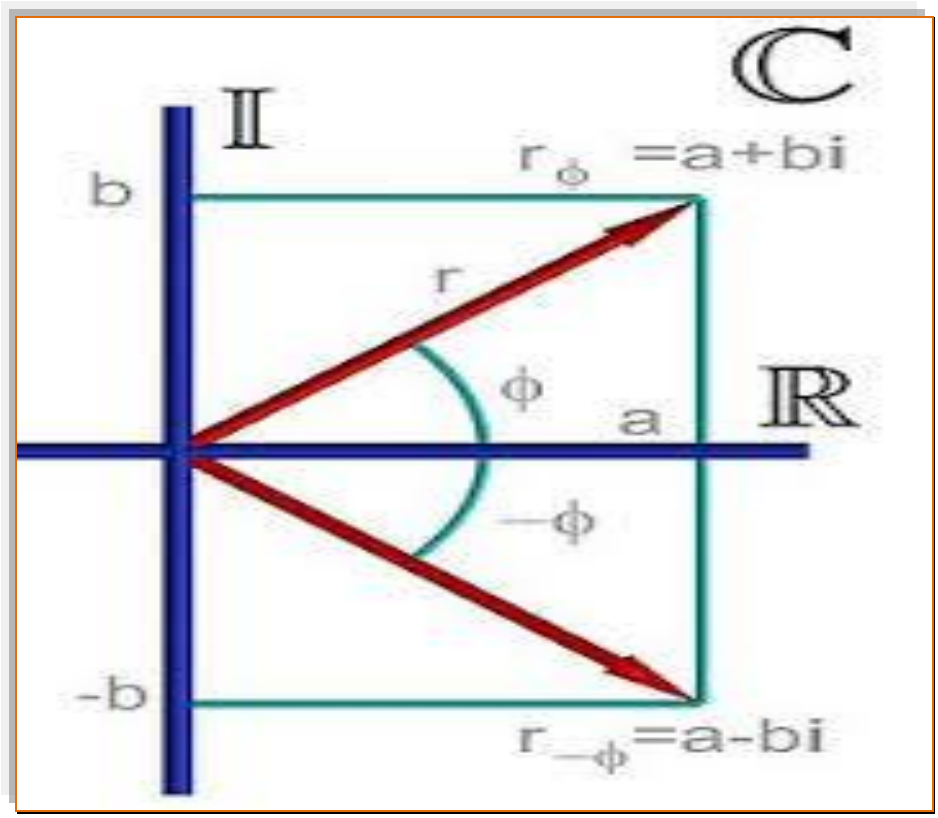
مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الأعداد المركبة
في البكالوريا بين يديك

الشعب :علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات



BAC2020

إعداد الأستاذ: بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi @ gmail.com

مجلة الرائد في الرياضيات

تمارين الأعداد المركبة
في البكالوريا بين يديك

****

الشعب :علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

الجزء الاول

تدريبات متنوعة

الجزء الثاني

بكالوريات النظام الجديد

العلوم التجريبية+تقني رياضي +رياضيات

1)المواضيع ، 2)الحلول(المجلة المرفقة)

الجزء الثالث

بكالوريات النظام القديم

علوم الطبيعة والحياة+علوم دقيقة

الجزء الرابع

بكالوريات اجنبية

BAC2020

الجزء الأول:تمارين تدريبية متنوعة

القسم1:تمارين على الحساب في المجموعة $\mathbb{C}$

التمريـــن01:

أ)نعتبر العددين المركبين: $z=3+i\sqrt{3}$ ، $z'=-1+2i$

أكتب الأعداد المركبة التالية على الشكل الجبري: $z_0=z^2$ ، $z_1=z\times z'$ ، $z_2=z'^3$ ، $z_3=\frac{z}{z'}$.

ب) z عدد مركب حيث $z=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ أحسب الأعداد الأتية: z^2 و z^3 ثم استنتج $K=-\sqrt{3}z^2+iz^3$

ج)لتكن الأعداد المركبة : $a=\sqrt{6}+\sqrt{2}+i(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ ، $b=\sqrt{2-\sqrt{3}}+i\sqrt{2+\sqrt{3}}$

اكتب a^2 ، b^2 على الشكل الجبري ثم استنتج a^3 و b^4

التمريـــن02:

أ) ا كتب مرافق كلا من الأعداد المركبة التالية :

$z_1=2+iz$ ، $z_2=2z-2i$ ، $z_3=i(1+z)$ ، $z_4=(z-i)(z+i)$ ، $z_5=\frac{1-z}{1+iz}$ ، $z_6=\frac{z^2+iz-1}{-z+2i}$

ب)نضع: $z_1=(\sqrt{3}-i)(-2i)$ ، $z_2=\frac{-i+\sqrt{3}}{-2i}$ عين الأعداد المركبة التالية على الشكل الجبري:

$\overline{z_1}$ ، $\overline{z_2}$ ثم استنتج كلا من: $\overline{z_1+z_2}$ ، $\overline{z_2\times z_1}$ ، $\overline{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)}$ ، $\overline{\left(z_1^{2020}\right)}$ و $\overline{\left(z_2^{1441}\right)}$

التمريـــن03:

1-اكتب على الشكل المثلثي ثم الأسي الأعداد التالية : $z_0=1+i$ ، $z_1=\overline{z_0}$ ، $z_2=-z_1$ ، $z_3=\sqrt{3}+i$

2-استنتج الكتابة على الشكل المثلثي ثم الأسي الأعداد التالية : $\frac{(z_1)^5}{(z_0)^4}$ ، $(z_0)^{44}$ ، $\left(\frac{-4}{z_3}\right)^{19}$

التمريـــن04:

أ) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلات التالية:

1) $2iz-3i+(1-i)z=0$ ، 2) $\bar{z}+1+i=i\bar{z}+3$ ، 3) $z.\bar{z}-\bar{z}+z-5-2i=0$ ، 4) $|z|^2+i(z+\bar{z})-4+2i=0$

ب) حل في $\mathbb{C}$ لجملة التالية : $\begin{cases} iz-(-1+i)z'=-4-3i \\ (1+i)z+2i\,z'=13+9i \end{cases}$

ج)حل في $\mathbb{C}$ المعادلات التالية ذات المجهول z

1) $z^2+1=0$ ، 2) $z^2+3=0$ ، 3) $z^2=-\sin^2(\theta)$ ، 4) $2z^2-6z+5=0$ ، 5) $z^2-8\sqrt{3}z+64=0$

6) $+1=0$ ، $z^2=5-$

التمريـــن05:

في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ تعطى النقط A, B, C و M التي لواحقها هي: $z_A = 1-2i$ ، $z_B = -1+4i$ ، $z_C = -5i$ و $z = x+iy$

1- عين لاحقة النقطة D بحيث يكون $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ، ثم استنتج طبيعة الرباعي ABDC

2-عين لاحقة النقطة H مركز ثقل المثلث ABC

3-عين لاحقة G مرجح الجملة $\{(A,-2),(B,1),(C,2)\}$

4-عين (Γ) مجموعة النقط M(z) بحيث : $\left\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\| = 4$

5- عين (Δ) مجموعة النقط M(z) بحيث: $3\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

6- عين (Γ') مجموعة النقط M(z) بحيث: $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\| = \sqrt{3}\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|$

7- عين (E) مجموعة النقط M(z) بحيث: $-2\left\|\overrightarrow{MA}\right\|^2+\left\|\overrightarrow{MB}\right\|^2+2\left\|\overrightarrow{MC}\right\|^2 = 48$

8- عين (Δ') مجموعة النقط M(z) بحيث: $-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC} = \lambda\vec{u}$ حيث λ يمسح $\mathbb{R}^*$

9- أ) أنشئ في المستوي السابق النقط A ، B ، C ، D ، H و G .

ب) أنشئ في المستوي السابق بدقة كلا من المجموعات : (Γ) ، (Γ') ، (Δ) ، (Δ') و (E)

التمريـــن06:

أ) أكتب الأعداد التالية على الشكل المثلثي ثم الأسي

$z_0 = 2+2i\sqrt{3}$ ، $z_1 = -\sqrt{5}-i\sqrt{15}$ ، $z_2 = -\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ ، $z_3 = -2i$ ، $z_4 = \dfrac{1+i}{i+\sqrt{3}}$

ب) اكتب الأعداد التالية على الشكل الجبري: $z_0 = -6e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ، $z_1 = \sqrt{5}e^{i\frac{3\pi}{2}}$ ، $z_2 = 2\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_3 = -\dfrac{i}{2}e^{-i2019\pi}$

ج) جد الشكل الأسي ثم الجبري: $z_0 = (-\sqrt{3}+i)e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_1 = (-\sqrt{2}+1)e^{-i\frac{1441\pi}{4}}$ ، $z_2 = 3\sqrt{2}(\cos\dfrac{\pi}{6}-i\sin\dfrac{\pi}{6})$

التمريـــن07:

I) في المستوي المركب نعتبر النقطتين A، B اللتين لاحقاهما : $z_A = 2i$ و $z_B = 4-i$

عين هندسيا ثم جبريا مجموعة النقط M(z) في كل حالة من الحالات التالية

1) $|z-2i| = 4$ ، 2) $|z-2i| = |z-4+i|$ ، 3) $\arg(z-2i) \equiv \dfrac{\pi}{2}[2\pi]$ ، 4) $z = 2i+2e^{i\theta}$ و $\theta \in \mathbb{R}$ ، 5) $z = 2i+ke^{i\frac{\pi}{3}}$ و $k \in \mathbb{R}^+$

II) عين فيما يلي مجموعات النقط M والتي لاحقتها z من المستوي حيث:

1) $|z-1+3i| = 1$ ، 2) $|(1+i)z-i| = |2+4i|$ ، 3) $|\overline{z}-2i| = 4$ ، 4) $|z-i| = |z-2+4i|$

التمريـــن08:

في المستوي المركب النقط $A(2i)$ ، $B(1)$ و $M(z)$ وليكن العدد المركب L حيث: $L(z)=\dfrac{z-2i}{z-1}$

1) اكتب $L(-i)$ ، $L(1+i)$ على الشكل الجبري

2) نضع $z=x+iy$ حيث x ، y عددان حقيقيان . أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $L(z)=1+i$

ب) بيّن الشكل الجبري للعدد $L(z)$ هو: $L(z)=\dfrac{(x^2+y^2-x-2y)}{(x-1)^2+y^2}+i\dfrac{(-2x-y+2)}{(x-1)^2+y^2}$

ج) عين ثم انشئ مجموعة النقط $M(z)$ في كل حالة: $L(z)$ حقيقيا، $L(z)$ تخيليا صرفا، $|L(z)|=1$.

التمريـــن09:

عين طويلة وعمدة العدد z وذلك حسب قيم العدد الحقيقي α غير المعدوم في كل حالة .

1) $z=\alpha$ ، 2) $z=\alpha i$ ، 3) $z=\alpha\pm\alpha i$ ، 4) $z=\alpha\pm\alpha\sqrt{3}i$ ، 5) $z=\alpha\sqrt{3}\pm\alpha i$

التمريـــن10:

z_1 و z_2 عددان مركبان حيث: $|z_1|=|z_2|=1$ وليكن العددين المركبين $K=\dfrac{z_1+z_2}{1+z_1.z_2}$ ، $L=\dfrac{z_1+z_2}{z_1-z_2}$

1) أحسب كلا من $\overline{K}$ و $\overline{L}$. 2) أستنتج أن K حقيقي وأن L تخيلي صرف.

التمريـــن11:

1) جد الجذور التربيعية للأعداد المركبة التالية: $z_0=2i$ ، $z_1=5+12i$ ، $z_3=3-4i$ ، $z_4=-3$

2) عين الأعداد المركبة z في كل حالة مما يلي: $z^2=1+i\sqrt{3}$ ، $z^3=8i$ ، $z^4=-2-2i\sqrt{3}$

التمريـــن12

1) ليكن كثير الحدود : $p(z)=z^4-2\sqrt{3}z^3+8z^2-8\sqrt{3}z+16$

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد مركب z فإن: $\overline{p(z)}=p(\bar{z})$

ب) تحقق أن: $p(\sqrt{3}+i)=p(-2i)=0$. أستنتج الجذرين الآخرين لـ $p(z)$

2) المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط: A، B، C، D التي لواحقها : $z_A=i+\sqrt{3}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2i$ ، $z_D=\overline{z_C}$

أ) مثل النقط: A ، B، C، D في المستوي المركب

ب) اثبت ان النقط A ، B، C، D تنتمي الي نفس الدائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة

3) لتكن E نظيرة B بالنسبة الى O .

- بين ان $\dfrac{z_A-z_C}{z_E-z_C}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ، أعط تفسيرا هندسيا للمساواة.

التمريـــن13:

1- عين طويلة وعمدة العدد المركب $z=-\sqrt{3}+i$.

2- ليكن العدد المركب z' الذي يحقق : $z.z'=6\left[\cos\frac{19\pi}{12}+i\sin\frac{19\pi}{12}\right]$

أ) عين طويلة وعمدة العدد المركب z'

ب) أكتب z' على الشكل الجبري ثم استنتج قيمتي : $\cos\frac{19\pi}{12}$ و $\sin\frac{19\pi}{12}$

التمريـــن14:

أختر الإجابة الصحيحة مع التبرير في كل مايلي

1) الشكل الجبري للعدد المركب z حيث $\bar{z}+\sqrt{z.\bar{z}}=6+2i$ هو:

أ) $\frac{8}{3}-2i$ ، ب) $-\frac{8}{3}+2i$ ، جـ) $\frac{8}{3}+2i$

2) مجموعة النقط $M(z)$ حيث: $\overline{(z-1)}(z+i)=\overline{(z+i)}(z-1)$ هي المستقيم ذو المعادلة:

أ) $y=x-1$، ب) $y=-x$ ، جـ) $y=x$

التمريـــن15:

أجب بـ: صحيح أو خطأ على الفرضيات التالية مع التعليل:

1- من أجل كل عدد مركب z : $Im(z)$ عدد تخيلي صرف.

2- في مجموعة الأعداد المركبة القسمة على i هي الضرب في $-i$.

3- العدد $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+i\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ له عمدة هي θ.

4- العدد $\frac{1-i}{1+i}$ له عمدة هي $\frac{\pi}{2}$.

5- A ، B و C نقط لواحقها على الترتيب i ، $-i$ ، z : العدد $|z-i|$ يمثل الطول BC.

6- من أجل كل عدد طبيعي n : $i^n=(-1)^n$

7- من أجل كل عدد مركب z : $|1-iz|=|1+iz|$ تعني أن z حقيقي.

التمريـــن16:

نعتبر الأعداد المركبة التالية: $z_1=1+i$ ، $z_2=\sqrt{3}+i$ و $z_3=\frac{z_1}{z_2}$

1- عين الجزء الحقيقي و الجزء التخيلي للعدد z_3

2- عين طويلة و عمدة للعددين z_1 و z_2، ثم اكتب z_3 على الشكل المثلثي

3- بين أن : $\cos\frac{\pi}{}=\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{}}$ و $\sin\frac{\pi}{}=\frac{-1+\sqrt{3}}{\sqrt{}}$ ، ثم استنتج $\tan\frac{\pi}{}$.

التمريـــن17:

z عدد مركب يختلف عن i ، و ليكن : $L=\dfrac{z-2}{z+i}$ عين مجموعة النقط M لاحقتها z من المستوي

1) $|L|=1$ ، 2) L حقيقي ، 3) L تخيليا صرفا ، 4) L تخيليا صرفا موجبا.

التمريـــن18:

من أجل كل نقطة M لاحقتها z نعتبر النقطة M' لاحقتها z' حيث : $z'=\dfrac{z-1}{1-z}$

1-بين من أجل كل عدد مركب z يختلف عن1 أن : $|z'|=1$

2-أثبت أن العدد : $\dfrac{z'-1}{z-1}$ حقيقي. ثم استنتج إنشاء هندسي للنقطة M' .

التمريـــن19:

في المستوي المركب المزود بمعلم $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط $M(z)$ ، $A(z^2)$ ، $B(1)$ ، $C(1+z^2)$ و $D(\dfrac{1}{z})$

1-عين مجموعة النقط M لاحقتها z من المستوي حتى تكون النقط M ، A و D في استقامية.

2-عين مجموعة النقط M لاحقتها z من المستوي حتى تكون النقط M ، B و C في استقامية.

التمريـــن20:

نعتبر المعادلة : $z^3+2(i-1)z^2+(9-4i)z+18i=0$ ..... (E)

1-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) علما أنها تقبل حلا z_0 تخيليا صرفا.

2-نعتبر النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب: z_0 ، z_1 و z_2 ،ماذا يمكن القول عن المثلث ABC.

التمريـــن21:

1-عين الطويلة و عمدة لكل من العددين المركبين : $z_1=\dfrac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$ و $z_2=\dfrac{5+11i\sqrt{3}}{7-4i\sqrt{3}}$

2-جد الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون z_1^n حقيقيا.

3- جد الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون z_1^n تخيليا صرفا.

التمريـــن22:

أجب بصحيح أوخطأ مع التبرير في كل حالة:

1)الشكل الأسي للعدد المركب $-\sqrt{3}+i$ هو $2e^{\frac{5\pi}{6}i}$ ، 2)الشكل الأسي للعدد $(\sqrt{2}-i\sqrt{2})^2$ هو $4e^{-\frac{\pi}{4}i}$.

3)المعادلة $(\sqrt{2}-i\sqrt{2})z+\sqrt{3}-i=0$ تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{C}$ هو $4z=-\sqrt{2}+\sqrt{6}+i\sqrt{2}-\sqrt{6}$

4)في المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط $A(4i)$ ، $B(-2)$ و $M(z)$.

مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $|z-4i|=|z+2|$ هي المستقيم (AB).

التمريـــن23:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر العدد المركب $P(z)=|z|^2+4iz-5-4i$

1) عين مجموعة النقط $M(z)$ بحيث: أ) يكون $P(z)$ حقيقيا ، ب) يكون $P(z)$ تخيليا صرفا.

2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث $P(z)=1$ نرمز بـ z_1 و z_2 لحلي هذه المعادلة حيث $Im(z_1)\prec 0$

3) نعتبر النقطتين A و B صورتي z_1 و z_2 على الترتيب، C نظيرة A بالنسبة إلى O.

عين لاحقة النقطة C ثم لاحقة مركز ثقل المثلث ABC.

التمريـــن24:

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-2)(z^2-2\sqrt{2}z+4)=0$ نسمّي حلولها z_1، z_2 و z_3 حيث $z_1\in\mathbb{R}$ و $Im(z_1)\prec 0$

2) أكتب كلا من z_3 ثم z_2+z_1 على الشكل ألأسي ،ثم استنتج القيمة المضبوطة لـ $\cos\frac{3\pi}{8}$ و $\sin\frac{3\pi}{8}$.

3) المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لتكن النقط A، B و C التي لواحقها

$$z_A=\sqrt{6}-\sqrt{2} \quad z_B=-\sqrt{2}(1+i) \text{ و } z_C=-\sqrt{2}(1-i)$$

أ) أعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة العدد $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}$.

ب) ما طبيعة المثلث ABC؟ برّر جوابك.

القسم2:تمارين على التحويلات النقطية

التمريـــن25:

T تحويل نقطي حيث: $T: M(z) \to M'(z')$ عين الطبيعة والعناصر المميزة للتحول T في كل حالة

1) $z' = z + i$ ، 2) $z' = -2z + 3 - 3i$ ، 3) $z' = iz + 1 + i$ ، 4) $z' = (1+i)z - 3i$ ، $z' = 2ize^{i\frac{\pi}{2}}$

التمريـــن26:

S تحويل نقطي معرف بالعبارة المركبة المختصرة عين طبيعة S وعناصاره المميزة في كل حالة

1) $(z'-i) = 2(z-i)$، 2) $(z'+i) = \sqrt{3}i(z+i)$ ، 3) $(z'+2) = (1-i)(z+2)$ ، 4) $z' = \sqrt{2}(1-i)z$.

التمريـــن27:

أكتب العبارة المختصرة ثم العبارة المركبة للتحويل T في كل حالة من الحالات التالية.

1) T انسحاب شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ ، 2) H تحاكي مركزه $\omega(1-i)$ ونسبته -2

3) R دوران مركزه $\omega(i)$ وزاويته $\frac{\pi}{3}$ ، 4) S تشابه مباشر مركزه $\omega(2i)$ ونسبته 2 وزاويته $\frac{\pi}{6}$

التمريـــن28:

h التحاكي الذي مركزه $A(i)$ ونسبته -2 و r الدوران الذي مركزه $A(i)$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أكتب العبارة المركبة لكل من r ، h ثم بين أن $roh = hor$

التمريـــن29:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

1) عين التحاكي h الذي مركزه O ويحول النقطة $A(1-2i)$ إلى النقطة $B(-2+4i)$. ثم استنتج نسبته

2) عين الدوران r الذي يحول $A(1-2i)$ إلى $B(1)$ ويحول $C(1-i)$ إلى O ، ثم عين عناصره المميزة

3) عين التشابه S_1 الذي يحول $A(1;2)$ إلى $B(1;4)$ ويحول $C(2;-1)$ إلى $D(5;2)$ ، ثم عين عناصره المميزة

4) عين نسبة وزاوية التشابه المباشر S_2 الذي مركزه $A(1)$ ويحول النقطة $B(1-i)$ الى النقطة $C(3)$

5) عيّن مركز وزاوية التشابه المباشر S_3 الذي نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$ ويحول $A(2;1)$ إلى $B(-3;3)$

التمريـــن30:

f تحويل نقطي حيث: $M(x;y) \to M'(x';y') : \begin{cases} x' = -2y - 3 \\ y' = 2x + 1 \end{cases}$

1) عيّن لاحقة النقطة A' محوّلة النقطة $A(i)$ بـ f ، ثم جد لاحقة النقطة B التي محولتها $B'(-1;-1)$

2) بين أن العبارة المركبة لـ f هي: $z' = 2iz - 3 + i$ استنتج طبيعة f مع ذكر عناصره المميزة.

4) (Γ) مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي التي تحقق: $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$

*ماهي ، f

الجزء الثاني: تمارين البكالوريا

القسم 1: التمارين غير المتعلقة بالتحويلات النقطية

شعبة العلوم التجريبية

التمرين 31: دورة 2012 م1

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z=\dfrac{3i(z+2i)}{z-2+3i}$ حيث $(z\neq 2-3i)$

- حل في $\mathbb{C}$ هذه المعادلة.

2) ينسب المستوي المركب إلى المعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A و B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب z_A و z_B حيث: $z_A=1+i\sqrt{5}$ و $z_B=1-i\sqrt{5}$.

-تحقق أنّ A و B تنتميان إلى دائرة مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها.

3) نرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z $(z\neq 2-3i)$ النقطة M' لاحقتها z' حيث $z'=\dfrac{3i(z+2i)}{z-2+3i}$

النقط C، D، E لواحقها على الترتيب: $z_C=-2i$، $z_D=2-3i$ و $z_E=3i$ و (Δ) محور القطعة $[CD]$

أ-عبّر عن المسافة OM' بدلالة المسافتين CM و DM.

ب-أستنتج أنه من أجل كل نقطة M من (Δ) فإن النقطة M' تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعين مركزها ونصف قطرها. -تحقق أن النقطة E تنتمي إلى (γ).

التمرين 32: دورة 2011 م2

نعتبر في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A، B و C التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=3-2i$، $z_B=3+2i$ و $z_C=4i$.

1-أ- علّم النقط A، B و C

ب- ما طبيعة الرباعي OABC؟ علّل إجابتك.

جـ-عيّن لاحقة النقطة Ω مركز الرباعي OABC.

2-عيّن ثم أنشئ (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=12$.

3-أ- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2-6z+13=0$.

نسمي z_0 و z_1 حلّي هذه المعادلة

ب-لتكن M نقطة من المستوي لاحقتها العدد المركب z.

-عيّن مجموعة النقط M التي تحقق: $|z-z_0|=|z-z_1|$

التمرين33: دورة 2009 م1

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-2z+4=0$

2) نسمي z_1 و z_2 حلي هذه المعادلة. ا) اكتب العددين z_1 و z_2 على الشكل الأسي.

ب) A، B وC هي النقط من المستوي التي لواحقها على الترتيب: $z_A=1-i\sqrt{3}$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=\frac{1}{2}(5+i\sqrt{3})$ احسب الاطوال AB، AC وBC استنتج نوع المثلث ABC

ج)جد الطويلة والعمدة للعدد : $Z=\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$.

د)احسب Z^3، Z^6 ثم استنتج ان Z^{3K} عدد حقيقي

التمرين34: دورة 2009 م2

$P(z)$ كثير حدود حيث: $p(z)=(z-1-i)(z^2-2z+4)$

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$

2)نضع $z_1=1+i$ ، $z_2=1-\sqrt{3}i$. أ) اكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسي

ب) اكتب $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الجبري ثم الأسي

ج)استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$

3)احسب قيمة العدد $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{456}$

التمرين35: دورة 2008 م1

1-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z+2=0$.

نرمز للحلين بـ z_1 و z_2 حيث $Im(z_1)\prec 0$. بين أن $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2008}$ حقيقي.

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A، B وC نقط لاحقاتها على الترتيب: $z_1=-1+i$، z_2 و ليكن Z العدد المركب حيث: $Z=\frac{z_2+1-i}{z_1+1-i}$

أ)انطلاقا من التعريف $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$ ومن الخاصية $e^{i(\theta_1+\theta_2)}=e^{i\theta_1}\times e^{i\theta_2}$

برهن أن: $e^{-i\theta}=\frac{1}{e^{i\theta}}$ وأن $\frac{e^{i\theta_1}}{e^{i\theta_2}}=e^{i(\theta_1-\theta_2)}$

ب) أكتب ما الشكل الأ... ما نتج ما طبيعة المثلث

شعبة :تقني رياضي

التمرين36: دورة 2013 م1

1-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $2z^2+6z+17=0$.

2-في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، B ، C لاحقاتها على الترتيب: $z_A=-4$ ، $z_B=-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}i$ و $z_C=-\frac{3}{2}-\frac{5}{2}i$

-احسب الطويلة وعمدة للعدد المركب $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

3-أ)عيّن z_D و z_E لاحقتي النقطتين D وE على الترتيب حتى يكون الرباعي BCDE مربعا مركزه A

ب)عيّن (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=10\sqrt{2}$

4-(Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\arg(z+4)=\frac{\pi}{4}$

تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (Γ_2) ثم عيّن المجموعة (Γ_2).

التمرين37: دورة 2010 م1

1)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z-3+2i)(z^2+6z+10)=0$

2)علّم في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط: A ، C ، D و I ذات الاحقات: $z_A=3-2i$ ، $z_C=-3+i$ و $z_D=-3-i$ ، $z_I=1$

3) z عدد مركب يحقق الجملة التالية: $\begin{cases}\arg(z-3+2i)=\arg(z-1)+\frac{\pi}{2}\\ |z-3+2i|=|z-1|\end{cases}$.

أ) بين أن الجملة تكافئ: $\frac{z-3+2i}{z-1}=i$ ثم عين قيمة z .

ب) B النقطة التي لاحقتها $z_B=3$. تحقق أن: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ ، ثم عيّن طبيعة الرباعي ABCD ؟

ج)لتكن J النقطة التي لاحقتها z_J حيث: $z_J=1-2i$. أكتب على الشكل الأسي: $Z=\frac{z_A-z_I}{z_B-z_J}$

تحقق أن: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{JI}$. ثم عيّن طبيعة الرباعي ABIJ ؟

التمرين38: دورة 2011 م1

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2\sqrt{3}z+4=0.....(E)$

1)حل في في $\mathbb{C}$المعادلة(E) وأكتب حلولها على الشكل المثلثي.

2))المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A،B و Cالنقط التي لاحقاتها على الترتيب $z_A=2i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$ و $z_C=\sqrt{3}-i$ نضع: $L=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

أ)أكتب Lعلى الشكل الأسي.

ب)أثبت أن $z_A-z_B=L(z_C-z_B)$.

ج)استنتج نوع المثلث ABC واحسب مساحته S

التمرين39: دورة 2010 م2

1-أكتب على الشكل الاسي العدد: $a=-2+2\sqrt{3}i$

ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2=-2+2\sqrt{3}i$

2) ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A، B و Cالنقط التي لاحقاتها:

$z_A=-2$ ، $z_B=-1-\sqrt{3}i$ و $z_C=1+\sqrt{3}i$ على الترتيب

أ-أحسب طويلة العدد المركّب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ وعمدة له.

ب-أستنتج طبيعة المثلث ABC

3)لتكن (E)مجموعة النقط M(z) حيث: $\arg(\bar{z}+2)=\frac{\pi}{3}$

أ-تحقق أن النقطة B تنتمي إلى(E).

ب-عين المجموعة (E)

التمرين40: دورة 2009 م1

1-أ)حل في $\mathbb{C}$المعادلة: $z^2-2z+2=0$

ب)استنتج في $\mathbb{C}$حلول المعادلة: $(\bar{z}+3)^2-2(\bar{z}+3)+2=0$

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A، B و Mلواحقها $(1-i)$،$(1+i)$و z على الترتيب

أ)عيّن(Γ)مجموعة النقط Mمن المستوي: $z=1-i+ke^{i\frac{5\pi}{4}}$ عندما k يمسح $\mathbb{R}^+$

ب)عيّن(Γ)مجموعة النقط M من المستوي حيث: $|z-1+i|=|z-1-i|$

التمرين41: دورة 2009 م2

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-6z+18=0$

2-أ) أكتب العدد المركب: $z_1=3-3i$ على الشكل الأسي

ب)أحسب طويلة العدد z_3 وعمدة له حيث: $z_1\times z_3=6(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12})$

أستنتج قيمتي $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$

3) في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، B و C ذات اللاحقات :

$3+3i$ $3-3i$ و $\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{6}}{2}$ على الترتيب.

أ)عين قيم العدد الحقيقي α حتى تقبل الجملة $\{(A,1);(B,-1);(C,\alpha)\}$ مرجحا نرمز له بـ G_α

ب)عين مجموعة النقط G_α لما يتغير α في $\mathbb{R}^*$

التمرين42: دورة 2008 م1

لتكن في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة (*) المعرفة كمايلي: $z^3+(2-4i)z^2-(6+9i)z+9(-1+i)=0$

1-بين أن $z_0=3i$ هو حل للمعادلة (*).

2-بين أن (*) تقبل حلا حقيقيا z_2، ثم استنتج الحل الثالث z_1 واكتب الحلول على الشكل الأسي

3- A ، B و C صور الحلول z_0 ، z_1 و z_2 على التوالي في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

عيّن النقطة G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,1);(C,-1)\}$

4-عين المجموعة (E) للنقط M حيث: $AM^2+BM^2-CM^2=-13$

- بين أن النقطة A تنتمي إلى المجموعة (E) ثم أنشئ (E).

التمرين43: دورة 2008 م2

r عدد حقيقي موجب تماما و θ عدد حقيقي كيفي.

1-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2r\cos(\frac{\theta}{2})z+r^2=0$ ثم اكتب الحلين على الشكل الأسي.

2-في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقطتين A، B صورتي الحلين. عين θ حتى يكون المثلث OAB متقايس الاضلاع

شعبة :الرياضيات

التمرين44: دورة 2009 م1

نرفق بكل عدد مركب z يختلف عن 1 العدد المركب f(z) حيث : $f(z)=\dfrac{z-i}{z-1}$

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(45+45i)f(z)=23+45i-2z$

2-لتكن M صورة العدد المركب z في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

أ)عين مجموعة النقط M بحيث يكون f(z) حقيقيا سالبا تماما

ب) أحسب العدد المركب z_0 بحيث: $|f(z_0)|=1$ و $\arg(f(z_0))=\dfrac{3\pi}{2}$

3-في المستوي المركب نعتبر النقط A، B وC صور الاعداد المركبة 1 ، i و z_0 على الترتيب.

أ-مانوع المثلث ABC ؟.

ب-عين النقطة D نظيرة C بالنسبة إلى المستقيم (AB) واستنتج طبيعة الرباعي ACBD .

التمرين45: دورة 2008 م2

نعتبر في مجموعة المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود P(z) المعرف كمايلي: $P(z)=2z^4-2iz^3-z^2-2iz+2$

1-بيّن انه إذا كان α جذرا لـ P(z) فإن $\dfrac{1}{\alpha}$ جذرا له أيضا

2-تحقق أن : $1+i$ و $-1+i$ جذرين لكثير الحدود P(z)

3-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$ ثم أكتب الحلول على الشكل الأسي

4- في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B، C و D

والتي لواحقها على الترتيب : $1+i$ ، $-1+i$، $-\dfrac{m}{2}-\dfrac{m}{2}i$ و $\dfrac{m}{2}-\dfrac{m}{2}i$ حيث m عدد حقيقي

عيّن m حتى يكون الرباعي ABCD مربعا.

القسم2:تمارين متعلقة بالتحويلات النقطية

شعبة العلوم التجريبية

التمرين46: دورة 2019 م1

I)حل في مجموعة الإعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z: $(z-i)(z^2-4z+5)=0$

II)نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A، B و C التي لاحقاتها i ، $2-i$ و $2+i$ على الترتيب.

1)اكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_C-z_B}$ على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

2)من اجل كل عدد مركب z يختلف عن $2+i$ نضع: $f(z)=\frac{iz-1-2i}{2z-4-2i}$

أ) عين المجموعة (E) للنقط M من المستوي ذات الاحقة z التي تحقق: $|f(z)|=\frac{1}{2}$

ب)بيّن أن العدد المركب $[f(i)]^{1440}$ حقيقي موجب

3)نعتبر الدوران الذي r الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ)عيّن لاحقة النقطة D صورة B بالدوران r و بين أن النقط D ، A و Cفي استقامية

ب) استنتج أن النقطة D صورة A بواسطة تحويل نقطي بسيط يطلب تعيين طبيعته وعناصره

التمرين47: دورة 2019 م2

المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها z_A، z_B و z_C على الترتيب.حيث

$z_A=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-2z_A$.

1-أ)اكتب العدد z_A على الشكل الأسي. ب) احسب العدد $\left(\frac{z_A}{2\sqrt{2}}\right)^{2019}+\left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{2019}$

2-أ)T الإنسحاب الذي يحول Aإلى C ،عيّن z_D لاحقة النقطة D صورة Bبالانسحاب T

ب) استنتج طبيعة الرباعي ABDC

3)اكتب العدد z_C-z_Aعلى الشكل الأسي

4)جد الأعداد الطبيعية n والتي يكون من أجلها العدد المركب $\left(\frac{-6\sqrt{2}}{z_C-z_A}\right)^n$ حقيقيا

5)لتكن Mنقطة كيفية من المستوي حيث تختلف عن A وتختلف عن C

عين (E) مجموعة النقط M التي من أجلها يكون العدد $\frac{z_A-z}{\quad}$ حقيقيا موجبا

التمرين48: دورة 2018 م1

1)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2-\sqrt{3}z+1=0$

2)المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ A،B و C ثلاث نقط من المستوي لواحقها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $z_C=\overline{z_B}$

اكتب z_A و z_B على الشكل الأسي ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$

3-أ) تحقق أن: $\frac{z_B}{z_C}=e^{\frac{\pi}{3}i}$ وحدّد طبيعة المثلث OBC.

ب) أستنتج أن B صورة C بدوران r و تعيين عناصره المميزة.

4) نسمي (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق: $|z|=\left|\overline{z}-\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right|$.

عين طبيعة المجموعة (γ) ، ثم عيّن صورتها بالدوران r.

التمرين49: دورة 2018 م2

I)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $(z^2-4z+5)(\overline{z}-4+i)=0$ ($\overline{z}$ يرمز لمرافق z)

II)المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A،B و C التي لواحقها

$z_A=2+i$ ، $z_B=4+i$ و $z_C=\overline{z_A}$

1)تحقق أن: $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=i$ ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right)^n$ تخيليا صرفا

2) D نقطة من المستوي لاحقتها z_D حيث: $\begin{cases}|z_D-z_A|=|z_B-z_A| \\ \text{Arg}\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)=\frac{\pi}{3}+2k\pi\end{cases}$

بيّن أن المثلث ABD متقايس الأضلاع و حساب z_D.

3) احسب z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABD ثم عين نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه A ويحوّل G إلى D.

4) عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z تحقق : $\text{Arg}\left(\frac{z_G-z}{z_C-z}\right)=\pi+2k\pi;(k\in\mathbb{Z})$

التمرين50: دورة 2017 م1

I)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $(z+2)(z^2-4z+8)=0$

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها على الترتيب $z_A = 2-2i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = -2$.

1- أكتب كلا من z_A و z_B على الشكل الأسي.

2- عيّن z_D لاحقة النقطة D حتى تكون النقطة B مركز ثقل المثلث ACD .

3- (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z (M تختلف عن A و B) حيث $\arg\left(\frac{z_B - z}{z_A - z}\right) = \frac{\pi}{2}$

تحقق أن مبدأ المعلم O هو نقطة من (Γ) ، ثم عيّن طبيعة المجموعة (Γ) أنشئها.

4- ليكن h التحاكي الذي مركزه النقطة C ونسبته 2 ، (Γ') صورة (Γ) بالتحاكي h.

عيّن طبيعة المجموعة (Γ') مع تعيين عناصرها المميزة.

التمرين51: دورة 2017 م2

المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل فيب كل حالة:

1- مجموعة حلول المعادلة $\left(\frac{z+1-i}{z-i}\right)^2 = 1$ في المجموعة $\mathbb{C}$ هي : $S = \left\{-\frac{1}{2}+i\right\}$.

2- من أجل كل عدد مركب z: $(z+2)(\overline{z}+2) = |z+2|^2$.

3- من أجل كل عدد طبيعي $n: n = 1$: $\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3n} = 1$.

4- S التشابه المباشر الذي مركزه Ω ذات اللاحقة 1 ونسبته 3 وزاويته $\frac{\pi}{2}$. صورة الدائرة (C) ذات المركز $\omega(0;1)$ ونصف القطر 3 بالتشابه S هي الدائرة (C) ذات المركز $\omega'(-2;-3)$ ونصف القطر 9

5- من أجل كل عدد حقيقي α : إذا كان $Z = (\sin\alpha + i\cos\alpha)(\cos\alpha - i\sin\alpha)$

فإن : $\arg(Z) = \frac{\pi}{2} - 2\alpha + 2k\pi$ حيث k عدد صحيح

التمرين52: دورة 2017 الاستدراكية م1

I) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-2)(z^2+2z+4) = 0$

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ حيث $\|\vec{u}\| = 2cm$

لتكن النقط A، B و C التي لاحقاتها: $z_A = 2$ ، $z_B = -1+i\sqrt{3}$ و $z_C = \overline{z_B}$

1- أ) أكتب z_B على الشكل الأسي ثم استنتج الشكل الاسي للعدد المركب z_C

ب) عيّن مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ، ثم إنشئ النقط A، B و C.

2- أ) ... $\frac{2\pi}{3}$ ... $\frac{1}{2}$ ...

أ) أكتب العبارة المركبة للتشابه S ثم عيّن لاحقة كل من النقط A'، B' و C' صور النقط A، B و C على الترتيب بالتشابه S ثم أنشئ في المعلم السابق النقط A'، B' و C'.

ب) أحسب بالسنتمتر المربع مساحة المثلث A'B'C'.

التمرين53: دورة 2017 الاستدراكية م2

المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها: $z_A=-3-2i$ ، $z_B=1+i$ و $z_C=4-3i$

1) عيّن نسبة وزاوية التشابه S الذي مركزه A ويحول B النقطة إلى النقطة C.

2) أكتب على الشكل الأسي العدد المركب $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) نرمز بـ: G إلى مركز ثقل المثلث ABC بـ: I إلى منتصف [AC].

عين z_G و z_I لاحقتي النقطتين G و I ثم بيّن ان النقط B و G و I على استقامة واحدة.

4) نعتبر النقطة D نظيرة B بالنسبة للنقطة I ، حدّد بدقة طبيعة الرباعي ABCD.

5) نعتبر (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|=5\sqrt{2}$.

أ) تحقق أن النقطة C تنتمي إلى (Γ). ب) عيّن طبيعة المجموعة (Γ) وإنشئها.

التمرين54: دورة 2016 م1

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;u;v)$ من أجل كل نقطة M من المستوي

لاحقتها العدد المركب z حيث $(z\neq 1)$ نرفق النقطة M' لاحقتها العدد المركب z' حيث $z'=\frac{z-2}{z-1}$

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z'=z$.

2) النقطتان A ، B لاحقاتهما على الترتيب: z_1 و z_2 ، حيث $z_1=1-i$ و $z_2=\overline{z_1}$.

أ) اكتب $\frac{z_2}{z_1}$ على الشكل الأسي.

ب) بيّن أن النقطة B صورة النقطة A بالدوران R الذي مركزه المبدأ O ، يطلب تعيين زاوية له.

3) نضع : $z'\neq z$ ونعتبر ان النقطتين C و D لاحقتهما 1 و 2 على الترتيب.

عيّن (Γ) مجموعة النقط M حيث M' تنتمي لمحور التراتيب ثم إنشئ (Γ).

4) h التحاكي الذي مركزه المبدأ O ونسبته 2 .

أ- عيّن طبيعة التحويل النقطي $S=hoR$ وعناصره المميزة. ب- اكتب العبارة المركبة للتحويل S.

جـ- عيّن ثم إنشئ المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S.

التمرين55: دورة 2016 م2

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $\left(z-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)(z^2+\sqrt{3}z+1)=0$.

2)المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، A وB والنقط التي لاحقاتها على الترتيب $z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ، $z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $z_C=\overline{z_B}$.

-أ) اكتب z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي

-ب) بيّن أنه يوجد تشابه مباشر S مركزه B ويحوّل النقطة C إلى النقطة A يطلب تعيين عناصره المميزة.

3-أ) عيّن لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع :ثم حددّبدقة طبيعته.

ب)عيّن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $|z-z_A|=|\overline{z}-z_B|$ حيث $\overline{z}$ مرافق z.

جـ) عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق: $z=z_B+\sqrt{3}e^{\theta i}$ حيث θ يتغير على $\mathbb{R}$.
ثم تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (Γ).

التمرين56: دورة 2016 م1 الاستدراكية

1-نضع من اجل كل عدد مركب z: $P(z)=z^3-24\sqrt{3}$

أ) تحقق أن: $P(2\sqrt{3})=0$. ب)جد العددين الحقيقين a وb بحيث يكون من اجل كل عدد مركب z: $P(z)=(z-2\sqrt{3})(z^2+az+b)$

جـ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة : $P(z)=0$.

2- المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، A وB والنقط التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=-\sqrt{3}+3i$ ، $z_B=-\sqrt{3}-3i$ و $z_C=2\sqrt{3}$.

أ)اكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الجبري.

ب) بيّن أنه يوجد دوران r مركزه A ويحول النقطة B إلى النقطة C ،يطلب تعيين زاويته.

جـ) استنتج طبيعة المثلث ABC.

د)عيّن z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$
ثم حدد بدقة طبيعة الرباعي ABCD.

3- عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z غير المعدومة بحيث: $\arg\left(\frac{z}{\overline{z}}\right)=2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$

التمرين57: دورة 2016 م2 الاستدراكية

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $2\overline{z}^3+3\overline{z}^2-3\overline{z}+5=0$.

1-أ)اثبت ان المعادلة (E) تكافئ المعادلة: $(2\overline{z}+5)(\overline{z}^2-\overline{z}+1)=0$

ب)حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) .

2-في المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ،B ،C و D

النقط التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-1$ و $z_D=-\frac{5}{2}$

أ)اكتب كلا من العددين z_A و z_B على الشكل الأسي . ب) أنشئ النقط A، B، C و D .

جـ)إثبت أن: $z_B-z_C=z_B(z_A-z_C)$.

د) استنتج طبيعة المثلث ABC.

3-ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{3}$ ونسبته 2 والتكن F صورة A بالتحويل S

أنشئ النقطة F ثم حدّد طبيعة المثلث AFC.

4-عيّن طبيعة المجموعة (Γ) النقط M ذات اللاحقة z حيث: $z+1=kz_B$ لما يتغير K في المجموعة $\mathbb{R}_+$

التمرين58: دورة 2015 م1

I-عيّن العددين المركبين α و β حيث: $\begin{cases}2\alpha-\beta=-3\\2\overline{\alpha}+\overline{\beta}=-3-2i\sqrt{3}\end{cases}$ مع $\overline{\alpha}$ مرافق α و $\overline{\beta}$ مرافق β.

II- المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ A ، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب $z_A=-\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_A=z_C.e^{i\frac{\pi}{3}}$

1)أ)اكتب z_A و z_C على الشكل الأسي، ثم عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا سالبا

ب)تحقق أن العدد المركب $2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2015}+\left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962}-\left(\frac{z_C}{\sqrt{3}}\right)^{1435}$ حقيقي.

2) D النقطة ذات اللاحقة $z_D=1+i$.

أ) حدّد النسبة وزاوية التشابه المباشر S الذي مركزه O ويحوّل D إلى A.

ب) اكتب $\frac{z_A}{z_D}$ على الشكل الجبري ، ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$.

3)عيّن مجموعة النقط M(z) التي تحقق : $z=k(1+i)e^{i\left(\frac{7\pi}{12}\right)}$ حيث k يمسح $\mathbb{R}^+$.

التمرين59: دورة 2015 م2

في المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ A ، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث $z_A=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B=-\overline{z_A}$ و $z_C=-(z_A+z_B)$ ($\overline{z_A}$ مرافق z_A)

1) أ)اكتب كلا من العددين z_B و z_C على الشكل الأسي

ب) استنتج ان النقط A ، B و C تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

جـ)أنشئ الدائرة (γ) والنقط A ، B و C.

2-أ) تحقق أن: $\frac{z_B - z_C}{z_B - z_A} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

ب)استنتج أن المثلث ABC متقايس الاضلاع وأن النقطة O مركز ثقل هذا المثلث.

ج)عيّن وأنشئ (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $|z| = |z - \sqrt{3} - i|$.

3)أ)عيّن زاوية الدوران r الذي مركزه O ويحول C إلى A

ب)أثبت أن صورة (E) بالدوران r هي محور القطعة [OB].

التمرين60: دورة 2014 م1

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 6\sqrt{2}z + 36 = 0$

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لتكن النقط A ، B ، C و D التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A = 3\sqrt{2}(1+i)$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = 6\sqrt{2}$ و $z_D = \frac{z_C}{2}$.

أ)اكتب z_A ، z_B و $(1+i)z_A$ على الشكل الأسي. ب)أحسب $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014}$.

ج)بيّن أن النقط O، A، B و C تنتمي لدائرة إلى نفس الدائرة مركزها D،يطلب تعيين نصف قطرها.

د) أحسب $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ ثم جد قيسا للزاوية $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB})$.ماهي طبيعة الرباعي OACB؟.

3) ليكن R الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) اكتب العبارة المركبة للدوران R.

ب)عيّن لاحقة النقطة C' صورة C بالدوران R ثم تحقق أنّ النقط C ، A و C' في استقامية.

ج) عيّن لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران R ثم حددّ صورة الرباعي OACB بالدوران R.

التمرين61: دورة 2014 م2

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث : $(z-i)(z^2 - 2z + 5) = 0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ (وحدة الطول 1cm)

تعطى النقط A ، B و C التي لاحقاتها: $z_A = i$ ، $z_B = 1+2i$ و $z_C = 1-2i$ على الترتيب.

ا)أنشئ النقط A ، B و C.

ب)جد z_H لاحقة النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC).

ج) احسب مساحة المثلث ABC.

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه A ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) عيّن الكتابة المركبة للتشابه S.

4) M نقطة لاحقتها z ، عيّن مجموعة النقط M حيث : $|z| = |iz+1+2i|$

التمرين62: دورة 2013 م1

1-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (I)ذات المجهول z التالية: $z^2-(4\cos\alpha)z+4=0...(I)$ حيث α وسيط حقيقي

2-من أجل $\alpha=\frac{\pi}{3}$ نرمز لحلّي المعادلة(I) بـ: z_1 و z_2 . بيّن أن : $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2013}=1$.

3- نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$
النقط A ، B و C التي لاحقاتها: $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=1-i\sqrt{3}$ و $z_C=4+i\sqrt{3}$ على الترتيب
أ- أنشئ النقط A ، B و C ،ب-اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ ثم استنتج ان C
هي صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ويطلب تعيين نسبته وزاويته.
جـ-عيّن لاحقة G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,-1);(C,2)\}$، ثم أنشئ G

د-أحسب z_D لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي ABDG متوازي أضلاع.

التمرين63: دورة 2013 م2

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة (E)ذات المجهول z الآتية: $z^2+4z+13=0.....(E)$.
1)تحقق أن العدد $-2-3i$ حل للمعادلة(E)ثم جد الحل الآخر.
2) A و B نقطتان من المستوي المركب لاحقتاهما $z_A=-2-3i$ و $z_B=i$ على الترتيب.
S التشابه المباشر الذي مركزه A و نسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ و الذي يحوّل كل نقطة M(z) من المستوي إلى النقطة M'(z')
أ- بيّن أن : $z'=\frac{1}{2}iz-\frac{7}{2}-2i$.
ب-احسب z_C لاحقة النقطة C،علما أن C صورة B بالتشابه S
3) لتكن النقطة D حيث : $2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$.
أ-بيّن أن D هي مرجح القطتين A و B المرفقتين بمعاملين حقيقيين يطلب تعيينهما.
ب-احسب z_D لاحقة النقطة D .

جـ-بيّن أن: $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}=i$ ،ثم استنتج طبيعة المثلث ACD .

التمرين64: دورة 2012 م2

1)ليكن كثير الحدود : $P(z)=z^3-12z^2+48z-72$.
أ- تحقق

ب-جد العددين الحقيقيين α و β بحيث يكون من أجل كل z من $\mathbb{C}$: $p(z)=(z-6)(z^2+\alpha z+\beta)$

جـ-حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة $p(z)=0$.

2)المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ و A، B، C نقط من المستوي المركب لواحقها على الترتيب: $z_A=6$ ، $z_B=3+i\sqrt{3}$ و $z_C=3-i\sqrt{3}$

أ- اكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي.

ب-أكتب العدد المركب $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي.

جـ-استنتج طبيعة المثلث ABC.

3)ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C ونسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$. أ- جد الكتابة المركبة للتشابه S.

ب-عيّن $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة A بالتشابه S.

جـ-بيّن أن النقط A، B و A' في استقامية.

التمرين65: دورة 2011 م2

نعتبر في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

النقط A، B و C التي لاحقاتها على الترتيب : $z_A=-i$ ، $z_B=2+3i$ و $z_C=-4+i$.

1-أ- أكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$

ب- عين طويلة العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ وعمدة له، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

2-نعتبر التحويل النقطي T في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M(z) النقطة M'(z') حيث:

$$z'=iz-1-i$$

أ-عيّن طبيعة التحويل T محدّدا عناصره المميزة. ب-ماهي صورة النقطة B بالتحويل T.

3-لتكن D النقطة ذات اللاحقة $z_D=-6+2i$. أ-بيّن أن النقط A ، C و D في استقامية.

ب-عيّن نسبة التحاكي h الذي مركزه A ويحوّل C إلى D

جـ-جد العناصر المميّزة للتشابه S الذي مركزه A ويحوّل B إلى D

التمرين66: دورة 2010 م1

نعتبر في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A، B اللتين لاحقتيهما على الترتيب: $z_A=1+i$ و $z_B=3i$

1) اكتب على الشكل الأسي : z_A و z_B.

2)ليكن S التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة M(z) النقطة M'(z') حيث: $z'=2iz+6+3i$

أ- عيّن العناصر المميزة للتشابه S

ب)عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتشابه S.

ج) استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) لتكن النقطة D مرجح الجملة $\{(A,2);(B,-2);(C,2)\}$.

أ)عيّن z_D لاحقة النقطة D.

ب)عيّن مع التبرير طبيعة الرباعي ABCD

4)لتكن M نقطة من المستوي تختلف عن B وعن D لاحقتها z والتكن (Δ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي يكون من أجلها $\frac{z_B - z}{z_D - z}$ عددا حقيقيا موجب تماما.

أ)تحقق أن النقطة E ذات اللاحقة $z_E = 6+3i$ تنتمي إلى (Δ).

ب)أعط تفسيرا هندسيا لعمدة $\frac{z_B - z}{z_D - z}$ عيّن حينئذ المجموعة (Δ)

التمرين67: دورة 2010 م2

1-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $z^2 - 6z + 18 = 0$ ثم اكتب الحلّين على الشكل الاسي

2-في المستوي المزود المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.نعتبر النقط A ، B ، C و D لاحقاتها على الترتيب: $z_A = 3+3i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -z_A$ و $z_D = -z_B$.

أ-بيّن أن A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز O مبدأ المعلم.

ب-عيّن زاوية الدوران R الذي مركزه O ويحوّل النقطة A إلى النقطة B

جـ-بيّن أن A ، O و C في استقامية وكذلك النقط B ، O و D .د- استنتج طبيعة الرباعي ABCD.

التمرين68: دورة 2008 م2

1-أ)جد الجذرين التربيعيين للعدد المركب: $7+24i$ ، ب)بيّن أن: $z^2 + iz - 2 - 6i = \left(z + \frac{i}{2}\right)^2 - \frac{7+24i}{4}$

جـ) استنتج العددين المركبين z_1 و z_2 حلّي المعادلة: $z^2 + iz - 2 - 6i = 0$

2-نعتبر في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A ، B اللتين لاحقتاهما $z_A = 2+i$ و $z_B = -2-2i$.عين z_ω لاحقة النقطة ω مركز الدائرة (Γ) ذات القطر $[AB]$

3-أ) لتكن C النقطة ذات اللاحقة z_C حيث: $z_C = \frac{4-i}{1+i}$.

-اكتب z_C على الشكل الجبري ، ثم أثبت C تنتمي إلى (Γ).

4-أ)برهن أن عبارة التشابه المباشر S الذي مركزه $M_0(z_0)$ ونسبته $k\ (k>0)$ وزاويته θ والذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ هي: $z' - z_0 = ke^{i\theta}(z - z_0)$

ب) عين الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل S المعرف بـ: $z' + -i = 2e^{i\frac{\pi}{3}}(z + -i)$

شعبة :تقني رياضي

التمرين69: دورة 2019 م1

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A، B و C لاحقاتها على الترتيب $z_A=1+i$، $z_B=2+i$ و $z_C=\frac{3}{2}+i\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ و (Γ) الدائرة التي مركزها A وطول نصف قطرها 1

1-أ) تحقق من أن النقطة C من الدائرة (Γ).

ب)عين قيسا بالراديان للزاوية $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ ثم استنتج ان C صورة B بالدوران r الذي مركزه A يطلب تعيين زاويته.

2) S التشابة المباشر الذي يحوّل النقطة M ذات الاحقة z النقطة M' ذات الاحقة z' حيث:

$$z'=(1+i\sqrt{3})z+\sqrt{3}-i\sqrt{3}.$$

أ) حددّ العناصر المميزة للتشابه S.

ب)عيّن z_D لاحقة النقطة D صورة B بالتشابه S.

3)ماهي نسبة التحاكي الذي مركزه A حيث: $S=hor$؟ استنتج ان النقط A ، C وD في استقامية

4) (E) مجموعة النقط M من المستوي التي لاحقتها z حيث : $z=z_A+ke^{i\frac{\pi}{3}}$ مع $k\in\mathbb{R}_+^*$.

تحقق أن النقطة C من المجموعة (E)، ثم حدد طبيعة المجموعة (E).

التمرين70: دورة 2019 م2

I-أ) تحقق أن: $(2-2\sqrt{3})^2=16-8\sqrt{3}$

ب)عيّن على الشكل الجبري الجذرين التربيعيين L_1 و L_2 للعدد Z حيث : $Z=-16\sqrt{3}-16i$

II)المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B و C لاحقاتها :

$z_A=4e^{i\frac{\pi}{4}}+4e^{i\frac{5\pi}{6}}$، $z_B=\frac{1}{2}iz_A$ و $z_C=-\frac{1}{4}z_A$.

1)اكتب z_A على الشكل الجبري ثم بيّن أن: $z_A=4\sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$.

2) استنتج القيمتين المضبوطتين للعددين الحقيين : $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$

3)S التشابه المباشر الذي يحوّل A إلى B ويحوّل B إلى C.

لتكن M' النقطة ذات اللاحقة z' صورة النقطة M ذات اللاحقة z بالتشابه S.

أ)بيّن أن: $z'=\frac{1}{2}iz$. ب)حدّد العناصر المميزة للتشابه S.

4) G

أ) بيّن أن: $z_G = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$

ب) (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $\left\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right\| = 2\sqrt{2}$

حدّد طبيعة المجموعة (E) وعناصرها المميزة، ثم احسب محيط (E') صورة (E) بالتشابه S

التمرين71: دورة 2018 م1

I) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

لتكن النقطتين A، B لاحقاتها على الترتيب $z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ، $z_B = \overline{z_A}$

1) أكتب على الشكل الأسي العددين المركبين z_A و $\frac{1}{z_B}$ ثم بيّن أن العدد $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}$ تخيلي صرف

2) لتكن C صورة النقطة B بالتحاكي h الذي مركزه ω ذات اللاحقة $z_\omega = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ونسبته (-3)

بيّن أن لاحقة النقطة C هي $z_C = -\sqrt{2} + i3\sqrt{2}$.

3) احسب z_D لاحقة D صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $(-\frac{\pi}{2})$.

4 أ) بيّن أن: $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} = -i$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACD.

ب) أوجد لاحقة النقطة E بحيث يكون الرباعي ACED مربعا.

التمرين72: دورة 2018 م2

I-أ) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $4z^2 - 2z + 1 = 0$.....(E)

ب) أكتب العددان $\frac{1}{z_1}$ ، $\frac{1}{z_2}$ على الشكل الأسي حيث z_1 و z_2 حلا المعادلة (E).

II) المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، C و D التي لواحقها $z_A = 4$، $z_B = 1 + i\sqrt{3}$، $z_C = 1 - i\sqrt{3}$.

1-أ-احسب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ثم حدّد طبيعة المثلث ABC.

ب-استنتج أن B صورة C بدوران مركزه A يطلب تعيين زاويته.

2- أوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$.

استنتج بدقة طبيعة الرباعي ACBD.

3-حدّد طبيعة (γ) مجموعة النقط M(z) من المستوي المركب التي تحقق: $\left|iz + \sqrt{3} - i\right| = \left|z - 1 + i\sqrt{3}\right|$

4-

التمرين73: دورة 2017 م1

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها على الترتيب $z_A=-1$ ، $z_B=2+i$ و $z_C=-i$.

1- أكتب العدد المركب $\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$ لشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

2-عيّن العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه C ويحول B إلى A .

3-نعتبر النقطة D نظيرة B بالنسبة للنقطة C و E صورة D بالتشابه S .

أ-عيّن z_D لاحقة D ثم تحقق أن : $z_E=1-2i$ حيث z_E لاحقة E .

ب-حدّد طبيعة الرباعي ADEB .

4-(Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z . (M تختلف عن A وB)

حيث: $\arg(z-z_A)-\arg(z-z_B)=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ و $k\in\mathbb{Z}$

تحقق أن النقطة C تنتمي إلى (Γ) ، ثم عين طبيعة المجموعة (Γ) وإنشئها.

التمرين74: دورة 2017 م2

المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A، B ، C و D التي لواحقها $z_A=1+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=\frac{1}{2}(1-i)$ و $z_D=\overline{z_C}$

1-أ- أكتب كلا من z_A و z_C على الشكل الأسي ثم استنتج الشكل الأسي العددين z_B و z_D

ب-عيّن قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $(z_A)^n=(z_B)^n$

2-أ-أوجد نسبة ومركز التحاكي h الذي يحوّل D إلى A و الذي يحوّل C إلى B.

ب-احسب طويلة العدد المركب $\frac{z_C-z_B}{z_D-z_A}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي ADCB .

3-جد z_G لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A;2),(B;2),(C;-1);(D;-1)\}$

4- لتكن (Γ) مجموعة النقط M حيث: $\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\right\|=\sqrt{5}$

بيّن أن A نقطة من (Γ) ، ثم حددّ طبيعة المجموعة (Γ) وعناصرها المميزة وأنشئها.

التمرين 75 :دورة 2017الاستدراكية م1

I)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-4)(z^2-2z+4)=0$

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها على الترتيب $z_A=4$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=1-i\sqrt{3}$.

1- أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

2- أ)عيّن لاحقة النقطة D صورة B بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

ب) عيّن طبيعة الرباعي ABDC

3-من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $z_n = (z_C)^n + (z_B)^n$

أ-بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $z_n = 2^{n+1} \times \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)$

ب-نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $t_n = z_{6n}$.

عبّر عن t_n بدلالة n ثم أحسب P_n بدلالة n حيث $P_n = t_0 \times t_1 \times t_2 \times ..... \times t_n$.

التمرين76 :دورة 2017الاستدراكية م2

I)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z+1-\sqrt{3})(z^2+2z+4)=0$

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب $z_A = -1+\sqrt{3}$ ، $z_B = -1-i\sqrt{3}$ و $z_C = \overline{z_B}$

1-بيّن أن $z_B - z_A = i(z_C - z_A)$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC واحسب مساحته.

2-أ-اكتب على الشكل الجبري العدد المركب L حيث $L = \frac{z_C - z_A}{z_C}$

ب-بيّن أن: $L = \frac{\sqrt{6}}{2}(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12})$ ثم استنتج القيمة المضبوطة لـ: $\tan\frac{\pi}{12}$.

3-نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات الاحقة z النقطة M' ذات الاحقة z' و المعرّف بـ: $z' = (z - z_B)L + z_B$.

-بيّن أن S تشابه مباشر يطلب تحديد عناصره المميزة.

4- لتكن A' ، B' و C' صور النقط A ، B و C على الترتيب بالتحويل SoS .

أحسب مساحة المثلث A'B'C' .

التمرين77: دورة 2016 م1

1)حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $9z^2 - 6\sqrt{3}z + 4 = 0$

2) في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A، B اللتين لاحقتاهما على الترتيب $z_A = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i$ و $z_B = \overline{z_A}$.

أ) اكتب كلا من z_A و z_B على الشكل الأسي ، ب)بيّن أن : $\left(\frac{z_A}{z}\right)^{2016} + \left(\frac{z_A}{z}\right)^{1437} = 0$

ج) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا.

3) f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة 'M لاحقتها 'z حيث: $z' = \left(\frac{z_A}{z_B}\right) z$

أ) عيّن طبيعة التحويل f وعناصره المميزة .

ب) احسب z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتحويل f.

ج) عيّن z_D لاحقة النقطة D حتى تكون O مركز ثقل الرباعي ABCD .

التمرين78: دورة 2016 م2

I-1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الأتية:

$$(z^2 - 2\sqrt{2}z + 4)(2z - \sqrt{2}) = 0$$

2) اكتب الحلول على الشكل الأسي.

II في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A ،B و C والتي لواحقها على الترتيب $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، $b = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ و $c = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$

1) علّم النقط A ،B و C في المعلم السابق.

2) نعتبر النقطة D صورة النقطة C بالتشابه المباشر S الذي مركزه A وزاويته π ونسبته 3 والنقطة E صورة النقطة C بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

-احسب اللاحقتين d و e للنقطتين D و E على الترتيب .

III نضع $z = \frac{d-b}{e-b}$. 1) اكتب z على الشكل المثلثي.

2) نعتبر النقطة I منتصف القطعة [DE] ، F نظيرة النقطة B بالنسبة للنقطة I.

ما طبيعة الرباعي BDFE؟.

التمرين79: دورة 2015 م1

نعتبر في المستوي المزود المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A و B اللتين لاحقاتيهما على الترتيب z_A و z_B حيث: $z_A = 1 - i$ و $z_B = 3 + 3i$

1) أ) اكتب z_A و z_B على الشكل الأسي .

ب) n عدد طبيعي ، عيّن قيم n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$ حقيقيا.

ج) z عدد مركب حيث: $\frac{z}{z_A} = 4e^{i\frac{\pi}{12}}$ احسب طويلة العدد z ثم اكتب $\frac{z}{z_A}$ على الشكل الجبري

د) استنتج $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$.

2)أ)احسب اللاحقة z_C للنقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

واستنتج طبيعة المثلث ABC.

ب) احسب اللاحقة z_D للنقطة D مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,1);(C,1)\}$،ثم بيّن ان ABDC مربع

التمرين80: دورة 2015 م2

1)حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الاعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z التالية:

$z^2-4(\sin\theta)z+4=0...(I)$ حيث θ وسيط حقيقي

2)من أجل $\theta=\frac{\pi}{3}$ نرمز إلى حلّي المعادلة (I) بـ: z_1 و z_2. اكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسي.

3) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ و $z_C=3\sqrt{3}+i$.

أ)اكتب العدد $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الجبري،ثم على الشكل الأسي واستنتج طبيعة المثلث ABC.

ب)استنتج ان C صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ويطلب تعيين نسبته وزاويته.

ج)عيّن لاحقة النقطة D صورة B بالإنسحاب t الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$،ثم حدّد طبيعة الرباعي ABDC

4)أ)عيّن (Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\frac{z-z_C}{z-z_B}$ تخيلي صرّف مع $z\neq z_B$.

ب) عيّن (Γ_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\frac{z-z_C}{z-z_B}$ حقيقيا مع $z\neq z_B$.

التمرين81: دورة 2014 م1

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-i)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$.

2) المستوي المزود المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نسمي النقط A ، B ، C نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب: $z_1=\sqrt{3}+i$ ، $z_2=\sqrt{3}-i$ و $z_3=i$.

أ)أكتب العدد $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الأسي.

ب)هل توجد قيم للعدد الطبيعي n يكون من أجلها العدد $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ تخيليا صرفا؟برر اجابتك.

3-أ)عيّن العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A ويحوّل B إلى C محددا نسبته وزاويته.

ب)استنتج طبيعة المثلث ABC.

4-أ)عيّن العناصر المميزة لـ (E) مجموعة النقط M(z) من المستوي والتي تحقق : $|z-z_1|^2+|z-z_3|^2=5$

ب) عيّن (E') مجموعة النقط M(z) من المستوي والتي تحقق : $|z-z_1|=|z-z_3|$

التمرين82: دورة 2014 م2

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;u;v)$ النقطة A ذات اللاحقة $z_0=1+i$

1-أ)عيّن ثم أنشئ (γ) مجموعة النقط M(z) من المستوي حيث: $z=z_0+2e^{i\theta}$ و θ يمسح $\mathbb{R}$.

ب) عيّن ثم أنشئ (γ') مجموعة النقط M(z) من المستوي حيث: $z=z_0+ke^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$ و k يمسح $\mathbb{R}^+$.

ج)عيّن إحداثيات نقطة تقاطع (γ) و (γ').

2-نسمي B النقطة التي لاحقتها z_1 حيث $z_1=z_0+2e^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$.

أ)عيّن الشكل الجبري للعدد المركب $\frac{z_1-z_0}{z_0}$، ثم استنتج طبيعة المثلث OAB.

ب) عيّن z_2 لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

ج)عيّن العددين α و β بحيث يكون النقطة O مرجحا للجملة: $\{(A,\alpha);(C,\beta)\}$ و $\alpha+\beta=\sqrt{2}$.

د)عيّن ثم أنشئ (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $((1+\sqrt{2})\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}).(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC})=0$

التمرين83: دورة 2013 م1

1-حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z: $(z+5-i\sqrt{3})(z^2+2z+4)=0$

2- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A، B، C النقط التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=-1-i\sqrt{3}$ ، $z_B=-1+i\sqrt{3}$ و $z_C=-5+i\sqrt{3}$.

S التشابه المباشر الذي يحوّل A إلى C ويحوّل O إلى B.

-جد الكتابة المركبة للتشابه S، ثم عيّن العناصر المميزة له.

3)-أ)عيّن z_D لاحقة D مرجح الجملة $\{(A,2);(B,-1);(C,1)\}$

ب)اكتب العدد المركب $\frac{z_B-z_A}{z_D-z_A}$ على الشكل الأسي .ثم استنتج طبيعة المثلث ABD

ج) عيّن المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي حيث: $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$.

التمرين84: دورة 2012 م1

1-عيّن العددين المركبين z_1 و z_2 حيث: $\begin{cases} 2z_1+3z_2=9-2i \\ 3z_1-z_2=8+8i \end{cases}$

2-نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، B و Ω التي لاحقاتها على الترتيب: z_A ، z_B و z_Ω حيث: $z_A=3+2i$ و $z_B=-3$ و $z_\Omega=1-2i$.

أ) أثبت أن: $z_B-z_\Omega=i(z_A-z_\Omega)$. ب) استنتج طبيعة المثلث ΩAB .

3-h هو التحاكي الذي مركزه النقطة A ونسبته 2 .

أ)عيّن الكتابة المركبة للتحاكي h. ب)عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة Ω بالتحاكي h.

ج)عيّن z_D لاحقة النقطة D مرجح $\{(A,1);(B,-1);(C,1)\}$.

د)بيّن أن ABCD مربع.

4-(E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=4\sqrt{5}$

أ)بيّن أن النقطة B تنتمي إلى المجموعة (E)، ثم عين طبيعة (E) وعناصرها المميزة.

ب) أنشئ المجموعة (E) .

التمرين85: دورة 2011 م2

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. L العدد مركب المعرف بـ: $L=\dfrac{-4\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{5+3i}$

1/أ) أكتب L على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي.

ب)بيّن أن: $L^{12}+1=0$ ، ثم أحسب $(-4\sqrt{2}+i\sqrt{2})^{12}+(5+3i)^{12}$

ج)n عدد طبيعي فردي و p عدد طبيعي زوجي . أثبت أن: $L^{4n}+L^{4p}=0$

2/أ)النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب : $z_A=5+3i$ و $z_B=5-3i$.

عين اللاحقة $z_{A'}$ للنقطة A' صورة النقطة A بالتشابه المباشر الذي مركزه B ونسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\dfrac{3\pi}{4}$

ب) عين z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABA' .

شعبة الرياضيات

التمرين86: دورة 2019 م1

في المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.نعتبر النقط A،B ، C و Dحيث:

$z_A=1+i\sqrt{2}$، $z_B=i$، $z_C=\overline{z_A}$ ، $z_D=\overline{z_B}$ و $z_E=1$

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $(z^2+1)(z^2-2z+3)=0$

2-أ)احسب كلا من $|z_A-1|$ ، $|z_B-1|$ و $|z_C-z_E|$ثم تحقق أن النقط الأربعة A،B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي يطلب تعيين مركزها وطوا نصف قطرها.

ب)بيّن أن: $z_B-z_E=\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(z_A-z_E)$، ثم استنتج أن B هي صورة A بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره المميزة. - ما طبيعة المثلث ABE ؟.

3)عيّن لاحقتي الشعاعين $\overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{AE}$ محدّدا طبيعة الرباعي ABDE

4) $\overrightarrow{w_1}$ و $\overrightarrow{w_2}$ شعاعان من المستوي لاحقاهما على الترتيب z_1 و z_2.

أ)برهن أن: ($\overrightarrow{w_1}$ و $\overrightarrow{w_2}$ متعامدان) يكافئ $(z_1.\overline{z_2}+\overline{z_1}.z_2=0)$

ب)عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $(z-z_A)(\overline{z}-z_D)+(z-z_B)(\overline{z}-z_C)$

التمرين87: دورة 2019 م2

1)نضع من اجل كل عدد مركب z : $P(z)=z^4-6z^3+29z^2-24z+100$

أ)بيّن أنه من أجل كل عدد مركب z: $\overline{P(z)}=P(\overline{z})$

ثم استنتج أنه إذا كان z حلا للمعادلة $P(z)=0$ فإن $\overline{z}$ حلا لها.

ب)حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$ علما انها تقبل حلا تخيليا صرفا.

2)نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. النقط A،B ، Mو التي لا حقاها على الترتيب $2i$، $-3-4i$، z' حيث : $z'=\frac{-iz+4+3i}{z-2i}$ مع $z\neq 2i$

والتكن I مرجح الجملة $\{(A;2),(B;1)\}$ و J مرجح الجملة $\{(A;-2),(B;1)\}$

أ)عيّن اللاحقتين z_I و z_J للنقطتين I وJ على الترتيب.

ب) لتكن (E) مجموعة النقط M(z) التي يكون من أجلها $|z'|=2$.

بيّن أن (النقطة M من (E)) يكافئ $(\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{JM}=0)$، ثم عيّن (E) وأنشئها.

ج)لتكن (Γ) مجموعة النقط M(z) التي يكون من أجلها $\arg(z')=2k\pi$ حيث k عدد صحيح.

تحقق أن النقطة D ذات اللاحقة $\frac{9}{2}-\frac{5}{2}i$ تنتمي إلى (Γ) ، ثم عيّن وأنشئ (Γ).

3)عيّن الشكل المميز للاحقة النقطة G تقاطع المحور [ ] (E) و (Γ)

التمرين88: دورة 2018 م1

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;u;v)$ ، θ عدد حقيقي من المجال $]-\pi;\pi]$

I)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z :

$$(z^2-2z+2)(z^2-2(\sin\theta)z+1)=0$$

II) A، B، C و D نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب:

$z_A=-\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{4}i}$ ، $z_B=1-i$ ، $z_C=\sin\theta+i\cos\theta$ و $z_D=\overline{z_C}$ (يرمز $\overline{z_C}$ إلى مرافق z_C)

1) أكتب الأعداد z_A، z_B ، z_C و $z_D=\overline{z_C}$ على الشكل الأسي .

2) E نقطة من المستوي لاحقتها z_E حيث: $z_E=\frac{z_A}{z_B}$.

بيّن أن النقط C، D و E تنتمي الى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة A وزاويته $\frac{\pi}{4}$ و ونسبته $(2\sqrt{2}-2)$

عين قيمة θ حتى تكون النقطة B صورة النقطة C بالتشابه المباشر S.

4) نضع: $\theta=\frac{-3\pi}{4}$.عيّن قيم العدد الطبيعي n والتي من أجلها يكون العدد $(z_D)^n$ تخيليا صرفا.

التمرين89: دورة 2018 م2

I-أ)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $4z^2-2z+1=0$.....(E)

ب) أكتب العددان $\frac{1}{z_1}$ ، $\frac{1}{z_2}$ على الشكل الأسي حيث z_1 و z_2 حلا المعادلة (E) .

II)المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.نعتبر النقط A، B ، C و D التي لواحقها $z_A=4$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ ، $z_C=1-i\sqrt{3}$.

1-أ-احسب $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ ثم حدّد طبيعة المثلث ABC .

ب-استنتج أن B صورة C بدوران مركزه A يطلب تعيين زاويته.

2- أوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$ ثم استنتج بدقة طبيعة الرباعي ACBD .

3-حدّد طبيعة (γ) مجموعة النقط M من المستوي المركب ذات اللاحقة z التي تحقق ما يلي:

$$\left|iz+\sqrt{3}-i\right|=\left|z-1+i\sqrt{3}\right|$$

4-بيّن أن النقطة G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC تنتمي إلى (γ).

التمرين90: دورة 2017 م1

I)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-2+2i)(z^2-2\sqrt{2}z+8)=0$

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A،B و C التي لاحقاتها : $z_A=\sqrt{2}+\sqrt{6}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=2(1-i)$

1-أ) أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي ،ثم استنتج ان A،B و C تنتمي لدائرة (Ω) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ب)عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ تخيليا صرّفا.

جـ)نسمي (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $z=z_C-k\left(\frac{z_A}{z_B}\right)$ مع k يمسح $\mathbb{R}_+$

تحقق أن C النقطة تنتمي إلى (Γ) ،ثم عيّن وإنشئ (Γ) .

3- r الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$ و h التحاكي الذي مركزه O ونسبته 2-

عيّن طبيعة التحويل hor و عناصره المميزة ، ثم أستنتج صورة الدائرة (Ω) بالتحويل hor .

التمرين91: دورة 2017 م2

I)اكتب العدد $\left(\frac{5}{2}+i\right)^2$ على الشكل الجبري ثم استنتج الجذرين التربيعيين للعدد المركب $\frac{21}{4}+5i$

II) المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A، B ، C و I ذات اللواحق :

$z_A=\frac{3}{2}+\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$ ، $z_B=-\frac{3}{2}i$ و $z_C=-\overline{z_A}$ و $z_I=i$

1)أكتب كلا من z_A و z_C على الشكل الجبري.

2) أكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ الشكل الأسي مستنتجا طبيعة المثلث ABC .

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه B ويحوّل A إلى I .

أ) أكتب العبارة المركبة للتشابه S ثم عيّن نسبته وزاويته.

ب)نعرّف من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 2$ التحويل النقطي T_n كمايلي: $T_n=\underbrace{SoSo.....S}_{n\ \text{مرة}}$

عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون T_n تحاكيا، عيّن عندئذ عناصره المميزة.

التمرين92: دورة 2017 الاستدراكية م1

I)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $2z^2-10z+\frac{29}{2}=0$

II) المس

التي لاحقاتها : $z_A = \frac{3}{2} + \sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$ ، $z_B = \frac{3}{2}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_C = -\overline{z_A}$ و $z_D = i$

1-أ) أكتب كلا من z_A ، z_B على الشكل الجبري ،ثم علّم A،B ، C و D في المعلم السابق.

ب) أكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ لشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

2-جد لاحقة النقطة E نظيرة B بالنسبة للنقطة D ثم استنتج طبيعة الرباعي ABCE .

3- أكتب العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه B الذي يحوّل A إلى D ثم حدّد نسبته وزاويته.

4-نعرّف متتالية النقط $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ كمايلي: $A_0 = A$ و $A_{n+1} = S(A_n)$ (z_n لاحقة النقطة A_n)

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $z_n - z_B = 5\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n+1} e^{i\frac{\pi}{4}(n+1)}$

ب)عيّن قيم n الطبيعية حتى تنتمي النقط A_n إلى المستقيم (AB)

التمرين93: دورة 2017 الاستدراكية م2

I-نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 2(1-\sin\alpha)z + 2(1-\sin\alpha) = 0 .....(E)$

حيث α عدد حقيقي . (نرمز بـ: z_1 و z_2 إلى حلّي المعادلة (E))

1) عيّن الحلّين z_1 و z_2 المعادلة (E).

2) نضع: $\alpha = \frac{\pi}{6}$. بيّن أن $z_1^{2017} + z_2^{2017} = 1$.

II - المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A،B و C التي لاحقاتها : $z_A = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 2z_A$.

1-عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ عدداحقيقيا موجبا.

2-ليكن التحويّل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات الاحقة z النقطة M' ذات الاحقة z' و المعرّف بـ: $z' = (1+z_A)z + 2z_B$.

عين طبيعة التحويل S ثم حدّد عناصره المميزة.

3-(Γ) مجموعة النقط M ذات الاحقة z حيث $\arg(\bar{z} - z_B) = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$ و $k \in \mathbb{Z}$

- تحقق ان النقطة C تنتمي إلى (Γ)، ثم حدّد طبيعة المجموعة (Γ) وإنشئها.

التمرين94: دورة 2016 م1

1)أ- حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 4z + 5 = 0$

ب-استنتج حلول المعادلة ذات المجهول z الأتية: $(z+1+i(1-\sqrt{3}))^2-4z+1-4i(1-\sqrt{3})=0$

2) θ عدد حقيقي، $0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$ و z_0 عدد مركب طويلته 1 و θ عمدة له.

أ) اكتب العدد المركب $1+i\sqrt{3}$ على الشكل الأسي.

ب) عيّن θ علما أن : $\frac{z_0(1+i\sqrt{3})}{\overline{z_0}}=2e^{\frac{\pi}{2}i}$ (: $\overline{z_0}$ مرافق العدد المركب z_0)

ج) n عدد طبيعي .من أجل قيمة θ المتحصل عليها اكتب $\left[\frac{z_0(1+i\sqrt{3})}{2}\right]^n$ على الشكل المثلثي

د) عيّن قيم العدد الطبيعي التي من أجلها يكون $\left[\frac{z_0(1+i\sqrt{3})}{2}\right]^n$ عددا حقيقيا موجبا تماما.

3) المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B، C القط التي لاحقاتها على الترتيب z_A، z_B و z_C حيث: $z_A=2-i$، $z_B=2+i$ و $z_C=1+i\sqrt{3}$.

أ) عين z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$

ب) استنتج ان الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

ج) E النقطة من المستوي المركب ذات اللاحقة z_E حيث:
$$\begin{cases}\arg(z_E-z_A)-\arg(z_E-z_B)=\frac{\pi}{2}\\ \left|\frac{z_E-z_A}{z_E-z_B}\right|=2\end{cases}$$

-بيّن أن : $z_E=\frac{14}{5}+\frac{3}{5}i$.

-بيّن أن النقطة A هي صورة النقطة B بتشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة

4) M نقطة من المستوي المركب لاحقتها z ، I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$.

أ) عيّن z_I لاحقة النقطة I.

ب) α عدد حقيقي. نسمي (Γ) مجموعة النقط M من المستوي المركب التي تحقق: $z-z_I=e^{i\alpha}$

- تحقق ان النقطة E تنتمي للمجموعة (Γ).

-عيّن طبيعة المجموعة (Γ) وعناصرها المميزة عندما يتغير α في $\mathbb{R}$.

التمرين95: دورة 2016 م2

I-1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z+2=0$

2) جد العددين المركبين z_1 و z_2 حيث: $\begin{cases}2z_1-3z_2=5i\sqrt{2}\\ z_1+3z_2=-2i\sqrt{2}\end{cases}$

II- المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B، C، D وH النقط التي لاحقاتها على الترتيب حيث: $z_A=i\sqrt{2}$، $z_B=-i\sqrt{2}$، $z_C=1+i$، $z_D=1-i$ و $z_H=\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}$

حيث E النقطة التي تحقق: $\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{DO}$.

1) اكتب z_H على الشكل الأسي واستنتج نوع المثلث BEC

2) S تحويل نقطي في المستوي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة 'M لاحقتها 'z حيث: $z'=z_A.z+z_B$

أ) ماهي طبيعة التحويل S ؟ وماهي عناصره المميزة ؟.

ب) احسب مساحة الدائرة (γ) التي مركزها C ونصف قطرها CD.

جـ) عيّن (γ') صورة (γ) بالتحويل S واستنتج مساحتها.

3) عيّن (δ) مجموعة النقط M من المستوي (M تختلف عن B وC) ذات اللاحقة z التي يكون من أجلها العدد $\frac{z_B-z}{z_C-z}$ حقيقيا سالبا.

التمرين96: دورة 2015 م1

ينسب المستوي إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، C، H و I لاحقاتها على الترتيب: $z_A=i$، $z_B=-2+i$، $z_C=-3$، $z_H=-3+4i$ و $z_I=-1-i$.

1) أ) مثل النقط A، B، C، H و I في المعلم $(O;\vec{u};\vec{v})$.

ب) عيّن النسبة والزاوية للتشابه المباشر الذي مركزه B ويحوّل النقطة A إلى النقطة C.

2) عيّن z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC.

3) أ) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_B-z_C}{z_H-z_A}$

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC ثم تحقق أن (AH) و (BC) متعامدان.

ج)بيّن أن H هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC.

4) بيّن أن النقط H، G و I في استقامية.

5) (Γ)مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $z+1+i=\sqrt{5}e^{i\theta}$ مع $\theta\in\mathbb{R}$.

أ) بيّن أن النقطة A تنتمي إلى المجموعة (Γ).

ب)عيّن طبيعة المجموعة (Γ)مع تحديد عناصرها المميزة.

ج) إنشئ المجموعة (Γ).

د)تحقق ان النقطتين B و C تنتميان إلى المجموعة (Γ).

التمرين97: دورة 2015 م2

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية:

$z^2-2(1-\sqrt{3})z+8=0$ (لاحظ أن: $(1+\sqrt{3})^2=4+2\sqrt{3}$)

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

A و B نقطتان من المستوي ، لاحقتاهما على الترتيب : $z_A=(1-\sqrt{3})+i(1+\sqrt{3})$ و $z_B=\overline{z_A}$

2)أ)بيّن أن : $\frac{z_B}{z_A}=e^{\frac{-7\pi}{6}i}$ ، ب) استنتج عمدة للعدد المركب z_A.

ج) استنتج القيمة المضبوطة لكل من العددين $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$.

3)أ) حل ، في مجموعة الاعداد الصحيحة ، المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $7x-2y=1$.

ب)بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ من الاعداد الصحيحة ،حلا للمعادلة $7x-24y=12$

فإن x يكون مضاعفا للعدد 12.

ج)استنتج كل الثنائيات $(x;y)$ من الاعداد الصحيحة حلول للمعادلة $7x-24y=12$.

د)عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $(z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا تماما.

التمرين98: دورة 2014 م1

1-حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية $(z-1-2i)(z^2-2(1+\sqrt{3})z+5+2\sqrt{3})=0$.

2- A ، B ، C و D نقط من المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لاحقاتها على الترتيب $z_A = 1+2i$ ، $z_B = 1+\sqrt{3}+i$ ، $z_C = 1+\sqrt{3}-i$ و $z_D = 1-2i$.

أ)بيّن أن: $AB = CD$ و $(BC)//(AD)$.ب)تحقق أنّ: $\frac{z_B+z_D}{2} \neq \frac{z_A+z_C}{2}$ واستنتج طبيعة الرباعي ABCD

3-أ)بيّن أنّ: $\frac{z_D-z_B}{z_A-z_B} = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ استنتج أن D صورة A بتشابه مباشر مركزه B يطلب تعيين نسبته وزاويته

ب)بيّن أنّ المثلث ADB قائم وان النقط A ، B ، C و D تنتمي لدائرة واحدة يطلب تحديد مركزها و نصف قطرها .

ج)أستنتج إنشاء للرباعي ABCD .

التمرين99: دورة 2014 م2

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A و B النقطتان اللتان لاحقتاهما على الترتيب : $a = -2+6i$ و $b = -1+2i$.

1)اكتب العدد المركب $1+i$ على شكل أسي .

2) S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقته z النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z' = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}z + 2$

أ)D النقطة ذات اللاحقة d حيث: $d = 2i$ ، جد لاحقة النقطة D' صورة D بالتحويل S ، ماذ تستنتج؟

ب)بيّن أن : $z'-d = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}(z-d)$ واستنتج طبيعة وعناصر التحويل S .

3) (Δ) المستقيم ذو المعادلة : $3x+5y = 11$.

أ)تحقق أن النقطة $M_0(-3;4)$ تنتمي إلى (Δ) ، ثم عين نقط (Δ) التي إحداثياها أعداد صحيحة.

ب) M_0' صورة M_0 بالتحويل S ، بين أن المستقيمين (BM_0') و (BA) متعامدان .

4) x و y عددان صحيحان من المجال $[-5;5]$.عين مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي بحيث يكون المستقيمان (BA) و (BM') متعامدان ، حيث M' هي صورة M بالتحويل S .

التمرين100: دورة 2013 م1

I-a و b عددان موجبان تماما .نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

النقط A [illegible] $\frac{3\pi}{2}i$ [illegible] الترتيب.

1.أ-أكتب على الشكل الأسي العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAB.

ب-حدّد طبيعة الرباعي OABC ثم استنتج مساحته.

2.التشابه المباشر S ذو المركز O والنسبة $\frac{b}{a}$ والزاوية $\frac{3\pi}{4}$، يحول كل نقطة M(z) إلى النقطة M'(z')

أ-اكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S ، ثم تحقق أن: S(A)=E .

ب-بيّن أن مساحة الرباعي OEFG هي b^2 (مقدر بوحدة المساحة) حيث: S(B)=F و S(C)=G .

3.أ-احسب بدلالة a و b العبارة: $|z_C|^2 + |z_E|^2 - 2|z_C \times z_E|\cos(\arg\frac{z_C}{z_E})$.

ب-استنتج CE^2 بدلالة a و b.

التمرين101: دورة 2013 م2

1. حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2+z+1=0$.

2.نعتبر في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

النقط A ، B و M ذات اللاحقات: $z_A = -\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و z على الترتيب.

أ- أكتب z_A على الشكل الأسي.

ب-عيّن مجموعة النقط M من المستوي ، حيث : $\arg(z-z_A)^2 = \arg(z_A) - \arg(z_B)$.

3.أ-التحويل النقطي r ، يرفق بكل نقطة M(z) إلى النقطة M'(z') حيث: $z' = z_A.z + z_B.\sqrt{3}$.

- ماطبيعة التحويل r ؟ عيّن عناصره المميزة .

ب-التحاكي h ، يرفق بكلّ نقطة M(z) إلى النقطة M'(z') ، حيث : $z' = -2z + 3i$

-عيّن نسبة ومركز التحاكي h .

جـ-نضع: S=hor عين طبيعة التحويل S مبرزا عناصره المميزة

ثم تحقق أن عبارته المركبة هي: $z' = 2e^{\frac{\pi}{3}i}(z-i)+i$.

4.بيّن أن النقط O ، Ω و E في استقامية حيث: S(O)=C، S(C)=D و S(D)=E علماً أن: Ω(i)

5.أ-عيّن (Γ) مجموعة النقط M(z) حيث $z = 2e^{\theta i} + e^{\frac{\pi}{2}i}$ مع $\theta \in \mathbb{R}$.

ب-عيّن (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S

التمرين102: دورة 2012 م1

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$

2)المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

A، B، C نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب: $z_A = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = z_A + z_B$

أ-اكتب على الشكل الأسي الأعداد المركبة: z_A، z_B و $\frac{z_A}{z_B}$.

ب-عين لاحقة كل من A'، B' و C' صور النقط A، B و C على الترتيب بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

جـ-بيّن أن الرباعي OA'C'B' مربع.

3)نسمي (Δ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $|z - z_A| = |z - z_B|$

أ)بيّن أن (Δ) هو محور الفواصل.

ب)بين ان حلي المعادلة: $\left(\frac{z - z_A}{z - z_B}\right)^2 = i$ عددان حقيقيان.(لايطلب حساب الحلين)

التمرين103: دورة 2012 م2

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $(z^2+4)(z^2-2\sqrt{3}z+4) = 0$

2)نعتبر في المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A، B، C و D التي لواحقها على الترتيب $z_A = \sqrt{3}+i$، $z_B = \overline{z_A}$، $z_C = -2i$ و $z_D = \overline{z_C}$

- بيّن أن النقط A، B، C و D تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ثم أنشئ النقط A، B، C و D

3) نرمز بـ z_E إلى اللاحقة E نظيرة النقطة B بالنسبة لـ O .

أ-بيّن أن $\frac{z_A - z_C}{z_E - z_C} = e^{(-\frac{\pi}{3})i}$. ب-بيّن أن النقطة A هي صورة النقطة E بدوران R مركزه C يطلب تعيين زاويته.

جـ-استنتج طبيعة المثلث AEC . د-H هو التحاكي الذي مركزه O ونسبته 2.

هـ-عيّن طبيعة التحويل [illegible] ثم استنتج صورة الدائرة [illegible] بالتحويل RoH .

التمرين104: دورة 2011 م1

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A، B، C ثلاث نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب $z_A = 1-i$، $z_B = -1+i$، $z_C = \sqrt{3}(1+i)$

1) اكتب على الشكل الاسي الاعداد المركبة : z_A، z_B و z_C

2-أ) احسب الطويلة وعمدة للعدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ثم فسر النتائج المحصل عليها

ب) حدد طبيعة المثلث ABC

3) عين لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ACBD$ معينا.

4) T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' = (-1+i)z + 1 - 3i$.

أ) عيّن طبيعة التحويل T وعناصره المميزة.

ب) استنتج طبيعة التحويل ToT وعناصره المميزة.

التمرين105: دورة 2011 م2

نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E)\ldots z^3 - 3z^2 + 3z - 9 = 0$

1-أ) تحقق أن 3 حل للمعادلة (E)، ثم عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل عدد مركب z فإن: $z^3 - 3z^2 + 3z - 9 = (z-3)(az^2 + bz + c)$.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E).

2- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

النقط A، B و C صور الأعداد $z_A = 3$، $z_B = \sqrt{3}i$، $z_C = -\sqrt{3}i$.

بين أن المثلث ABC متقايس الاضلاع

3- D النقطة التي لاحقتها $z_D = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$.

عين z_E لاحقة النقطة E صورة D بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

4- F النقطة التي لاحقتها $z_F = 1-\sqrt{3}i$.

أ) أحسب $\frac{z_F}{z_E}$ واستنتج أن المستقيمين (OE) و (OF) متعامدان

ب) عين z_G لاحقة النقطة G بحيث يكون $OEGF$ مربعا.

التمرين106: دورة 2010 م2

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

1.نسمي A، B، I النقط التي لاحقتاها على الترتيب: $z_A = 1-4i$ ، $z_B = -1-2i$ ، $z_I = 1-2i$

أ)علّم النقط A، B و I.

ب)اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $z = \dfrac{z_I - z_A}{z_I - z_B}$

ج)مانوع المثلث IAB؟

د) C صورة I بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته 2 .

احسب اللاحقة z_C للنقطة C.

هـ) D مرجح $\{(A,1);(B,-1);(C,1)\}$. احسب اللاحقة z_D للنقطة D

و) بيّن أن ABCD مربع.

2.عين وأنشئ (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $2\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|$

3.عين وأنشئ (Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| = 1$.

الجزء الثالث: بكالوريات النظام القديم

التمرين107: دورة 2001 ع ط

1-أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب: $-6+i6\sqrt{3}$

2-استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة: $\left(z+\frac{3\sqrt{3}+i}{4}\right)^2=\frac{-6+6\sqrt{3}i}{16}$

3-ليكن $2z_1=-\sqrt{3}+i$ و $z_2=-\sqrt{3}-i$ عددان مركبان .اكتب كلا من z_1 و z_2 على شكله الأسي.

4-في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر العدد المركب: $L=-2(\sin\theta+i\cos\theta)$.

حيث θ عدد حقيقي والنكن النقط A ،B و M صور الأعداد المركبة z_1 ، z_2 و L على الترتيب.

أ- أحسب طويلة وعمدة للعدد المركب L بدلالة θ. ب)نضع: $\theta=\frac{2\pi}{3}$ أثبت أن المثلث ABM قائم.

التمرين108: دورة 1995 علوم

في المجموعة $\mathbb{C}$ ، نعتبر كثير الحدود : $P(z)=z^3-(1+i\sqrt{2})z^2+(1+i\sqrt{2})z-i\sqrt{2}$

1-أ)بيّن أن المعادلة $P(z)=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا z_0 يطلب تعيينه

ب) عيّن عددين حقيقيين a و b حتى يكون : $P(z)=(z-z_0)(z^2+az+b)$

ج) حل عندئذ في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$ وأكتب الحلول على الشكل الأسي.

2- في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

لتكن النقط A ،B وC ذات الواحق : $z_A=i\sqrt{2}$ ، $z_B=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ و $z_C=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ على التوالي .

أ)عين لاحقة النقطة G مرجح النقط A ،B وC والمرفقة بالمعاملات 3- ،$(1+\sqrt{6})$ و $(1-\sqrt{6})$ على التوالي

ب) بين أن النقطة G مركز الدائرة بالمثلث ABC .

التمرين109: دورة 2001 ت ن

1- حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z : $(z-1+\sqrt{3})(z^2-2z+4)=0...(E)$

2-ليكن z_1 ، z_2 و z_3 حلول المعادلة (E) حيث : $z_1\in\mathbb{R}$ ، $\mathrm{Im}(z_2)\succ 0$ و z_2 الحل الآخر.

أ-اكتب كلا من z_2 و z_3 على الشكل المثلثي . ب-بيّن أن $z_2^{2010}+z_3^{2010}=2^{2011}$

3- في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ،B وC ذات الواحق :

$z_A=1-\sqrt{3}$ ، $z_B=1+\sqrt{3}i$ و $z_C=1-\sqrt{3}i$.

أ-احسب العدد $\frac{z_A-z_C}{z_A-z_B}$، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب-عيّن احداثيي النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,1);(C,-1)\}$.

جـ-عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $2MA^2 + MB^2 - MC^2 = -3$

التمرين110: دورة 1998 علوم

1-نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 2(1+2i)z + 9 + 20i = 0 \ldots (1)$

بيّن أن: $z_1 = 3 - 2i$ حلا للمعادلة(1)ثم استنتج الحل الثاني z_2

2-$M_1(3-2i)$ ، $M_2(-1+6i)$نقطتان في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس. ω نقطة من حامل محور الفواصل وR الدوران الذي مركزه ω و يحوّل M_1 إلى M_2. عيّن مركزوزاوية الدوران R.

التمرين111: دورة 2005 علوم

1)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-1+i)(z^2-2z+5) = 0 \ldots (1)$ ثم أكتب الجداء $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$ على الشكل الأسي

2)المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A(1) ، B(1+2i) ، C(1-i).

أوجد إحداثيي النقطة G مركز مركز ثقل النقط A ، B و C

3) T تحويل نقطي للمستوي في نفسه يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث: $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

أ)بين أن: $\overrightarrow{GM'} = -2\overrightarrow{GM}$ استنتج طبيعة التحويل T

ب)اكتب العبارة المركبة ثم العبارة التحليلية للتحويل T.

4) A' ، B' و C' صور النقط A ، B ، C بالتحويل T. بين ان النقط A' ، B' و C' في استقامية.

التمرين112: دورة 2003 علوم

نعتبر كثير الحدود: $f(z) = z^3 - (2-3i)z^2 - 9z - 18 + 27i$

1-أ) أحسب $\overline{f(z)}$ بدلالة $\bar{z}$.ب)بين أن المعادلة $f(z) = 0$ تقبل حلين مترافقين واستنتج الحل الثالث

2- في المستوي المركب ، نعتبر النقط A ، B و C ذات اللاحقات 3i ، -3i و 2-3i على الترتيب .

أ)عين زاوية نسبة و التشابه المباشر الذي مركزه B ويحوّل C إلى A . واستنتج طبيعة المثلث ABC

ب)عين احداثيي النقطة G مركز المسافات المتناسبة للنقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات 1 ، 2 و -2

حـ) عين مجموعة النقط M من المستوي حيث: $MA^2 + 2MB^2 - 2MC^2 = 25$

التمرين113: دورة 2005 علوم

1-نعتبر كثير الحدود: $f(z) = z^3 - (1+4i)z^2 - (5-3i)z + 2 + 2i$

أ)بين أن المعادلة: $f(z) = 0$ تقبل حلين تخيليين يطلب حسابهما .

ب)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $f(z) = 0$

2-المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لتكن النقط A(0;1) ، B(0;2) ، C(1;1)

أ)عين زاوية ونسبة التشابه الذي مركزه B ويحوّل A إلى C

ب) t تحويل نقطي للمستوي في نفسه يرفق بالنقطة M(z) النقطة M'(z') بحيث: $z' = (1+i)z + 2$

أ) عين طبيعة التحويل t واذكر عناصره المميزة

ب) [illegible] $OM = OM'$.

التمرين114: دورة 2002 علوم

نعتبر العدد المركّب $z = 2\sin^2(\alpha) + i\sin(2\alpha)$ حيث α المجال $[0,2\pi]$

1 ـ عيّن حسب قيم α، طويلة و عمدة العدد z.

2 ـ بحصر العدد $\sin\alpha$، أعط حصرا للجزء الحقيقي لـ z

3 ـ نسمي x الجزء الحقيقي و y الجزء التخيلي للعدد z

أ) جد علاقة بين x، y مستقلّة عن α.

ب) باستعمال العلاقة السابقة، تحقّق من الإجابة رقم 2

ج) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. عيّن مجموعة النقط $M(z)$ عندما يتغيّر α

التمرين115: دورة 2005 تك

ليكن العدد المركب: $\alpha = \frac{\sqrt{3}-1}{2} - i\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

1- أحسب α^2 ثم أكتب α^2 على الشكل المثلثي ثم إستنتج الطويلة وعمدة لعدد α .

2) أحسب كلا من $\sin(\frac{7\pi}{12})$ ، $\cos(\frac{7\pi}{12})$

3) أحسب كلا من α^{2011} و α^{1432} وبين أن: $\alpha^{12k} \in \mathbb{R}$

4) المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. عين مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق: $\left|\frac{z}{z-1}\right| = |\alpha|$

التمرين116: دورة 1980 علوم

α عدد المركب حيث : $\alpha = \sqrt{2-\sqrt{2}} - i\sqrt{2+\sqrt{2}}$

1) أحسب α^2 ثم α^4 . 2) أحسب $|\alpha^4|$ و عمدة لـ α^4 ، ثم استنتج $|\alpha|$ وعمدة لـ α

3) المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس . عين مجموعة النقط $M(z)$ حيث: $|\alpha z| = 8$

التمرين117: دورة 1998 علوم

حل في $\mathbb{C}$، كلا من المعادلتين : $z^2 - 2z + 5 = 0$ ؛ $z^2 - 2(1+\sqrt{3})z + 5 + 2\sqrt{3} = 0$.

2) في المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B، C و D صور الأعداد المركبة: $1-2i$، $1+\sqrt{3}+i$، $1+2i$ و $1+\sqrt{3}-i$ على الترتيب

أ ـ ما هي طبيعة المثلث ABC ؟

ب ـ أكتب معادلة للدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC .

جـ ـ أثبت أن النقطة D تنتمي إلى الدائرة (γ).

د ـ أنشئ (γ) والنقط A، B، C و D في المعلم المعطى

الجزءالرابع: بكالوريات اجنبية

التمرين118: /فرنسا 2019 N-Calédonie

((ترجمة الأستاذ: محمد جبـــــــالي))

المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

أجب بصحيح أو خطأ- مع التعليل- في كلّ حالة من الحالات التالية:

1. لتكن، في $\mathbb{C}$، المعادلة: $z(z^2-8z+32)=0\cdots(E)$.

☜.صور حلول المعادلة (E)، هي رؤوس مثلّث مساحته تساوي16.

2. لتكن (E): مجموعة النقط M من المستوي، ذات اللاّحقة z التي تحقّق $|iz|=|z-3|$.

☜. (E) هي الدّائرة ذات المركز O، و نصف القطر 3.

3. نعتبر المتتالية (z_n) المعرّفة، من أجل كلّ عدد طبيعي n، بـِ $z_n=\left(1-i\sqrt{3}\right)^n$.

نرمز بـِ M_n، إلى النقطة ذات اللاّحقة z_n.

☜. من أجل كلّ عدد طبيعي n، النقط M_n، O، M_{n+3}، في استقاميّة.

4. نعتبر المعادلة ذات المجهول x، التالية: $\left(e^{ix}-e^{-ix}\right)\left(e^{i(2x)}+e^{-i(2x)}\right)=0$.

☜. هذه المعادلة تقبل فقط، في المجال $]-\pi,\pi[$، أربعة حلول هي: $-\frac{\pi}{4}$، 0، $\frac{\pi}{4}$، $\frac{3\pi}{4}$.

التمرين119: /فرنسا 2018 Pondichéry

((ترجمة الأستاذ: بالعبيدي محمد العربي))

1)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-i\sqrt{3}z-1=0\ldots(E)$، ثم أكتب الحلين على الشكل الأسي

2) من أجل كل عدد مركب z نضع: $P(z)=3z^4-7i\sqrt{3}z^3-18z^2+7i\sqrt{3}z+3$

أ) تحقق أن: $P(i\sqrt{3})=0$ وأن: $P(e^{i\frac{\pi}{3}})=0$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد مركب غير معدوم: $P(-\frac{1}{z})=\frac{1}{z^4}.P(z)$

ج)استنتج ان كلا من العددين المركبين $\frac{\sqrt{3}}{3}i$ و $e^{i\frac{2\pi}{3}}$ هما حلان للمعادلة $P(z)=0$.

3-أ) في المستوي المنسوب إلى متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ علمّ النقط A، B، C ذات اللواحق $e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $3e^{i\frac{\pi}{3}}$ و $e^{i\frac{2\pi}{3}}$ على الترتيب.

ب) أنشئ النقطة D والمعرفة كما يلي: $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}$ ثم اكتب لاحقة D على الشكل القطبي

ج) المستقيم الذي يشمل النقطة A والموازي للمستقيم (BD) يقطع (OD) في النقطة E.

عين لاحـ

التمرين120:فرنسا 2018 ع ت

(ترجمة الأستاذ جبالي/بتصرّف)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، حيث $\|\vec{u}\|=1cm$.

لتكن النقط A، B، C التي لواحقها على الترتيب: $z_A=-4$؛ $z_B=2$؛ $z_C=4$، و لتكن النقط A'، B'، C' التي لواحقها على الترتيب: $z_{A'}=j.z_A$؛ $z_{B'}=j.z_B$؛ $z_{C'}=j.z_C$.

حيث j هو العدد المركّب المعرّف كما يلي : $j=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) ا) أعْطِ الأشكال الجبريّة لـ $z_{A'}$ ، $z_{B'}$ ، $z_{C'}$.

ب) اكتب j على الشكل الأسّي، و استنتج الأشكال الأسّيّة للأعداد المركّبة $z_{A'}$ ، $z_{B'}$ ، $z_{C'}$.

2) ا) علّلْ، بدقّة، و دون استخدام القيم التقريبيّة، النقط A'، B'، C' .

ب) برهن أنّ النقط A'، B'، C' في استقاميّة.

3) أثبت أنّ النقط A'، B'، C' هي صور النقط A، B، C بدوران، يطلب تعيين مركزه وزاويته.

4) لتكن النقط M، N، P: منتصفات القطع المستقيمة $[A'C]$، $[CC']$، $[C'A]$ على الترتيب.

ما طبيعة المثلّث MNP؟ علّل

التمرين121: تونس 2017 ع ت

((ترجمة الأستاذ: بالعبيدي محمد العربي))

1)نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-(\sqrt{5}+2i)z+1+4i\sqrt{5}=0...(E)$

أ) احسب $(\sqrt{5}+2i)^2$ ، ثم بيّن أن مميز المعادلة (E) هو: $\Delta=-3(\sqrt{5}+2i)^2$

ب) استنتج أن حلّي المعادلة (E) هما: $a=(\sqrt{5}+2i)(\frac{1+i\sqrt{3}}{2})$ و $b=(\sqrt{5}+2i)(\frac{1-i\sqrt{3}}{2})$

2) في الشكل1 $(O;\vec{u};\vec{v})$ معلم متعامد والمتجانس في المستوي.

(C) دائرة مركزها O ونصف قطرها 3.

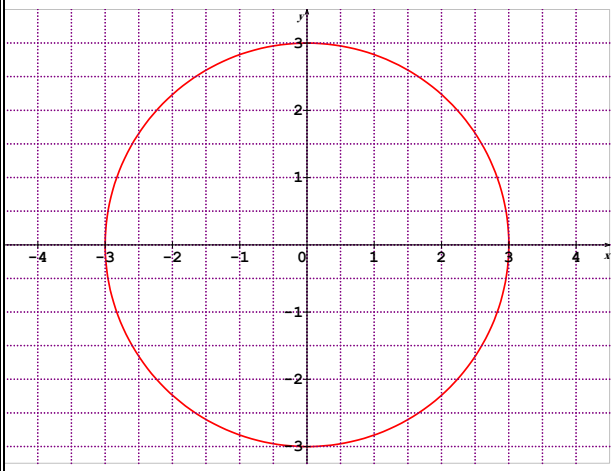
بيّن أن النقطة Q ذات اللاحقة $\sqrt{5}+2i$ تنتمي إلى (C) ثم أنشئ النقطة Q.

3)نعتبر النقطتين A و B واللتين لاحقتاهما a و b

أ) بيّن أن النقطتين A و B تنتميان للدائرة (C)

ب)تحقق أن : $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OQ}$ استنتج أن الرباعي OAQB معين.

ج) إنشئ



التمرين122: المغرب 2017 ع ت

نعتبر العددين a وb حيث : $a=\sqrt{3}+i$ و $b=\sqrt{3}-1+(\sqrt{3}+1)i$

1-أ)تحقق أن : $b=(1+i)a$: ثم استنتج أن: $|b|=2\sqrt{2}$ و ان $\arg(b)=\frac{5\pi}{12}[2\pi]$

ب) استنتج أن مما سبق: $\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

2) المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.نعتبر النقطتين A و B واللتين لاحقتاهما a و b على الترتيب والنقطة C ذات اللاحقة c حيث $c=-1+i\sqrt{3}$.

أ- تحقق من أن : $c=ai$ واستنتج أن: $OA=OC$ و ان $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

ب-بيّن أن النقطة B هي صورة النقطة A بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OC}$.

جـ-) استنتج أن الرباعي OABC مربعا.

التمرين123: السنغال 2016 ع ت

1-نعتبر المعادلة $(E)...z^3-13z^2-59z-87=0$ حيث z عدد مركب.

أ)تحقق ان 3 حلا للمعادلة (E) .

ب)حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $\mathbb{C}$.

2- المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B، C ذات اللواحق $z_A=3$ ، $z_B=5-2i$ ، $z_C=5+2i$ على الترتيب والتكن مجموعة النقط M(z) من المستوي (M تختلف عن A و B)

أ) أحسب $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}$ أو استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب)فسر هندسيا طويلة وعمدة العدد المركب $L=\frac{z-3}{z-5+2i}$.عين مجموعة النقط M حيث $L\in\mathbb{R}^*$

2) (C) الدائرة المحيطة بالمثلث ABC والنقطة $\Omega(2-i)$.

أ)أعط الكتابة المركبة للدوران R الذي مركزه Ω وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

ب)عين (C') صورة الدائرة (C) بالدوران R، ثم أكتب معادلة ديكارتية للدائرة (C')

التمرين124: المغرب 2015 ع ت

I-نعتبر العدد المركب a حيث: $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$.

1)بين أن طويلة العدد a تساوي $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$.

2)تحقق أن : $a = 2(1+\cos\frac{\pi}{4}) + 2i\sin\frac{\pi}{4}$

3-أ) أثبت أن: $1+\cos 2\theta = 2\cos^2\theta$ و $\sin 2\theta = 2\cos\theta.\sin\theta$ باستعمال $(\cos\theta+\sin\theta)^2$

ب)بيّن أن : $a = 4\cos^2\frac{\pi}{8} + 4i\sin\frac{\pi}{8}.\cos\frac{\pi}{8}$.

ج)استنتج الشكل المثلثي للعدد a ، ثم بيّن أن: $a^4 = 2\left(2\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^4$.i.

II-نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{e_1};\vec{e_2})$ القطتين Ω و A اللتين لاحقتاهما على الترتيب : $z_\Omega = \sqrt{2}$ و $z_A = 2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ واليكن R الدوران الذي مركزه Ω وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

1)بيّن أن z_B : لاحقة النقطة Bصورة النقطة A بالدوران R هي 2i .

2)حددّ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث: $|z-2i| = 2$

التمرين125: دورة 2015-مالي

نعتبر العدد المركب : $u = \sqrt{2-\sqrt{2}} - i\sqrt{2+\sqrt{2}}$

1)أحسب u^2 ثم u^4 .

2) أحسب طويلة u^4 و عمدة لـ u^4 ثم استنتج الطويلة وعمدة لـ u

3) حددّ القيمتين المضبوطتين للعددين : $\cos\frac{13\pi}{8}$ و $\sin\frac{13\pi}{8}$

4) المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

عين مجموعة النقط M(z) حيث: $|uz| = 8$

التمرين126: دورة a-guyane2014

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ وحدة الطول هي 2cm .

نعتبر الدالة f والتي ترفق بكل عدد مركب z العدد المركب: $f(z) = z^2+2z+9$.

1)احسب صورة العدد المركب $-1+i\sqrt{3}$ بالدالة f.

2)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $f(z) = 5$ ، ثم اكتب الحلّين على الشكل الأسي.ثم مثل بيانيا القطتين A و B صورتي حلّي المعادلة $f(z) = 5$ (A صورة الحل الذي جزءه التخيلي موجب).

3)ليكن λ عدد حقيقي .ونعتبر المعادلة $f(z) = \lambda$ ذات المجهول z.

عيّن مجموعة قيم العدد الحقيقي λ والتي من أجلها يكون للمعادلة $f(z) = \lambda$ حليّن مترافقين.

4)لتكن (F) مجموعة النقط من المستوي المركب والتي لاحقتها z تحقق: $|f(z)-8| = 3$.

بيّن أن (F) هي دائرة مركزها $\Omega(-1;0)$ ونصف قطرها $\sqrt{3}$ ، ثم أرسم (F) في المعلم السابق.

5)ليكن z عدد كركب حيث: $z = x + iy$ (x و y عددان حقيقيان)

أ) بيّن أن الشكل الجبري للعدد المركب $f(z)$ هو $x^2 - y^2 + 2x + 9 + i(2xy + 2y)$

ب) لتكن (E) مجموعة النقط من المستوي المركب والتي لاحقتها z والتي من أجلها يكون $f(z)$ عددا حقيقيا. بيّن أن (E) هي إتحاد مستقيمين (D_1) و (D_2) يطلب تعيين معادلتيهما.

ارسم المستقيمين (D_1) و (D_2) في المعلم السابق.

6)عيّن إحداثتي نقط تقاطع المجموعتين (F) و (E).

التمرين127:دورة polynesie-2011S

أجب بصحيح أوخطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1) لتكن النقطتان $A(2-5i)$ ، $B(7-3i)$ المثلث OAB قائم ومتساوي الساقين.

2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z-i| = |z+2i|$ هي مستقيم يوازي محور الفواصل.

3) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، العدد المركب $(3+i\sqrt{3})^{3n}$ تخيلي صرّف.

4) إذا كانت $\frac{\pi}{2}$ عدة للعدد المركب غير المعدوم z فإن $|z+i| = 1+|z|$.

5) z عدد مركب غير معدوم ، إذا كان $|z| = 1$ فإن $z^2 + \frac{1}{z^2}$ عدد حقيقي.

التمرين128:دورة 2011S-المغرب

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2 - 18z + 82 = 0$

2) في المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ،B وC ذات اللاحقات $z_A = 9+i$ ، $z_B = 9-i$ و $z_C = 11-i$ على الترتيب.

أ-بيّن أن : $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = -i$ ، ثم استنتج أن المثلث ABC قائم في B ومتساوي الساقين.

ب-أعط الشكل المثلثي للعدد المركب $4(1-i)$.

جـ-بيّن أن $(z_C - z_A)(z_C - z_B) = 4(1-i)$ ، ثم استنتج أن: $AC \times AB = 4\sqrt{2}$.

3)ليكن العدد المركب z لاحقة النقطة M من المستوي و z' لاحقة النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه B وزاويته $\frac{3\pi}{2}$.

أ-بيّن أن : $z' = -iz + 10 + 8i$.

ب-تحقق أن لاحقة [illegible]

التمرين129:دورة 2006S امريكا

المستوي المنسوب إلى معلم متعامدومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$نعتبرالنقط A ، B ، C وDذات اللواحق $z_A = 4+i$ ، $z_B = 1+i$ ، $z_C = 5i$ و $z_D = -3-i$ على الترتيب

1) علّم النقط A ، B ، C وD

2) fتحويل نقطي للمستوي في نفسه يرفق بكل نقطة M(z) النقطة $M'(z') : z' = (1+2i)z - 2 - 4i$

أ) عين صورتي النقطتين A ، B بالتحويل f

ب)أثبت أنه توجد نقطة واحدة صامدة Eبالتحويل f يطلب تعيين لاحقتها

3-أ) برهن أنه من أجل كل عدد مركب z : $z' - z = -2i(2-i-z)$

ب)أستنتج قيمة $\frac{MM'}{EM}$ وقيسا بالراديان للزاوية $(\overrightarrow{ME};\overrightarrow{MM'})$ حيث M تختلف عن E

جـ) ماهي طبيعة المثلث EMM' ؟

د) لتكن النقطة G ذات الاحقة $z_G = -1-i\sqrt{3}$

* أكتب z_G على الشكل الأسي. *أنشئ النقطة G' صورة G بالتحويل f.

التمرين130: دورة 2009-المغرب

المستوي منسوب إلى معلم متعامدومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$نعتبر النقط A ، B ، Cذات لواحقها على الترتيب: $a = 2-2i$ ، $b = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ ، $c = (1-\sqrt{3}) + (1+\sqrt{3})i$

1) أكتب كلا من a و b على الشكل المثلثي.

2)نعتبر الدوران R الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{5\pi}{6}$

أ) zلاحقة نقطة Mمن المستوي المركب و z' لاحقة نقطة M' صورة Mبالدوران R. بين أن $z' = bz$

ب)تحقق أن النقطة C هي صورة A بالدوران R.

3)بيّن أن : $\arg(c) = \arg(a) + \arg(b) + 2k\pi$ ثم حدد عمدة للعدد المركب c .

التمرين131: دورة 2005-الهند

في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد متجانس مباشر $(o,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط I ، A ، B لواحقها على الترتيب $z_I = 1$ ، $z_A = 1-2i$ و $z_B = -2-2i$ ، و نعتبر (γ) الدائرة قطرها $[AB]$.

نقوم بإنشاء كل العناصر التي ستندرج في التمرين بأخذ الوحدة $2cm$.

1-عين مركز الدائرة (γ) ، ثم احسب نصف قطرها.

2-نعتبر النقطة D لاحقتها $z_D = \frac{3+9i}{4+2i}$

-اكتب z_D على الشكل الجبري ، ثم بين أن النقطة D تنتمي إلى الدائرة (γ).

3-نعتبر نقطة E من (γ) لاحقتها z_E حيث أحد أقياس الزاوية $\left(\overrightarrow{\Omega I},\overrightarrow{\Omega E}\right)$ هو $\frac{\pi}{4}$.

أ)حدد الطويلة و عمدة لـ : $z_E+\frac{1}{2}$ ب) استنتج أن : $z_E=\frac{5\sqrt{2}-2}{4}+\frac{5\sqrt{2}}{4}i$

4-نعتبر R التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث : $z'+\frac{1}{2}=e^{i\frac{\pi}{4}}\left(z+\frac{1}{2}\right)$

أ)حدد طبيعة التحويل R و عناصره المميزة.

ب) نعتبر النقطة K لاحقتها $z_K=2$

عين حسابيا صورة K بالتحويل R، ثم بين كيف يمكن تعيين هذه النتيجة هندسيا.

التمرين132: دورة 2004-الهند

الجزء الأول :

1-حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية : $z^2-2z+4=0$

نرمز للحلين بـ : z_1 و z_2 لحلي المعادلة حيث الجزء التخيلي لـ z_1 : موجب.

2-عين القيمة المضبوطة للعدد $(z_1)^{2004}$ على الشكل الاسي ثم على الشكل الجبري.

الجزء الثاني :

في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد متجانس مباشر $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$ (الوحدة $2cm$)

نعتبر النقطتين A و B لاحقتيها على الترتيب $z_A=1+i\sqrt{3}$ و $z_B=1-i\sqrt{3}$

1-بين أن النقطتين A و B تنتميان إلى نفس الدائرة ذات المركز o ، يطلب تعيين نصف قطرها.

-ارسم الدائرة ، ثم أنشئ النقطتين A و B.

2-نعتبر النقطة O' صورة O بالدوران R_1 مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{2}$، و النقطة B' صورة B بالدوران R_2 مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

-احسب لاحقتي النقطتين O' و B'، ثم أنشئهما.

3-نعتبر النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[OB]$

أ) ماذا يمكن التخمين عن المستقيم (AI) بالنسبة للمثلث $AO'B'$.

ب) احسب لاحقة الشعاع $\overrightarrow{AI}$، ثم بين أن لاحقة الشعاع $\overrightarrow{O'B'}$ هي: $3\sqrt{3}-i$

ج) هل تخمينك في السؤال (3 – أ) صحيح ؟