للسنة الثانية ثانوي جميع الشعب العلمية :

علوم تجريبية ★ رياضيات ★ تقني رياضي

للتحضير الممتاز للرياضيات.

تتضمن هذه السلسلة :

- عموميات + الدوال المركبة.
- اتجاه التغير والتمثيل البياني.
- المعادلات والمتراجحات من الدرجة الثانية أو الثالثة.

لا تنسونا من صالح الدعاء للوالدين الكريمين ولي. محبكم في الله الأستاذ : فراحتية المحفوظ



آخر تحديث : 2021/09/14

السنة الدراسية : 2022/2021

الأستاذ فراد

mahfoudferahti

تمرين رقم 1

عين مجموعة التعريف للدوال التالية:

1) $f(x)=x^2-x+5$.
2) $f(x)=\dfrac{x+1}{x-2}$.
3) $f(x)=\dfrac{1}{x^2+2}$.
4) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-4}$.
5) $f(x)=\sqrt{x+3}$.
6) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+2}{x-4}}$.
7) $f(x)=\dfrac{x^2+2}{|x|+1}$.
8) $f(x)=x+\dfrac{x-6}{x^2+2x+1}$
9) $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-9}}$.
10) $f(x)=x^2-|x+1|$.
11) $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-9}}$.
12) $f(x)=x-\sqrt{x-2}$.
13) $f(x)=x+\dfrac{x-6}{x^2+2x+1}$.
14) $\begin{cases} f(x)=\dfrac{|x|}{x^2-|x|}\ ;\ x\in\mathbb{R}^* \\ f(0)=-1 \end{cases}$
15) $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{x+2}\ ;\ x>-1 \\ f(x)=\dfrac{x}{x+1}\ ;\ x<-1 \\ f(-1)=0 \end{cases}$

تمرين رقم 2

1) عين مجموعة تعريف الدوال
f ، g ، $f+g$ ، $f-g$ ، $f\times g$ ، $\dfrac{f}{g}$ ، $3f$ ، $-2g$ ، $3f-2g$ و في كل حالة:

ا. $f(x)=x^2+1$; $g(x)=x^2+2x-3$.

ب. $f(x)=1-\dfrac{3}{x+2}$; $g(x)=\dfrac{2x-3}{x+2}$.

ج. $f(x)=2x^2-1$; $g(x)=4x+3$.

2) عين عبارة الدوال: $f+g$ ، $f-g$ ، $f\times g$ ، $\dfrac{f}{g}$ ، $3f$ ، $-2g$ ، $3f-2g$ و في كل حالة:

ا. $f(x)=x^2+1$; $g(x)=x^2+2x-3$.

ب. $f(x)=1-\dfrac{3}{x+2}$; $g(x)=\dfrac{2x-3}{x+2}$.

ج. $f(x)=2x^2-1$; $g(x)=4x+3$.

تمرين رقم 3

اذكر إن كانت الدالتين f و g متساويتين في كل حالة من الحالات التالية:

1) $f(x)=\sqrt{x^3+x^2}$; $g(x)=|x|\sqrt{x+1}$.
2) $f(x)=x+2$; $g(x)=(\sqrt{x+2})^2$.
3) $f(x)=1+\dfrac{2}{x-3}$; $g(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{(x-3)^2}$
4) $f(x)=2x-3$; $g(x)=\dfrac{(2x-3)(x+1)}{x+1}$.
5) $f(x)=x-\dfrac{3}{x-2}$; $g(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{x-2}$

تمرين رقم 4

f و g دالتان حيث $f(x)=x^2+1$ و $g(x)=x^2+2x$

1) عين مجموعة تعريف الدوال f ، g ، $f+g$ و $f\times g$.
2) اوجد عبارة الدالتين $f+g$ و $f\times g$.

تمرين رقم 5

عين العبارتين $f\circ g$ و $g\circ f$ في كل حالة مما يأتي:

1) $f(x)=3x$; $g(x)=-4x$
2) $f(x)=x+3$; $g(x)=4x+5$
3) $f(x)=x^2$; $g(x)=2-3x$
4) $f(x)=x^2$; $g(x)=\sqrt{x}$
5) $f(x)=\dfrac{-1}{x+1}$; $g(x)=2x$

$f(x)=\sqrt{x}$

$f(x)$

8) $f(x)=\sqrt{x-1}$; $g(x)=\dfrac{1}{2x-1}$

9) $f(x)=|x+2|$; $g(x)=\dfrac{1}{x^2}$

10) $f(x)=2x-1$; $g(x)=\dfrac{x+1}{x+2}$, $x\neq -2$

تمرين رقم 6

I) عين $f\circ g$ و $g\circ f$ بعد تعيين مجموعة تعريف f ، g ، $f\circ g$ و $g\circ f$. في كل حالة:

1) $f(x)=2x+4$ و $g(x)=3x^2+2x$.

2) $f(x)=2x$ و $g(x)=\dfrac{-2}{x+1}$.

3) $f(x)=\sqrt{x^2+2x}$ و $g(x)=\dfrac{1}{x}+3$.

4) $f(x)=-x+3$ و $g(x)=\sqrt{x+2}$.

5) $f(x)=x^2-3$ و $g(x)=\dfrac{3}{x}$.

6) $f(x)=4x-1$ و $g(x)=\sin(x+1)$.

II) f ، g ، h و k دوال معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1$ ، $g(x)=x^2$ ، $h(x)=x+1$ و $k(x)=x^2+1$.

❖ أثبت ما يلي:

$k=h\circ g$ ، $f+k=g\circ h$ ، $2k=f\circ k$ ، $g+2h=k\circ h$ ، $gk+k=g\circ k$ ، $g^2+2k=k\circ k$.

تمرين رقم 7

فكك الدالة f إلى مركب دالتين بسيطتين يطلب تعيينهما في كل حالة:

1) $f(x)=(x+2)^2+1$.

2) $f(x)=4(x-1)^2+3$.

3) $f(x)=\dfrac{3}{x+1}$.

4) $f(x)=2-\dfrac{3}{x+4}$.

5) $f(x)=\sqrt{x-2}$.

6) $f(x)=\left|\dfrac{2}{3}x-1\right|$.

7) $)=(x-2)^2$

9) $f(x)=\sqrt{x^2+2}$.

10) $f(x)=\sqrt{x+5}$.

11) $f(x)=\cos(2x-1)$.

12) $f(x)=\left|\dfrac{2x-1}{5}\right|$.

13) $f(x)=2+\dfrac{4}{x}$.

14) $f(x)=3\sqrt{x}+2$.

15) $f(x)=|x+2|-2$.

16) $f(x)=\dfrac{5}{(x^2+2)}+x^2+5$.

تمرين رقم 8

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$.

❖ بين أن $(f\circ f)(x)=x$، ثم استنتج قيمة العدد: $(f\circ f\circ f)(2)$.

تمرين رقم 9

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=ax+b$.

حيث a و b عددان حقيقيان مع $a\neq 0$.

1) عرف الدالة $f\circ f$.

2) عين الثنائية $(a;b)$ التي من أجلها يكون: $f\circ f=f$.

تمرين رقم 10

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$، وجدول تغيراتها كما يلي:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$		2	

g الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=f\left(\sqrt{x}\right)$.

❖ g ما الدالة f،

تمرين رقم 11

I) ادرس تغيرات الدوال التالية على مجال I في كل حالة:

1) $f(x)=3x-4$ $\quad I=\mathbb{R}$.

2) $g(x)=-5x+7$ $\quad I=]-\infty,+\infty[$.

3) $h(x)=x-\frac{1}{x}$ $\quad I=]0,+\infty[$.

4) $k(x)=\sqrt{3-x}$ $\quad I=]-\infty;3]$.

5) $u(x)=2x^2-4$ $\quad I=\mathbb{R}$.

6) $v(x)=\frac{1}{x^2}$ $\quad I=\mathbb{R}^*$.

7) $\varphi(x)=x^2+x$ $\quad I=]0,+\infty]$.

II) استنتج إتجاه تغير الدوال التالية:

$2f-5$ ، $-3g+2$ ، $v\times\varphi$ ، $f+g$ ، $f-3h$ ،

$v\times u$ ، $f\circ v$ ، $g\circ v$ ، $f\circ v$ و $f\circ h$.

تمرين رقم 12

لتكن f و g دالتين جدولي تغيراتهما كالآتي:

x	-3		0		1
$f(x)$	0	↘	-4	↗	5

x	-4		0		5
$g(x)$	-5	↗	0	↗	2

1) اوجد مجموعة تعريف الدالة $h=g\circ f$.

2) احسب $h(-3)$ ، $h(-0)$ و $h(1)$.

3) ادرس إتجاه تغير الدالة h على مجال $[-3;0]$، ثم على $[0;1]$.

1) بين أن الدالتين f و $\frac{1}{f}$ متعاكستان في اتجاه التغير على المجال I.

2) **تطبيق عددي :** ادرس على المجال $[0;+\infty[$ اتجاه تغير h حيث $h(x)=\frac{1}{x^2+1}$.

تمرين رقم 14

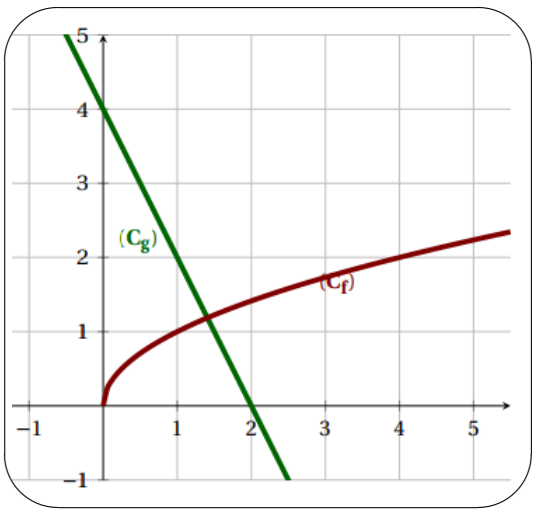
لتكن f دالة معرفة على المجال $[-3;4]$ حيث جدول تغيراتها على الشكل التالي:

x	-3		1		4
$f(x)$	16	↘	1	↗	9

❖ ادرس اتجاه تغير كل من الدوال التالية: $\frac{1}{f}$ ، $\sqrt{f}$ و f^2.
ثم شكل جدول التغيرات لكل منها.

تمرين رقم 15

f و g دالتين معرفتين على $[0;+\infty[$ و $\mathbb{R}$ على الترتيب (C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في معلم م م $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ كما هو موضح في الشكل الآتي:



1) بقراءة بيانية عين: $(g\circ f)(0)$ و $(g\circ f)(4)$.

$f(x)$.

م عين عبارتها.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة $f \circ g$.

تمرين رقم 16

1) ادرس اتجاه تغير الدالة h المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بالشكل: $h(x) = \frac{1}{x-1}$.

2) نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على المجال $]1;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = x-1$ و $g(x) = \frac{x}{x-1}$.

ا. بين أنه إذا كان $x > 1$ فإن $g(x) > 1$.

ب. تحقق أن $(f \circ g)(x) = h(x)$، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g.

تمرين رقم 17

1) f و g دالتان معرفتان على المجال $[0;+\infty[$ بـ:
$f(x) = 2x+1$ و $g(x) = x^2$.

❖ أثبت ان الدالة $f+g$ متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

2) f دالة عددية معرفة على $]-\infty;0[$ بـ:
$f(x) = x^2 + |x|$.

❖ اثبت ان الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;0[$.

3) f دالة عددية معرفة على المجال $\mathbb{R}_+^*$ بـ: $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

❖ اثبت ان الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}_+^*$.

تمرين رقم 18

لتكن f دالة معرفة بجدول تغيراتها:

x	-5		0		1		3		7
$f(x)$	-4	↗	-1	↘	-2	↗	0	↗	6

1) عين حلول المعا

$g(x) = f($.

3) من الجدول السابق عين جدول تغيرات الدوال التالية المعرفة بـ: $k(x) = -f(x)$ ، $g(x) = 3f(x)$ ، $l(x) = f(x) - 2$ و $u(x) = |f(x)|$.

4) ارسم في نفس المعلم منحنى الدالة f ومنحنيات الدوال المذكورة في السؤال السابق.

تمرين رقم 19

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$. وجدول تغيراتها مبين في الشكل التالي:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

1) شكل جدول تغيرات الدالة k المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $k(x) = f(-2x+3)$.

2) شكل جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1;1\}$ بـ: $g(x) = f(x^2)$.

تمرين رقم 20

لتكن الدالة f المعرفة على $]0;2[\cup]2;+\infty[$. وجدول تغيراتها مبين في الشكل التالي:

x	0		1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	-1	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

الأستاذ فراحتية المحفوظ للرياضيات — MATH — دروس * امتحانات * فروض * ملخصات

تمرين رقم 21

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$. وجدول تغيراتها مبين في الشكل التالي:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	
$f(x)$	2	$\searrow$	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	$\searrow$	2

❖ شكل جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-\sqrt{2};\sqrt{2}\}$ بـ: $g(x)=f(x^2)$.

تمرين رقم 22

لتكن f و g معرفتان بـ: $f(x)=x^2-4x+2$ و $g(x)=\sqrt{x}$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
2) احسب $f(0)$ ، $f(1)$ ، $f(4)$ و $g(4)$.
3) أنشيء (C_f) و (C_g) في معلم متعامد ومتجانس.
4) حل بيانيا المعادلة $f(x)=g(x)$.
5) حل بيانيا المتراجحة $f(x)>g(x)$.

تمرين رقم 23

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2+x+1$

1) اشرح كيف يمكن إنشاء التمثيل البياني للدالة f إنطلاقا من دالة مرجعية يطلب تعيينها ثم ارسم (C_f).
2) بين كيف يمكن إستنتاج التمثيل البياني للدوال التالية:
$g(x)=f(x+2)-1$ ، $h(x)=f(x-3)+3$ ، $k(x)=-f(x)$ ، $u(x)=f(|x|)$ ، $v(x)=|f(x)|$.

تمرين رقم 24

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

❖ اشرح كيف يمكن إستنتاج المنحنيات الممثلة للدوال g ، h و k حيث: $g(x)=\left|\dfrac{2x-1}{x+1}\right|$ ،

$h(x)=\dfrac{2x-1}{|x+1|}$ و $k(x)=\dfrac{2|x|-1}{|x|+1}$.

تمرين رقم 25

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=x^2+x-2$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

❖ حدد من بين النقط التالية التي تنتمي إلى (C_f)

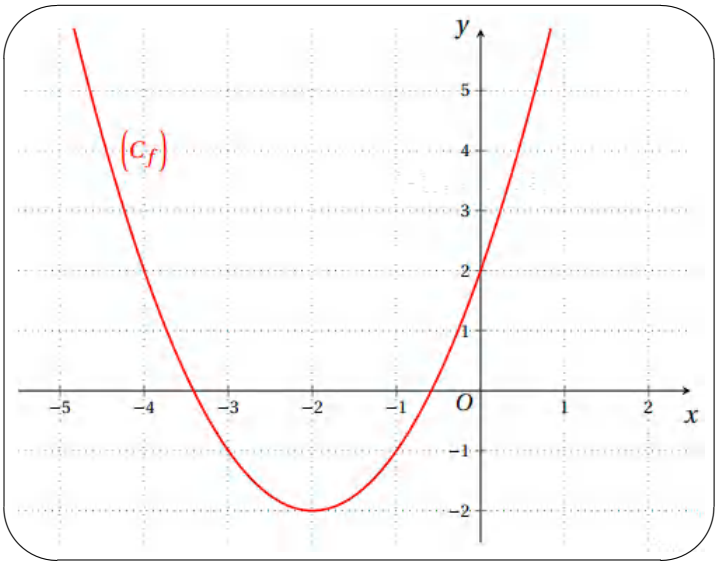
$A(1,0)$ ، $B(0,-2)$ ، $C(0,0)$ ، $D(-2,0)$ ، $E(2,7)$ ، $F(1,1)$ ، $G(2,4)$ ، $H(-1,-2)$.

تمرين رقم 26

1) ادرس تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x-1$.
2) ارسم تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
3) بين كيف يمكن إستنتاج التمثيل البياني للدوال التالية:
$g(x)=2f(x)$ ، $h(x)=f(x)+3$ ، $k(x)=2x+3$ ، $u(x)=-3f(x)$ ، $v(x)=f(x)-2$.
4) ارسم التمثيلات البيانية للدوال السابقة.

تمرين رقم 27

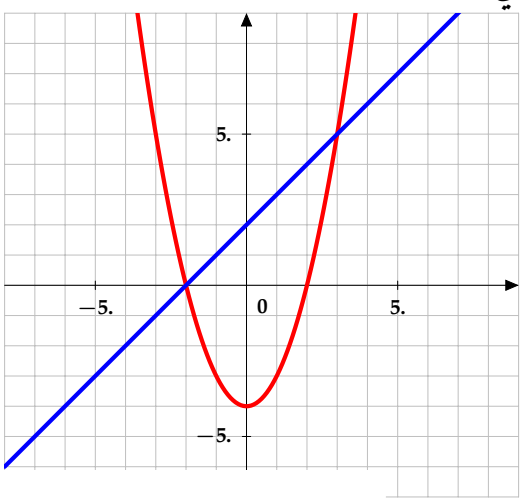
في المستوي المنسوب إلى معلم م م $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. المنحنى (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f كما هو موضح في الشكل الآتي:



1) شكل جدول تغيرات الدالة f.
2) عين شعاع الانسحاب الذي يحول منحنى الدالة مربع إلى (C_f).
3) جد عبارة $f(x)$ بدلالة x.
4) بين ان المستقيم ذو المعادلة $x = -2$ محور تناظر لـ (C_f).
5) في نفس المعلم أنشئ الدوال: $g(x) = |f(x)|$ ، $h(x) = f(|x|)$ و $k(x) = (x-1)^2 + 1$.

تمرين رقم 28

لتكن الدالة f دالة معرفة على $[-5;5]$ بتمثيلها البياني الموضح في الشكل الآتي:



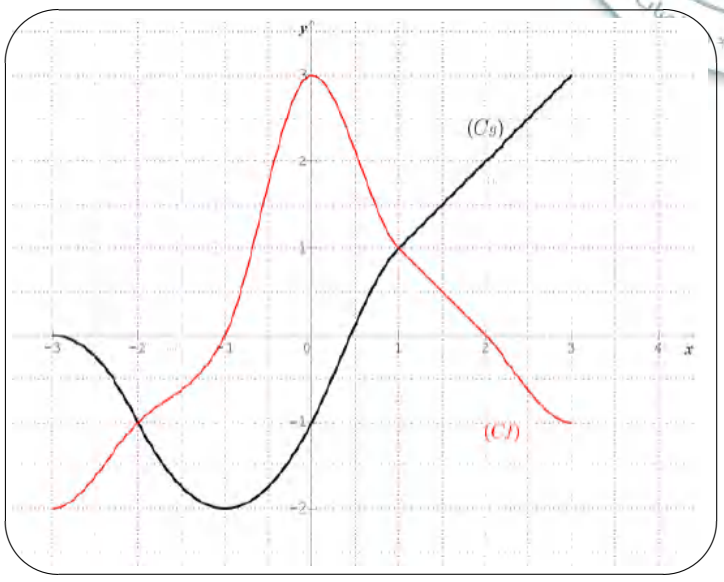
2) عين حلول المعادلة $f(x) = 0$ والمتراجحة $f(x) \geq 0$ بيانيا.
3) شكل جدول تغيرات الدالة f.
4) بين أن f دالة زوجية وفسر ذلك هندسيا.
5) عين معادلة للمستقيم (Δ) المبين في الشكل أدناه.
6) حل بيانيا وحسابيا المتراجحة $f(x) < x + 2$.
7) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$h(x) = (x+2)^2 - 1$$

ا. شكل جدول تغيرات الدالة h
ب. تحقق أن $h(x) = f(x+2) + 3$.
ج. أنشيء في نفس المعلم المنحنيات التالية:
- التمثيل البياني للدالة h.
- التمثيل البياني للدالة $x \mapsto |f(x)|$.

تمرين رقم 29

(C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين f و g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
كما هو موضح في الشكل الآتي:



1) عين مجموعة تعريف الدوال f ، g و $g \circ f$.
2) عين: $(g \circ f)(1)$ ، $(f \circ g)(0)$ و $(g \circ f \circ g)(2)$.
$(g \circ f)(x)$ ،
$(f \circ f)$.

4) حل بيانيا المتراجحتين الآتيتين:
$(g\circ f)(x)>-1$ و $(f\circ g)(x)\leq -1$.

تمرين رقم 30

ادرس إشارة كل ثلاثي حدود مايلي:
1) x^2+4x+3.
2) $-3x^2+x+1$.
3) $4x^2--x+1$.
4) x^2-6x+2.

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:
1) $x^4+2x^2=0$.
2) $x^4-4x^2+4=0$.
3) $x^4+x^2-6=0$.
4) $x^4+3x^2+4=0$.

تمرين رقم 31

في كل مايلي اكتب الدالة f بدون رمز قيمة المطلقة على مجال تعريفها:
1) $I=\mathbb{R}$ $f(x)=\sqrt{|-2x+4|}$.
2) $I=\mathbb{R}$ $f(x)=\sqrt{|-2x^2+4x|}$.
3) $I=\mathbb{R}-\{-2,2\}$ $f(x)=\dfrac{2x+3}{|x^2-4|}$.
4) $I=\mathbb{R}$ $f(x)=\dfrac{x^2+3x}{|x+2|+3}$.
5) $I=\mathbb{R}$ $f(x)=\dfrac{x^2+3x}{|x+2|+|x-5|}$.
6) $I=[0;2\pi]$ $f(x)=|\sin(x)|$.
7) $I=[0;2\pi]$ $f(x)=|\cos(x)|$.

تمرين رقم 32

I) أثبت بطريقتين مختلفتين أن $\Omega(a,b)$ أنها مركز تناظر للمنحنى (C_f) في كل

2) $\Omega(-1,1)$ $f(x)=\dfrac{x+2}{x+1}$.
3) $\Omega(1,2)$ $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

II) أثبت بطريقتين مختلفتين أن المستقيم $x=a$ أنه محور تناظر للمنحنى (C_f) في كل حالة:
1) $x=-2$ $f(x)=x^2+4x+3$.
2) $x=1$ $f(x)=\dfrac{x^2-2x+3}{(x-1)^2}$.

تمرين رقم 33

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x+2}{x+1}$.
(C_f) هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
ولتكن A نقطة من المستوي احداثياتها $(-1;1)$ في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ ولتكن M نقطة من (Γ) احداثيتها $(x;y)$ في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.
1) أوجد $(X;Y)$ احداثيتا النقطة M في المعلم $(A;\vec{i},\vec{j})$، ثم اوجد معادلة (Γ) في المعلم $(A;\vec{i},\vec{j})$.
2) نضع $g(X)=Y$.
ادرس شفعية الدالة g، ماذا تستنتج ؟

تمرين رقم 34

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2+2x$.
1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا:
$f(x)=(x+1)^2-1$.
2) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$
لدينا: $f(x)>0$.
4) بالإستعانة بمنحنى الدالة مربع ارسم (C_f) منحني الدالة f

تمرين رقم 35

لتكن الدالة f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=ax^2+bx+c$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عين الأعداد a ، b و c علما ان النقاط $A(0,-5)$ ، $B(1,0)$ و $C(-5,0)$ تنتمي الى (C_f).

2) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x)=(x+2)^2-9$.

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4) عين القيمة الحدية الصغرى للدالة f.

5) بالإستعانة بمنحنى الدالة مربع ارسم (C_f) منحنى الدالة f في المعلم السابق.

تمرين رقم 36

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2-2x$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) باستعمال منحنى الدالة مربع أرسم (C_f) في معلم متعامد ومتجانس.

3) أنشيء في نفس المعلم المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto|f(x)|$.

4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x)=m$ والمعادلة $|f(x)|=m$.

تمرين رقم 37

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+1)(x-4)$.

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f(x)=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$.

2) ارسم في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ منحنى الدالة $x\mapsto x^2$ واستنتج رسم المنحنى الممثل للدالة f.

3) g دالة معرفة ء

4) ارسم منحنى g بإستعمال منحنى f.

تمرين رقم 38

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:
$f(x)=-x^2+3x+4$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x)=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{2}$.

2) بكتابة f على شكل مركب دوال مرجعية:
❖ حدد تغيرات الدالة f على المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$ والمجال $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$.

3) بين أن منحنى (C_f) هو صورة المنحنى (H) الذي معادلته $y=-x^2$ بإنسحاب يطلب تعيينه.

4) عين نقاط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل ثم ارسم (C_f).

5) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=|f(x)|$.
(C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
❖ اكتب $g(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة ثم اشرح كيف يمكن رسم (C_g) إنطلاقا من (C_f)، ثم ارسم (C_g).

تمرين رقم 39

نعتبر الدالتين u و v المعرفتين كمايلي:
$u(x)=-x+4$ و $v(x)=\frac{1}{x}$.
لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;4[$ بـ:
$f(x)=(v\circ u)(x)$.

1) اكتب عبارة $f(x)$ بدلالة x.

2) عين صورة المجال $]-\infty;4[$ بالدالة u.

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;4[$.

4) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty;4[$ بـ:
$g(x)=-f(x)+5$.

ا. اكتب عبارة $g(x)$ بدلالة x.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty;4[$.

5) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]-\infty;4[$ بـ:
$h(x)=\dfrac{5x-19}{x-4}$.

ا. عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من المجال $]-\infty;4[$: $h(x)=a+\dfrac{b}{x-4}$.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة h على المجال $]-\infty;4[$.

ج. بين أن المنحنى الممثل للدالة h هو صورة منحنى الدالة مقلوب بانسحاب يطلب تعيين شعاعه.

تمرين رقم 40

لتكن f دالة معرفة بـ: $f(x)=\dfrac{3x-2}{x+1}$. و (C_f) تمثيلها البياني.

1) عين مجموعة التعريف للدالة f.

2) عين العددين a و b بحيث من أجل كل عدد حقيقي يختلف عن -1 لدينا: $f(x)=a+\dfrac{b}{x+1}$.

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>-1$ لدينا: $f(x)>3$.

5) بين أن النقطة $\omega(-1;3)$ مركز تناظر لـ (C_f).

6) بين أن (C_f) منحنى الدالة f هو صورة منحنى الدالة مقلوب بانسحاب يطلب تعيين شعاعه ثم ارسمه.

تمرين رقم 41

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ:
$f(x)=\dfrac{2x+5}{x+2}$.
وليكن (C_f) تمثيلها

1) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي يختلف عن -2: $f(x)=a+\dfrac{b}{x+2}$.

2) بين أن f هي مركب دالتين يطلب تعيينهما.

3) عين اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين: $]-\infty;-2[$ و $]-2;+\infty[$.

4) بين أن النقطة $\omega(-2,2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5) إستنتج كيفية رسم (C_f) إنطلاقا من منحنى الدالة مقلوب ثم أرسمه.

II) لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2,2\}$ بـ:
$g(x)=f(-|x|)$.

1) بين أن g دالة زوجية.

2) اشرح كيفية رسم منحنى الدالة g ثم ارسمه في نفس المستوي.

تمرين رقم 42

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ كمايلي:
$f(x)=\dfrac{x^2+3x}{2-x}$.

1) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$ فإن: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{2-x}$.

2) ادرس وضعية المنحنى (C_f) الممثل للدالة f بالنسبة للمستقيم الذي معادلته $y=-x-5$.

تمرين رقم 43

لتكن f دالة معرفة بـ: $f(x)=\dfrac{2x+6}{x-1}$.

1) ا. عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

ب. عين العددين الحقيقين a و b بحيث من اجل كل x من D_f يكون: $f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$.

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;1[$ والمجال

$g(x$.

ا. عين D_g مجموعة تعريف الدالة g.

ب. بين أن g هي مركب دالتين يطلب تعيينهما.

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty;-3]$ والمجال $[1;+\infty[$.

تمرين رقم 44

لتكن الدالة f المعرفة على $[-1;+\infty[$ بـ:
$f(x)=-1+\sqrt{1+x}$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ لدينا: $f(x)>0$.

3) بالإستعانة بمحنى الدالة الجذر التربيعي ارسم (C_f) منحني الدالة f في معلم متعامد ومتجانس.

تمرين رقم 45

لتكن f و g الدالتين العددية المعرفتين بـ:
$f(x)=\sqrt{x+1}-1$ و $g(x)=1+\dfrac{1}{x-1}$.

1) عين مجموعة تعريف f و g ثم إشرح كيف يمكن رسم (C_f) و (C_g).

2) أنشئ التمثيل البياني للدوال التالية:
$h(x)=-3f(x)$ و $k(x)=|g(x)|$.

3) لتكن F الدالة العددية المعرفة بـ: $F(x)=f(|x|)$.

ا. عين مجموعة تعريف الدالة F.

ب. بين أن الدالة F زوجية.

ج. ارسم (C_F).

تمرين رقم 46

f الدالة العددية المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ كمايلي:
$f(x)=-2+\sqrt{x-1}$
(C_f) تمثيلها البياني

1) تحقق أن الدالة f هي مركب دالتين مرجعيتين u و v يطلب تعيين عبارتهما.

2) إعتمادا على إتجاه تغير كلا من الدالتين u و v إستنتج إتجاه تغير الدالة f.

3) حل في المجال $[1;+\infty[$ المعادلة $f(x)=0$.

4) إشرح كيف يمكن رسم (C_f) إنطلاقا من بيان الدالة جذر التربيعي.

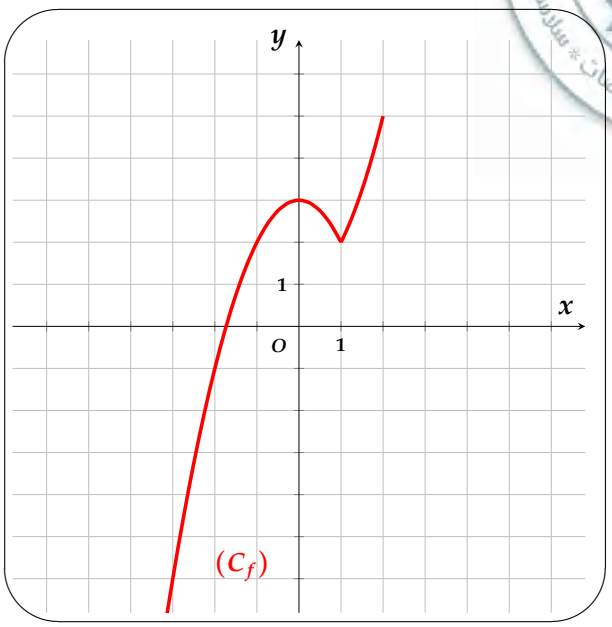
5) لتكن الدالة g المعرفة بـ: $g(x)=|f(x)|$ و (C_g) تمثيلها البياني. أنشئ (C_g) إنطلاقا من (C_f) مع الشرح.

6) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $h(x)=-2+\sqrt{|x|-1}$.

❖ إشرح كيف يمكن رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f)، ثم أرسمه في نفس المستوي.

تمرين رقم 47

f دالة معرفة على المجال $[-3;2]$ كما هو مبين في الشكل الآتي:



✍ استعمل بيان الدالة f للإجابة على الأسئلة التالية:

1) أعط جدول تغيرات الدالة f على المجال $[-3;2]$.

4) ما حلول المتراجحة $f(x) \geq 0$ ؟
5) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 1$ ؟
6) ليكن m عدد حقيقي معطى
❖ ناقش حسب قيم الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$.
7) ماعدد حلول المعادلة $f(x) = x + 1$ ؟
8) ليكن n عدد حقيقي معطى
❖ ناقش حسب قيم الحقيقي n عدد حلول المعادلة $f(x) = x + n$.

تمرين رقم 48

لتكن f دالة معرفة بـ: $f(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$.
1) عين مجموعة تعريف الدالة f.
2) ادرس شفعية الدالة f .
3) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

تمرين رقم 49

نعتبر المنحني (C) المعرف بالمعادلة $y = \sqrt{x}$ والنقطة $A(2;0)$.
x عدد حقيقي موجب و M نقطة من المنحنى (C) فاصلتها x.
1) عبر عن AM بدلالة x.
2) لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:
$f(x) = x^2 - 3x + 4$.
❖ ماهي العلاقة الموجودة بين العددين AM و $f(x)$ ؟
3) شكل جدول تغيرات الدالة f.
4) عين احداثيي النقطة M بحيث تكون المسافة AM اصغر ما يمكن.

تمرين رقم 50

$ABCD$ مربع طول ضلعه $2cm$.
M ، N و P نقاط تنتمي الى $[AB]$ ، $[CD]$ و $[AD]$ على الترتيب حيث: $AM = CN = DP$.
نضع: $AM = x$

1) إلى أي مجال ينتمي العدد x ؟
2) تحقق أن: $f(x) = (x-1)^2 + 1$.
3) أ. ادرس على المجال $[0,2]$ اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.
ب. أنشئ منحني الدالة f.
ج. حدد وضعية النقطة M التي تكون من أجلها مساحة المثلث MNP أصغر ما يمكن.

تمرين رقم 51

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[-2,2]$ كمايلي:
$f(x) = \sqrt{4 - x^2}$.
وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$.
1) بين أن الدالة f زوجية.
2) أ. ادرس على المجال $[0,2]$ اتجاه تغير الدالة f.
ب. شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $[-2,2]$.
3) لتكن M نقطة كيفية من (C).
❖ بين أن: $OM = 2$، ثم ارسم المنحنى (C).

تمرين رقم 52

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ:
$f(x) = \dfrac{2x-1}{x-1}$.
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1) تحقق من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ أن:
$f(x) = 2 + \dfrac{1}{x-1}$.
2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;1[$ والمجال $]1;+\infty[$.
3) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مقلوب، اشرح كيفية

4) برهن أن النقطة $\Omega(1;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5) ارسم - في نفس المعلم السابق - المنحنى (C_g) الممثل للدالة g حيث: $g(x)=|f(x)|$.

6) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\infty;\frac{1}{2}]\cup]1;+\infty[$ بـ: $h(x)=\sqrt{\frac{2x-1}{x-1}}$.

ا. تحقق أن الدالة h مركبة من الدالة f ودالة مرجعية يطلب تعيينها.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة h على المجال $]-\infty;\frac{1}{2}]$ والمجال $]1;+\infty[$.

تمرين رقم 53

I) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بـ: $f(x)=\frac{5-x}{2x-6}$. و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\neq 3$ لدينا: $f(x)=-\frac{1}{2}+\frac{1}{x-3}$

II) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بـ: $h(x)=\frac{1}{x-3}$.

1) بين أنه يمكن كتابة h على شكل مركب دالتين يطلب تعيينهما.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجموعة تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي حيث $3<x<5$ لدينا: $f(x)>0$.

4) بين أن النقطة $A\left(3;-\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5) بالإستعانة بمنحنى الدالة مقلوب ارسم (C_f).

6) ادرس الوضع النسبي بين منحنى f والمستقيم ذي المعادلة $y=-x+\frac{9}{2}$.

7) ادرس الوضع ا

8) حل بيانيا حسب قيم الوسيط m المعادلة $f(x)=m$.

تمرين رقم 54

I) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x^2+2x-3$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ا. عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون: $f(x)=(x+a)^2+b$.

ب. بين أنه يمكن كتابة f على الشكل $f=v\circ u$ حيث u و v دالتان يطلب تحديدهما، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وأنشئ جدول تغيراتها.

2) بين أن (C_f) هو صورة منحنى الدالة مربع بانسحاب يطلب تعيين شعاعه، أنشئ المنحنى (C_f).

3) حل بيانيا ثم جبريا المعادلات و المتراجحات التالية: $f(x)=0$ ، $f(x)=-3$ ، $f(x)>0$ و $f(x)\leq -3$.

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $f(x)=m$.

II) نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=|f(x)|$.

1) بين أن: $h(x)=f(x)$ على مجال يطلب تحديده.

2) اشرح كيف يمكن انشاء المنحنى (C_h) اعتمادا على المنحنى (C_f)، ثم أنشئه فى نفس المعلم السابق.

III) نعتبر الدالة العددية k للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $k(x)=f(|x|)$.

1) بين أن الدالة h زوجية.

2) اشرح كيف يمكن انشاء المنحنى (C_k) اعتمادا على المنحنى (C_f)، ثم أنشئه فى نفس المعلم السابق.

تمرين رقم 55

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$ و $g(x)=x^2-2x+3$. نسمي (C_f) و (C_g) المنحنيين الممثلين لهما في مستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عين D_f و D_g مجموعتي تعريف كلا من الدالتين f و g.

2) ا. عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من اجل كل x من D_f يكون: $f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$.

ب. فكك الدالة f إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما.

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;1[$ والمجال $]1;+\infty[$.

د. بين أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يسمح بالإنتقال من المنحنى (C) الممثل للدالة مقلوب إلى المنحنى (C_f) ثم ارسم (C_f).

هـ. لتكن $\Omega(1;2)$ نقطة من المستوي. بعد تعيين دساتير تغيير المعلم عين معادلة المنحنى (C_f) في المعلم $(\Omega;\vec{i},\vec{j})$ ثم عين مركز تناظر المنحنى (C_f).

3) ا. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=(x-1)^2+2$.

ب. فكك الدالة g إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما. ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

ج. اشرح كيفية رسم المنحنى (C_g) ثم ارسم (C_g) في نفس المعلم السابق.

د. استنتج أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإن: $g(x)\in[2;+\infty[$.

4) نعتبر الدالة h المعرفة بـ: $h(x)=(f\circ g)(x)$.

ا. بين أن الدالة h معرفة على $\mathbb{R}$.

ب. عين عبارة $h(x)$ بدلالة x.

ج. استنتج اتجا

5) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول الحقيقي x التالية: $x^3-3x^2+3x-2=0$.

ا. بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة $f(x)=g(x)$.

ب. عين بيانيا حلول المعادلة (E).

6) ليكن p كثير الحدود المعرف على $\mathbb{R}$ بـ: $p(x)=x^3-3x^2+3x-2$.

ا. احسب $p(2)$ ثم استنتج تحليل لكثير الحدود p.

ب. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $p(x)=0$.

الأستاذ فراحتية المحفوظ للرياضيات — الرياضيات للتعليم الثانوي — MATH — مذكرات * دروس * امتحانات * فروض * ملخصات * سلاسل تمارين

ألبرت آينشتاين: لا تسعى إلى النجاح، وإنما كن ذو قيمة.

اعتزم وكد فإن مضيت فلا تقف ... وأصبر وثابر فالنجاح محقق.

سية