أسئلة للبحث في الرياضيات (للتلاميذ الرياضياتيون) من إعداد الأستاذ مباركي MEBARKI2018

التمرين الأول : suites/MEBARKI2018

- (u_n) متتالية عددية حيث : من أجل كل عدد طبيعي n : $\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 2 \end{cases}$.
- ❖ برهن - بدون استعمال الدالة المرفقة للمتتالية: أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن : $1 \prec u_n \prec 2$.
- ❖ برهن بالتراجع أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما . استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم اوجد $\lim u_n$.
- ❖ خمن عبارة الحد العام u_n بدلالة n .ثم برهن بالتراجع صحة تخمينك .
- ❖ احسب $\lim u_n$ بطريقة ثانية .

التمرين الثاني : suites/MEBARKI2018

- (u_n) متتالية عددية حيث : من أجل كل عدد طبيعي n : $\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = u_n^3 - 6u^2{}_n + 12u_n - 6 \end{cases}$.
- ❖ برهن - بدون استعمال الدالة المرفقة للمتتالية: أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن : $u_n \succ 1$.

التمرين الثالث : suites/MEBARKI2018

- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة ب من أجل كل عدد طبيعي n : $\begin{cases} u_0 = -1; u_1 = 1 \\ u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \end{cases}$

1) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n أن : $u_n = \frac{3n-1}{2^n}$

2) نعتبر المتتالية (v_n) حيث : $v_n = 2^n u_n$.

a. بين أن (v_n) متتالية حسابية واكتب v_n بدلالة n. (بدون استخدام السؤال الأول أي عبارة u_n بدلالة n)

b. استنتج u_n بدلالة n بطريقة أخرى .

التمرين الرابع : suites/MEBARKI2018

- (u_n) متتالية عددية حيث من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :



$$u_n = \frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+2} + \frac{n}{n^2+3} + \ldots + \frac{n}{n^2+n}$$

1) احسب u_2 و u_3 .

2) أحسب $\lim u_n$.استنتج تقارب المتتالية (u_n) .

التمرين الخامس: suites/MEBARKI2018

1) نعلم أنه إذا كانت متتالية محدودة من الأسفل و متناقصة تماما فإنها متقاربة و إذا كانت متتالية محدودة من الأعلى و متزايدة تماما فإنها متقاربة.

السؤال : ماذا نقول في حالة متتالية محدودة من الأسفل ومتزايدة تماما ؟ أو متتالية محدودة من الأعلى ومتناقصة تماما؟

2) (u_n) متتالية عددية حيث : من أجل كل عدد طبيعي n : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n - 3}{4 - u_n} \end{cases}$.

a) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \prec 3$.

b) أدرس رتابة المتتالية (u_n) . خمن تقارب المتتالية (u_n) ؟

3) لنتأكد من صحة تخمينك . (v_n) متتالية عددية حيث :من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$

a) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول ثم أوجد عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

b