سلسلة تمارين

المرجع

Le Barycentre

2AS

علوم تجريبية+ تقني رياضي+رياضيات

شكر خاص لأصحاب هذا العمل

جمعها لكم الأستاذ: شعبان أسامة



التمرين الأول : لتكن A و B نقطتان

1) بين أنه توجد نقطة وحيدة G حيث : $2\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ و أرسمها .
لتكن M نقطة كيفية من المستوي أكتب بدلالة الشعاع $\overrightarrow{MG}$ الشعاع $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}$.
2) نفس السؤال مع $-3\overrightarrow{GA}+5\overrightarrow{GB}=\vec{0}$
3) لنعتبر عددان حقيقيان α و β . هل توجد نقطة وحيدة G حيث : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$

التمرين الثاني :

لتكن A و B نقطتان متمايزتان و M نقطة من المستقيم (AB)

برر وجود عدد حقيقي k حيث $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB}$ و إستنتج أن M هي مرجح النقطتين A و B المرفقتين بمعاملين α و β

التمرين الثالث : لتكن A و B نقطتان متمايزتان

عين وأنشئ المرجح G_1 للجملة $\{(A,1);(B,3)\}$ ؛ عين وأنشئ المرجح G_2 للجملة $\{(A,-1);(B,4)\}$

عين وأنشئ المرجح G_3 للجملة $\{(A,2);(B,-3)\}$ ؛ عين وأنشئ المرجح G_4 للجملة $\{(A,-4);(B,6)\}$

التمرين الرابع :

في كل من الحالات التالية إعط المعاملات α و β حيث M مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$

1) $2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ ؛ 2) $\overrightarrow{MA}=2\overrightarrow{AB}$ ؛ 3) $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ؛ 4) $-3\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}$

التمرين الخامس :

C هو المرجح لـ : $(A,3)$ و $(B,-7)$

- عين عددان حقيقيان β و γ حتى يكون A مرجح لـ : (B,β) و (C,γ)
- عين عددان حقيقيان α و δ حتى يكون B مرجح لـ : (A,α) و (C,δ)

التمرين السادس :

لتكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ حيث $\alpha+\beta\neq 0$

- بين أنه إذا كان α و β موجبان فإن G تقع على القطعة [AB]
- أين تكون النقطة G إذا كان α و β سالبان .
- أين تكون النقطة G إذا كان α و β مختلفان في الإشارة .

التمرين السابع :

ABC مثلث ، D و E نقطتان معرفتان بـ : $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{AC}$

الموازي لـ (AC) من D يقطع المستقيم (BC) في F

1. عبر عن C كمرجح لـ A و E
2. عبر عن E كمرجح لـ A و C
3. عبر عن F كمرجح لـ B و C

التمرين الثامن :

$[AB]$ قطعة مستقيمة طولها L . ندل بـ Γ إلى مجموعة النقط M من المستوي حيث $\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|=L$

و بـ O نظيرة النقطة B بالنسبة إلى A . بين أن Γ هي دائرة مركزها O ونصف قطرها L .

التمرين التاسع :

نعتبر نقطتان A و B حيث AB = 8

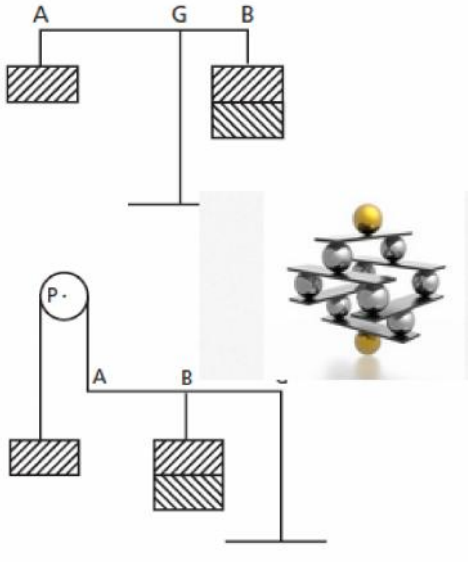
1. أنشئ G مرجح النقط المثقلة $(A,5)$ و $(B,3)$
2. أنشئ H مرجح النقط المثقلة $(A,11)$ و $(B,-3)$
3. M نقطة من المستوي . برر أن الشعاعين $\vec{U}=5\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}$ و $\vec{V}=11\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}$ موازيين لـ $\overrightarrow{MG}$ و $\overrightarrow{MH}$
4. عين المجوعة E_1 للنقط M من المستوي و التي تحقق $\|5\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\|=\|11\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\|$

التمرين العاشر :

ليكن ABC مثلث متساوي الساقين في A حيث BC = 8cm و BA = 5cm و ليكن I منتصف [BC]

1. أنشئ النقطة F حيث $\overrightarrow{BF}=-\overrightarrow{BA}$ و بين أن F هي مرجح النقطتين A و B المرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما
2. لتكن P نقطة من المستوي إختصر كل من المجاميع التالية : $\frac{1}{2}\overrightarrow{PB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{PC}$ ؛ $-\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}$ ؛ $2\overrightarrow{PB}-2\overrightarrow{PC}$
3. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\left\|\frac{1}{2}\overrightarrow{MB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{MC}\right\|=\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\|$
4. عين ثم أنشئ مجموعة النقط N من المستوي حيث : $\|\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}\|=\|2\overrightarrow{NB}-2\overrightarrow{NC}\|$

1) الشكل المقابل AB يمثل قضيب مهمل الكتلة .



نعلق في الطرف A كتلة مقدارها $1kg$ و نعلق في الطرف B كتلة مقدارها $2kg$.

لدينا: $\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ ومنه نقول أن النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;...),(B;...)\}$

2) في الشكل المقابل نعلق في ا لطرف A كتلة مقدارها $1kg$ بواسطة بكرة كما نعلق في الطرف Bكتلة مقدارها $2kg$.

لدينا $-\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ ومنه

نقول أن النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;...),(B;...)\}$

تمرين 1

☜ ABC مثلث قائم في A ومتساوي الساقين حيث $AB=4cm$

1- أنشئ النقطة F المعرفة بالعلاقة $\overrightarrow{FB}+2\overrightarrow{FC}=\vec{0}$.

2- انشئ النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;-1),(B;1),(C;2)\}$.

3- عين طبيعة وأنشئ (Γ) مجموعة النقط M من المستوي بحيث ، $\left\|-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=4$.

تمرين 2

ليكن $ABCD$ مستطيلا .

1- أنشئ النقطة G مرجح الجملة $\{(A;2),(B;3)\}$ و النقطة J مرجح الجملة $\{(C;4),(D;1)\}$.

2- لتكن النقطة H المعرفة بـ : $2\overrightarrow{HA}+3\overrightarrow{HB}+4\overrightarrow{HC}+\overrightarrow{HD}=\vec{0}$

- بين أن النقط G,H و J في استقامية .

3- عين طبيعة (Δ) مجموعة النقط M من المستوي حيث ، $\left\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|4\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|$

4- عين طبيعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث ، $\left\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|=20$

تمرين 3

☜ ليكن ABC مثلث قائم في النقطة A حيث $AB=6cm$ و $AC=3cm$.

ولتكن G مركز ثقل المثلث ABC و E مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;5),(C;-3)\}$

1- أكتب كلا من $\overrightarrow{AG}$ و $\overrightarrow{AE}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

2- بين (GE) يوازي (CB).

3- عين طبيعة و أنشئ (E)مجموعة النقط M من المستوي حيث ،

$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\|$.

تمرين 4

☜ في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. نعتبر النقط $B(0;2), A(-1;1)$ و $C(2;-3)$ ، G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-3)\}$ و H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-3),(C;-1)\}$.

1- علم النقط B, A و C .

2- أحسب إحداثيات كل من النقطتين G و H ثم بين أن النقطة H هي منتصف القطعة $[CG]$.

3- لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي بحيث يكون : $\left\|2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=6$

أ) بين أنه من أجل كل نقطة M من المستوي ، $2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=-2\overrightarrow{MH}$

ب) عين طبيعة المجموعة (Γ) ثم أنشئها .

تمرين 5

☜ في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. نعتبر النقط $B(3;-1), A(1;1)$ و $C(4;4)$.

1) نعتبر النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;m),(C;5)\}$ حيث m عدد حقيقي .

أ) عين قيم m بحيث تكون النقطة G موجودة .

ب) عين قيم m بحيث تكون النقطة $H\left(\frac{11}{5};-\frac{1}{5}\right)$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;m)\}$.

2) نفرض $m=3$

أ) أنشئ النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;3),(C;5)\}$.

ب) عين طبيعة و أنشئ (Γ) مجموعة النقط M من المستوي بحيث يكون :

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+5\overrightarrow{MC}\right\|=20$$

تمرين 6

☜ في المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ نعتبر النقط $C(5;7), B(-1;5), A(2;1)$ و $G\left(1;\frac{5}{2}\right)$.

1- عين إحداثيي I مركز المسافتين المتساويتين للنقطتين B و C.

2- عين إحداثيي النقطة H مركز ثقل المثلث ABC.

3- هل يوجد عدد حقيقي m بحيث تكون النقطة G مرجحا للجملة $\{(A;1),(B;m)\}$.

✌ بالتوفيق ☺😐🌼 والنجاح ☹

التمرين الأول : A ، B نقطتين من المستوي متمايزتين.

• عين مرجه الجملة المثقلة في كل حالة:

$\{(A,4);(B,5)\}$ ، $\{(A,8);(B,-5)\}$ ، $\{(A,4);(B,2)\}$ ، $\{(A,5);(B,5)\}$

A ، B ، C ثلاث نقط من المستوي ليست في إستقامية.

• عين مرجح الجملة المثقلة في كل حالة:

$\{(A,4);(B,6);(C,1)\}$ ، $\{(A,-4);(B,-2);(C,-1)\}$ ، $\{(A,4);(B,0);(C,2)\}$ ، $\{(A,4);(B,4);(C,4)\}$

التمرين الثاني: $ABCD$ مربع طول ظلعه $2cm$.

♦ عين إحداثيات مرجح الجملة المثقلة في كل حالة:

$\{(A,4);(B,6);(C,1)\}$ ، $\{(A,2);(B,-6);(D,1)\}$ ، $\{(D,4);(B,-1);(C,2)\}$

$\{(A,-4);(B,-2);(C,3);(D,1)\}$ ، $\{(A,14);(B,14);(C,14);(D,14)\}$

التمرين الثالث:

$ABCD$ رباعي I ، J ، K ، L منتصفا ت الأضلاع $[AB]$ ، $[BC]$ ، $[CD]$ ، $[DA]$ على الترتيب.

M ، N منتصفا القطرين $[AC]$ و $[BD]$.

■ برهن أن المستقيمات (MN) ، (JL) ، (IK) تتقاطع في نقطة.

(إرشاد: نعلم أن O مركز ثقل الرباعي)

التمرين الرابع : لتكن القطعة $[AB]$ طولها $5cm$.

١. ماهي مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $AM = 5cm$

٢.عين مجموعة النقط M من المستوي بحيث:

$$||\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|| = 5cm$$

التمرين الخامس : A ، B ، C ثلاث نقط من المستوي ليست في إستقامية.

■ عين مجموعة النقط M من المستوي في كل حالة:

★ $||-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|| = 4$

★ $||-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}|| = 2$

★ $||-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}|| = -\sqrt{2}$

★ $||2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}|| = 0$

$||-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}|| = ||-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}||$

$-\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}||$

★ $||-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}|| = 2MA$

التمرين السادس :

ABC مثلث حيث: $AC = 6$ ؛ $AB = 5$ ؛ $CB = 4$

1. أنشىء G مرجح الجملة $\{(A,1),(B,2),(C,1)\}$.

2. عين المجموعة (E_1) مجموعة النقط من المستوي حيث:

$$||\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|| = 6$$

3. عين المجموعة (E_2) مجموعة النقط من المستوي حيث:

$$||\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|| = ||3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}||$$

4. نضع $A(1,2)$ ؛ $B(-3,4)$ ؛ $C(0,1)$

عين إحداثيتي G مرجح الجملة $\{(A,1),(B,2),(C,1)\}$

التمرين السابع : من بين الأجوبة المقترحة إختر جوابا واحدا صحيحا مع التعليل:

☜ العلاقة الشعاعية التالية: $\overrightarrow{AG} + 2\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{0}$ تعني أن G مرجح الجملة المثقلة: □ $\{(A,1);(B,2);(C,-1)\}$

□ $\{(A,1);(B,2);(C,3)\}$ ، □ $\{(A,-1);(B,2);(C,1)\}$

☜ مجموعة النقط M من المستوي حيث:

$||\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|| = 6$ هي:

□ دائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة

□ محور قطعة مستقيمة يطلب تعيينها.

☜ المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ ولتكن النقط $A(2,-1)$ ، $B(0,3)$ ، $C(-2,1)$.

١. إحداثيتي مركز ثقل المثلث ABC هي:

□ $(0,1)$ ، □ $(0,3)$ ، □ $(1,0)$.

٢. إحداثيتي مركز المسافات المتساوية للنقط A ، B ، C هي: □ $(2,1)$ ، □ $(2,3)$ ، □ $(1,1)$.

☜ مجموعة النقط M من المستوي حيث:

$||\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|| = ||-\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}||$

هي: □ دائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة

□ محور قطعة مستقيمة يطلب تعيينها.

التمرين الثامن : I• A ، B ، C ثلاث نقط من المستوي ليست على إستقامة واحدة
لتكن الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,2\alpha+1)\}$ $(\alpha\in\mathbb{R})$.
1− عين قيمة العدد α حتى تقبل الجملة السابقة مرجحا.
2− أنشىء G مرجح الجملة السابقة من أجل $\alpha=1$.
II• المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ ولتكن النقط $A(2,3)$ ، $B(1,-3)$ ، $C(3,x)$ حيث $x\in\mathbb{R}$
1) عين قيمة x حتى يكون ABC مثلثا.
2) نضع $x=-3$
أ) أحسب أطوال أضلاع المثلث ABC واستنتج طبيعته.
ب) عين احداثيتي النقطة G .
ج) عين ثم أنشىء مجموعة النقط M من المستوي حيث:
$$||\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}||=12$$

التمرين التاسع :
في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر النقط $A(3,2)$ ، $B(1,-1)$ ، $C(-1,5)$ ، $D(2,5)$.
1) عين إحداثيتي مركز ثقل المثلث ABC .
2) أثبت أن D هي مرجح الجملة المثقلة
$\{(A,2);(B,-1);(C,1)\}$.
3) عين مجموعة النقط M من المستوي حيث:
$$||2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}||=||\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}||$$
$$||2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}||=||\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}||$$

التمرين التاسع : ABC مثلث متساوي الساقين طول ضلعه a ومركز ثقله النقطة K .
لتكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-3);(C,1)\}$.
١. برر وجود النقطة المثقلة G . ٢. أنشىء H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(C,1)\}$.
٣. بين أن G مرجح الجملة المثقلة $\{(H,2);(B,-3)\}$.
٤. لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:
$$||\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}||=||\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}||$$
◦ تحقق أن النقطة B تنتمي للمجموعة (E) .
◦ بين أن الشعاع $\overrightarrow{GM}=a\sqrt{3}$ ثم استنتج طبيعة المجموعة (E) محققا عناصرها المميزة.
◦ لتكن (E') مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:
$$3||\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}||=||\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}||$$
عين طبيعة المجموعة (E') محققا عناصرها المميزة.