

السلسلة رقم [04]

[الاحتمالات]

سنة
ثانية
ثانوي



إعداد الأستاذ:
ـــــــل

السلسلة رقم 04 - الاحتمالات

المستوى: ثانية ثانوي - شعبة علوم.ت
الأستاذ: قويسم الخليل

الاسم واللقب: .....
قسم: .....

التمرين 01:

صندوق به 9 بطاقات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس، مكتوب على كل منها سؤال واحد:

- ثلاثة أسئلة في الاحتمالات مرقمة بـ: 1، 2 و 3
- أربعة أسئلة في الاشتقاقية مرقمة بـ: 1، 2، 3 و 4
- وسؤالين في الدوال مرقمين بـ: 1 و 2

نسحب عشوائيا بطاقة واحدة من الصندوق ونعتبر الحوادث التالية:

- A: "سحب سؤال في الاحتمالات"
- B: "سحب سؤال في الدوال"
- C: "سحب سؤال في الاشتقاقية يحمل رقما زوجيا"

1. احسب $p(A)$ و $p(B)$ و $p(C)$ احتمال A، B و C على الترتيب
2. احسب احتمال سحب سؤال رقمه مختلف عن الـ 1
3. نعتبر المتغير العشوائي X يرفق بكل بطاقة مسحوبة رقم السؤال المسجل عليها
   أ- برّر أن مجموعة قيم X هي $\{1; 2; 3; 4\}$
   ب- عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب $E(X)$ أمله الرياضياتي
   ج- استنتج قيمة $E(2023 + 2024X)$

التمرين 02:

كيس به 7 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس. منها 3 بيضاء و 4 خضراء. نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس

(I)

1. احسب احتمال الحادثة A: "سحب كريتين مختلفتين في اللون"
2. احسب احتمال الحادثة B: "سحب كريتين من نفس اللون"

(II) نقترح اللعبة التالية: للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha(DA)$ (α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري)

فإ

$50DA$، واذا سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه، وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل الربح أو خسارة اللاعب بدلالة α

1. برّر أن قيم المتغير العشوائي هي: $\{100-\alpha; 50-\alpha; -\alpha\}$
   ثمّ عرّف قانون احتماله
2. أ- بيّن أن الامل الرياضياتي للمتغير العشوائي X بدلالة α هو $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$
   ب- جد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب

التمرين 03:

كيس به 12 كرية متماثلة لا نفرق بينها باللمس. كل من الكريات الاثني عشر تحمل رقما من بين الأعداد التالية: 1، 2، 3، 4

نحسب عشوائيا كرة واحدة من الكيس

نرمز بـ: p_i إلى احتمال سحب كرية رقمها i

حيث: $p_1 = \frac{1}{3}$ ، $p_2 = \frac{1}{6}$ ، $p_3 = \frac{1}{4}$ ، $p_4 = \frac{1}{4}$

1. وزع الكريات الاثني عشر حسب الأرقام 1، 2، 3، 4
2. احسب احتمال كل من الحوادث A، B و C حيث:
   A: "سحب كرية تحمل رقما فرديا"
   B: "سحب كرية تحمل رقما أوليا"
   C: "سحب كرية رقمها حل للمعادلة $x^2 = 2^x$"
3. نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرية الرقم الذي تحمله
   - عين مجموعة قيم المتغير العشوائي X، ثم أحسب $E(X)$ أمله الرياضياتي

التمرين 04:

1. كيس به 7 كريات متماثلة منها ثلاثة سوداء تحمل الأرقام: 0، 3 و5 وثلاثة حمراء تحمل الأرقام 1، 3 و 7 وكرية خضراء تحمل الرقم 3، نسحب عشوائيا على التوالي وبدون ارجاع كريتان من الكيس

ب- احسب احتمال الحوادث التالية:

◄ الحادثة A: "سحب كريتان مختلفتان في اللون"

◄ الحادثة B: "سحب كريتان تحملان نفس الرقم"

◄ الحادثة C: "سحب كرية حمراء على الأكثر"

◄ الحادثة D: " سحب كرية سوداء على الأقل"

◄ الحادثة E: "سحب كريتان مجموع رقميهما مضاعف لـ3"

- الحادثة F: "سحب كريتان لهما نفس اللون"

❷ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب "عدد الكريات السوداء المسحوبة"

أ- عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي X، ثم عرّف قانون احتماله

ب- احسب الأمل الرياضياتي، التباين والانحراف للمتغير العشوائي X

❸ ليكن Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب "القيمة المطلقة للفرق بين رقمي الكريتان المسحوبتان"

أ- عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي Y، ثم عرّف قانون احتماله

ب- احسب الأمل الرياضياتي، التباين والانحراف للمتغير العشوائي Y

التمرين 05:

نرمي زهر نرد غير مزيف ذو خمس أوجه مرقم من 1 إلى 5، المرة الأولى نسجل الرقم α ثم نرميه مرة ثانية ونسجل الرقم β

❶ احسب احتمال الحدثين التاليين:

◄ A: "الرقمان α و β يحققان المساواة $\alpha - \beta = \beta$"

◄ B: "الرقمان α و β يحققان المتباينة $|\alpha - \beta| \leq 1$"

❷ X هو المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رميتين بالعدد $|\alpha - \beta|$

- عيّن القيم الممكنة لـ X، ثم أكتب قانون احتماله

❸ نكتب الآن بالرقمين α و β المعادلة:

$$(E): x^2 + \alpha x + \beta = 0$$

ونعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل رميتين عدد حلول المعادلة (E)

- عيّن القيم الممكنة لـ Y، ثم أكتب قانون احتماله

التمرين 06 (شجرة الاحتمالات)

I) اقترح أستاذ على تلاميذ استجواب متكون من سؤالين، $\frac{1}{}$

أن تكون الإجابة خاطئة يساوي احتمال عدم الإجابة عن السؤال

❶ مثل هذه التجربة على شجرة الاحتمالات

❷ احسب احتمال الحوادث التالية:

A: "أن يجيب التلميذ على السؤالين"

B: " ألا يجيب التلميذ على السؤال الثاني فقط "

C: "يجيب التلميذ إجابة واحدة صحيحة على الأكثر"

II) يتحصل التلميذ على $(+2)$ لكل إجابة صحيحة وعلى (-1) لكل إجابة خاطئة، وفي حالة عدم الإجابة يتحصل على (0).

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق لكل مخرج مجموع النقاط المتحصل عليها. وإذا كان $X < 0$ يحصل التلميذ على 0

❶ ماهي القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

❷ عرّف قانون الاحتمال X

❸ احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$، ماذا تستنتج؟



تذكر تلميذي العزيز أن: جذور التعليم مريرة... لكن ثمارها حلوة

بالتوفيق جميعا

لمزيد من التمارين حول محور الاحتمالات
اغتنم هذا الكتاب
كتاب الجوهرة في الرياضيات
الذي يحتوي على أكثر من 30 تمرين محلول بالتفصيل
في كل وحدة من وحدات السنة ثانية ثانوي



إجابات مختصرة للسلسلة رقم «04»

«الاحتمالات»

المستوى: ثانية شعبة علوم ت | الأستاذ: قويسم الخليل

التمرين 01:

❶ حساب $p(A)$ و $p(B)$ و $p(C)$:

- $p(C) = \boxed{\frac{2}{9}}$ □
- $p(B) = \boxed{\frac{2}{9}}$
- $p(A) = \frac{3}{9} = \boxed{\frac{1}{3}}$

❷ حساب احتمال سحب سؤال رقمه مختلف عن الـ 1:

$$p(D) = \frac{6}{9} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

❸ التبرير أنّ مجموعة قيم X هي $\{1;2;3;4\}$:

لدينا أسئلة الاحتمالات مرقمة من 1 إلى 3

وأسئلة الاشتقاقية مرقمة من 1 إلى 4

وأسئلة الدوال مرقمة من 1 إلى 2

إذن مجموعة قيم X هي: $\{1;2;3;4\}$

أ- تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

x_i	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

- حساب $E(X)$:

$$E(X) = 1\frac{3}{9} + 2\frac{3}{9} + 3\frac{2}{9} + 4\frac{1}{9} = \boxed{\frac{19}{9}} \approx 2.1$$

ب-استنتاج قيمة $E(2024X + 1445)$:

$$E(2023 + 2024X) = 2024E(X) + 2023$$
$$= 2024\frac{19}{9} + 2023 = \frac{56663}{9}$$

التمرين 02:

❶ حساب احتمال الحدث A و B

	B	B	B	V	V	V	V
B		BB	BB	VB	VB	VB	VB
B			BB	VB	VB	VB	VB
B				VB	VB	VB	VB
V					VV	VV	VV
V						VV	VV
V							VV
V							

- $P(A) = \frac{12}{21} = \boxed{\frac{4}{7}}$

$\frac{4}{}$ $\boxed{\frac{3}{}}$

❷

اللاعب يدفع $a(DA)$ ثم يسحب كريتين:

إذا سحب كريتين بيضاوين يربح $100DA$

ومنه: $X = 100 - \alpha$

اذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يربح $50DA$

ومنه: $X = 50 - \alpha$

واذا سحب سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه

ومنه: $X = -\alpha$

وعليه قيم المتغير العشوائي هي : $\{100-\alpha; 50-\alpha; -\alpha\}$

- تعريف قانون احتمال X:

x_i	$100-\alpha$	$50-\alpha$	$-\alpha$
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$

❸ تبيين أنّ $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$:

$$E(X) = (100-\alpha)\frac{1}{7} + (50-\alpha)\frac{4}{7} + (-\alpha)\frac{2}{7}$$
$$= \frac{100 - \alpha + 200 - 4\alpha - 2\alpha}{7}$$
$$= \frac{300 - 7\alpha}{7} = \boxed{-\alpha + \frac{300}{7}}$$

- إيجاد أكبر قيمة ممكنة لـ α :

تكون اللعبة في صالح اللاعب لما: $E(X) > 0$

أي : $-\alpha + \frac{300}{7} > 0$

ومنه: $\alpha < 42.85$

وعليه: $\boxed{\alpha = 42DA}$

التمرين 03:

❶ توزيع الكريات الاثني عشر حسب الأرقام 1، 2، 3 ، 4:

$p_1 = \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ معناه: يوجد 4 كرات تحمل الرقم 1

$p_2 = \frac{1}{6} = \frac{2}{12}$ معناه: يوجد 2 كرات تحمل الرقم 2

$p_3 = \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ معناه: يوجد 3 كرات تحمل الرقم 3

$p_4 = \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ معناه: يوجد 3 كرات تحمل الرقم 4

❷ حساب احتمال كل من الحوادث A، B و C :

- $p(A) = \boxed{\frac{7}{12}}$
- $p(B) = \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \boxed{\frac{5}{12}}$
- $p(C) = \boxed{\frac{2}{12}}$

❸ تعيين مجموعة قيم المتغير العشوائي X:

- حساب $E(X)$:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{4}x_ip_i=1\frac{4}{12}+2\frac{2}{12}+3\frac{3}{12}+4\frac{3}{12}$$
$$=\frac{4+4+9+12}{12}=\boxed{\frac{29}{12}}$$

التمرين 04:

❶

أ- تعيين بواسطة مخطط عدد عناصر Ω:

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

ومنه: عدد امكانيات هاته التجربة هو 42

ب- حسساب احتمال الحوادث التالية:

- $P(A)=\frac{30}{42}=\boxed{\frac{5}{7}}$
- $P(B)=\frac{6}{42}=\boxed{\frac{1}{7}}$
- $P(C)=\frac{36}{42}=\frac{6}{7}$
- $P(D)=\frac{30}{42}=\boxed{\frac{5}{7}}$
- $P(E)=\frac{16}{42}=\boxed{\frac{8}{21}}$
- $P(F)=\frac{12}{42}=\boxed{\frac{2}{7}}$

❷

أ- تعيين مجموعة قيم المتغير العشوائي X:

لدينا: $X(\Omega)=\{0;1;2\}$ حيث:

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0	/	B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3	/	B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5	/	R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1	/	R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3	/	R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7	/	G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	/

ومنه:

X	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{7}=\frac{12}{42}$	$\frac{4}{7}=\frac{24}{42}$	$\frac{1}{7}=\frac{6}{42}$

ب- حساب الأمل الرياضياتي، التباين والانحراف للمتغير العشوائي X:

$\frac{1}{}$

- $V(X)=\sum_{i=1}^{3}(x_i)^2p_i-\left(E(X)\right)^2$
$=\left[(0)^2\left(\frac{2}{7}\right)+(1)^2\left(\frac{4}{7}\right)+(2)^2\left(\frac{1}{7}\right)\right]-\left(\frac{6}{7}\right)^2$
$=\boxed{2}$
- $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\boxed{\sqrt{2}}$

❸

أ- تعيين مجموعة قيم المتغير العشوائي Y:

$Y(\Omega)=\{0;1;2;3;4;5;6;7\}$

- قانون احتمال Y:

	$B0$	$B3$	$B5$	$R1$	$R3$	$R7$	$G3$
$B0$		3	5	1	3	7	3
$B3$	3		2	2	0	4	0
$B5$	5	2		4	2	2	2
$R1$	1	2	4		2	6	2
$R3$	3	0	2	2		4	0
$R7$	7	4	2	6	4		4
$G3$	3	0	2	2	0	4	

ومنه:

Y	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(Y=y_i)$	$\frac{6}{42}$	$\frac{2}{42}$	$\frac{14}{42}$	$\frac{6}{42}$	$\frac{8}{42}$	$\frac{2}{42}$	$\frac{2}{42}$	$\frac{2}{42}$

ب- حساب الأمل الرياضياتي، التباين والانحراف للمتغير العشوائي Y:

- $E(Y)=\sum_{i=1}^{8}y_ip_i=\frac{(0)1}{7}+\frac{(1)1}{21}+\cdots+\frac{(6)1}{21}+\frac{(7)1}{21}$
$=\frac{58}{21}$
- $V(Y)=\sum_{i=1}^{8}(y_i)^2p_i-\left(E(Y)\right)^2$
$=\left[(0)^2\left(\frac{1}{7}\right)+(1)^2\left(\frac{1}{21}\right)+\cdots+(7)^2\left(\frac{1}{21}\right)\right]-\left(\frac{58}{21}\right)^2$
$=\frac{1466}{441}$
- $\sigma(Y)=\sqrt{V(Y)}=\sqrt{3.32}\approx\boxed{1.82}$

التمرين 05:

β \ α	1	2	3	4	5
1	(1; 1)	(2; 1)	(3; 1)	(4; 1)	(5; 1)
2	(1; 2)	(2; 2)	(3; 2)	(4; 2)	(5; 2)
3	(1; 3)	(2; 3)	(3; 3)	(4; 3)	(5; 3)
4	(1; 4)	(2; 4)	(3; 4)	(4; 4)	(5; 4)
5	(1; 5)	(2; 5)	(3; 5)	(4; 5)	(5; 5)

مجموع الإمكانيات هو 25

❹ حساب احتمال الحدثين التاليين:

- A: "الرقمان α و β يحققان المساواة $\alpha-\beta=\beta$":

لدينا: معناه

(4; 2) ، (

$$p(A) = \boxed{\frac{2}{25}}$$

- B: " α و β يحققان المتباينة $|\alpha - \beta| \leq 1$":

نملأ الجدول بـ $|\alpha - \beta|$ ثم نلاحظ القيم التي تحقق $|\alpha - \beta| \leq 1$

β \ α	1	2	3	4	5
1	0	1	2	3	4
2	1	0	1	2	3
3	2	1	0	1	2
4	3	2	1	0	1
5	4	3	2	1	0

$$p(B) = \boxed{\frac{13}{25}}$$

❺ تعيين القيم الممكنة لـ X، ثم كتابة قانون احتماله:

قيم المتغير العشوائي X هي: $X(\Omega) = \{0; 1; 2; 3; 4\}$

x_i	0	1	2	3	4
$p(X = x_i)$	$\frac{5}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{25}$

❻ تعيين القيم الممكنة لـ Y، ثم كتابة قانون احتماله:

لدينا: $\Delta = \alpha^2 - 4\beta$

لما: $\Delta > 0$ للمعادلة حلين،

لما: $\Delta = 0$ للمعادلة حل وحيد،

لما: $\Delta < 0$ المعادلة لا تقبل حلولا

ومنه قيم Y هي: $Y(\Omega) = \{0; 1; 2\}$

نملأ الجدول السابق بقيم $\alpha^2 - 4\beta$:

β \ α	1	2	3	4	5
1	-3	0	5	12	21
2	-7	-4	1	8	17
3	-11	-3	-3	4	13
4	-15	-12	-7	0	9
5	-19	-16	-11	-4	5

ومنه

x_i	0	1	2
$p(Y = x_i)$	$\frac{13}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{10}{25}$

التمرين 06:

(I

❶ تمثيل هذه التجربة على شجرة الاحتمالات:

نحسب أولا احتمال الإجابة الخاطئة:

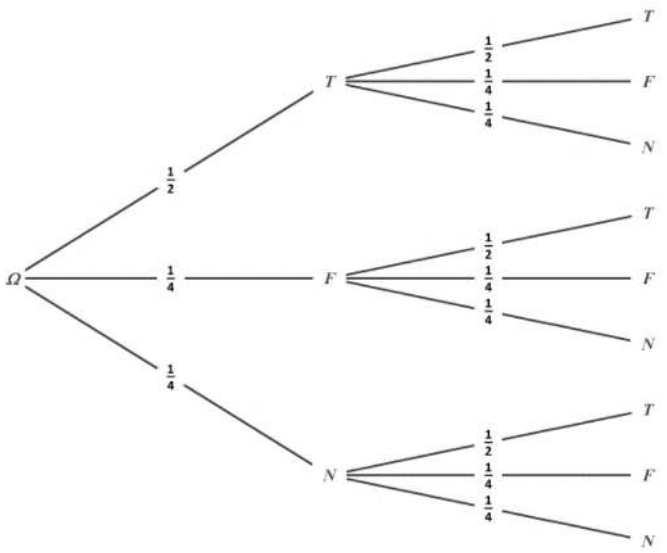
نضع x احتمال الإجابة الخاطئة أو عدم الإجابة على السؤال

لدينا: $\sum p_i = 1$

معناه: $\frac{1}{2} + x + x = 1$

ومنه: $x = \frac{1}{4}$

نضع: T: إجابة صحيحة، : إجابة خاطئة، : عدم الاجابة



❷ حساب احتمال الحوادث التالية:

- $P(A) = P(T \cap T) = \frac{1}{2}\frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{4}}$
- $P(B) = P(T \cap N) + P(F \cap N) + P(N \cap N)$
$= \frac{1}{2}\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\frac{1}{4} = \boxed{\frac{1}{4}}$
- $P(C) = P(T \cap T) + P(T \cap F) + P(T \cap N) + P(F \cap T) + P(N \cap T)$
$= \frac{1}{2}\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\frac{1}{2} = \boxed{\frac{3}{4}}$

(II

❶ القيم الممكنة للمتغير العشوائي X:

$X(\Omega) = \{0; 1; 2; 4\}$

❷ تعريف قانون الاحتمال X:

x_i	0	1	2	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

❸ حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X) = 0\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4} + 4\frac{1}{4} = \boxed{\frac{7}{4}}$$

- لدينا $E(X) > 0$ ومنه: نستنتج أنّ احتمال تحصل التلميذ على نقاط جيدة كبير

تذكر تلميذي العزيز أن: جذور التعليم مريرة... لكن ثمارها حلوة

بالتوفيق جميعا