قسم: 3 علوم تجريبية- رياضيات- تقني رياضي- مهم لتسيير واقتصاد

المادة: رياضيات. - تحضير جيد 2AS-

سلسلة تمارين – 01-

الدوال العددية

تمرين 01:

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+6x+12$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]-1,48;-1,47[$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3-6}{x^2+2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

الحل المفصل على القناة.
Chaine youtube:
Prof-AhmedTrir

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=\dfrac{x\,g(x)}{(x^2+2)^2}$،

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

BAC - 2020

3) بيّن أنّ $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

تمرين02 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بالعبارة:

$$f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2+1}$$

(C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

الوحدة $1cm$ على محور الفواصل و $4cm$ على محور التراتيب.

1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x)=1-\dfrac{x}{x^2+1}$.

2) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ، واستنتج أن (C) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له.

3) ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$.

4) احسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x)=2-f(x)$. واستنتج أن (C) يقبل مركز تناظر يطلب تعيينه.

6) ارسم

تمرين 03:

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$

يرمز (C_f) إلى المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I. 1) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$:

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$$

2) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب يطلب تعيين معادلة له .

4) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).

5) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

II. 1) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ فإن: $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$

2) عيّن اتجاه تغيّر الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها و شكّل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة للمماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

III. 1) بيّن أنّ النقطة $A(-1\,;\,-2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

2) ارسم كلا من: (Δ)، (D) و (C_f).

3) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=m$ حلاّن مختلفان.

تمرين04 :

لتكن الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2+ax+b}{cx^2+dx-2}$ حيث a,b,c و d أعداد حقيقية

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

I- جد الأعداد الحقيقية a,b,c و d علما أن المنحني (C_f) الممثل البياني للدالة f :

أ) لا يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل .

ب) يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور التراتيب معادلته : $x=2$.

ج) يشمل النقطة $A(1,-2)$ و يقبل عندها مماسا معامل توجيهه -5 .

II - نضع من أجل كل عدد حقيقي x من D_f حيث $D_f=\mathbb{R}-\{2\}$: $f(x)=\dfrac{x^2+x}{x-2}$

1- أ) أحسب نهاية الدالة f عند أطراف مجال تعريفها D_f .

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x-3]$ ، ماذا تستنتج ؟

2- أ) أحسب من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f'(x)$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

3- أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(4-x)+f(x)=10$ ، ماذا تستنتج ؟

ب) أرسم (C_f) .

III - ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة :

تمرين05 :

I) – لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,8$.

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) – نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\dfrac{1}{2}(x+1)+\dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.

ب) استنتج أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f. (نأخذ $f(\alpha)\approx-0,1$)

4) احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

6) لتكن h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=\dfrac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$.

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) تحقق أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$.

ب) استنتج أنّ (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ (C_h).

الحل المفصل على القناة.

Chaine youtube:

Prof-AhmedTrir

تمرين 06:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^2+x+4}{x+1}$

1. عين الأعداد a,b,c بحيث: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$.
2. أدرس تغيرات الدالة f .
3. أوجد معادلات المستقيمات المقاربة، ثم أدرس وضعية المنحنى مع المستقيم المقارب المائل وليكن (Δ) .
4. بين أن نقطة تقاطع الخطين المقاربين هي مركز تناظر.
5. بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين ميلاهما -3 ، ثم أكتب معادلتيهما.
6. أنشئ المنحنى
7. استنتج إشارة الدالة على مجموعة تعريفها.
8. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $-x^2+(m-1)x-4+m=0$.
9. لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ حيث: $h(x)=\left|\dfrac{x^2+x+4}{x+1}\right|$

- بين أن $h(x)=f(x)$ في مجال يطلب تعيينه
- استنتج رسم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f) .

تمرين 07:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{4x^2-11x+7}{2(x-2)}$

1. أدرس تغيرات الدالة f .ثمّ عين المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f) وأحسب إحداثيات a نقطة تقاطعهما وبيّن أنها مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
2. برهن أنه يوجد مماسين للمنحنى (C_f) معامل توجيههما $\frac{3}{2}$.
   - أحسب إحداثيات نقطتي التماس $b;c$ لهذين المماسين مع المنحنى .
   - تحقق من أن النقطتين $b;c$ متناظرتين بالنسبة إلى a . أنشئ المنحنى.
3. نعتبر الدالة الوسيطية للمتغير الحقيقي x المعرفة كمايلي : $f_m(x)=\dfrac{4x^2+(m-8)x-m+4}{2(x-2)}$ حيث m وسط حقيقي.

- نسمي (C_{f_m}) المنحنى الممثل للدالة f_m في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$.
- ❖ بيّن أنه توجد نقطة ثابتة تنتمي إليها كل منحنيات (C_{f_m}) .
- ❖ ماهو المنحنى الذي يشمل النقطة التي إحداثياها $(\frac{7}{4};0)$.

Page FB:
Prof AhmedTrir
Chaine youtube:
Prof-AhmedTrir
instagram:

تمرين08 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\Re-\{-1\}$ بـ: $f(x)=2x+3-\dfrac{1}{(x+1)^2}$

1. بيّن أن الدالة f قابلة للاشتقاق على مجال تعريفها وأنه مهما يكن العدد الحقيقي x من هذه المجموعة فإن:

$$f'(x)=\frac{2(x+2)(x^2+x+1)}{(x+1)^3}$$

2. أدرس تغيرات الدالة f .

3. ثمّ بيّن أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة x_0 حيث: $-\frac{3}{8}\prec x_0\prec-\frac{1}{4}$.

4. أكتب معادلة المماس (Δ) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

5. أرسم المنحنى (C_f) والمماس (Δ) .

6. m عدد حقيقي. ناقش بيانيا وحسب قيم m عددوإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :

$$2x^3+(7-m)x^2+2(4-m)x+2-m=0$$

7. لتكن h معرفة على $\Re-\{-1\}$ حيث: $h(x)=f(|x|)$

استنتج رسم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f) .

تمرين 09:

Page FB:
Prof Ahmed Trir
Chaine youtube:
Prof-Ahmed Trir
instagram:
ProfAhmedTrir

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\Re-\{-1\}$ بـ: $f(x)=|x+2|+\dfrac{1}{x+1}$

1. أدرس قابلية الاشتقاق للدالة عند $x_0=-2$، ثم أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة المتحصل عليها.

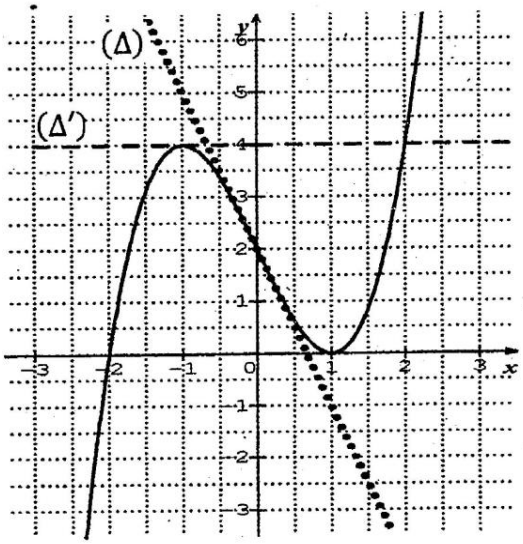
2. أدرس تغيرات الدالة f .

3. برهن أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين .

4. أدرس الوضعية بين المنحنى والمستقيمين المقاربين.ثمّ أرسم المنحنى .

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\Re$ بـ: $g(x)=||x|+2|+\dfrac{1}{|x|+1}$ أرسم المنحنى (C_g) اعتمادا على (C_f).

تمرين 10:



في الشكل المقابل رسمنا $(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$.
والمماس (Δ) للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة A ذات الفاصلة 0.
والمماس (Δ') للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة B ذات الفاصلة 1- .

I- عيّن بيانيا :

1) $f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f''(0)$ ، $f(-1)$ ، $f'(-1)$.
2) إشارة الدالة f .
3) إشارة الدالة f' .
4) حصرا للدالة f على المجال $[-2,1]$.
5) مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=m$ ثلاثة حلول ، اثنان سالبان والثالث موجب.

II- g دالة معرّفة كما يلي : $g(x)=\frac{1}{f(x)}$

1) عيّن D_g مجموعة تعريف الدالة g .
2) أكتب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ وَ $f'(x)$ ، ماذا تستنتج ؟
3) أنشئ جدول تغيرات الدالة g .

الحل المفصل على القناة.
Chaine youtube:
Prof-AhmedTrir

Page FB:
Prof AhmedTrir
Chaine youtube:
Prof-AhmedTrir
instagram:
ProfAhmedTrir