التمرين رقم 01

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=\dfrac{3x^2+ax+b}{x^2+1}$.

جد العددين الحقيقيين a و b بحيث يقبل المنحنى (C_g) الممثل للدالة g عند النقطة $I(0;3)$ مماسا (T) معادلته $y=4x+3$.

II- لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x^2+4x+3}{x^2+1}$.

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2\,cm$).

1) بين من أجل كل عدد حقيقي x أن: $f(x)=\alpha+\dfrac{\beta x}{x^2+1}$.
حيث α و β عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

2) أ- أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ وفسر النتيجتين بيانيا.

ب- أدرس تغيرات الدالة f.

جـ- شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) أ- جد معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة I ذات الفاصلة 0.

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T).

4) بين أن النقطة I مركز تناظر المنحنى (C_f).

5) أنشئ (T) و (C_f).

التمرين رقم 02

1) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{1+x^2}}-1$.

أ- بين أن g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن: $g'(x)=\dfrac{2}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$.

ب- بين من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ أن: $\sqrt{1+x^2}=x\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}$.

جـ- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-3$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g.

د- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α.
تحقق أن $0<\alpha<1$.

هـ- استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

2) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2\sqrt{1+x^2}-x$.

أ- بين أن $f'(x)=g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x.

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) ليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب- جد معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

(T)

التمرين رقم 03

1) لتكن الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $u(x)=3x-2\cos x$.

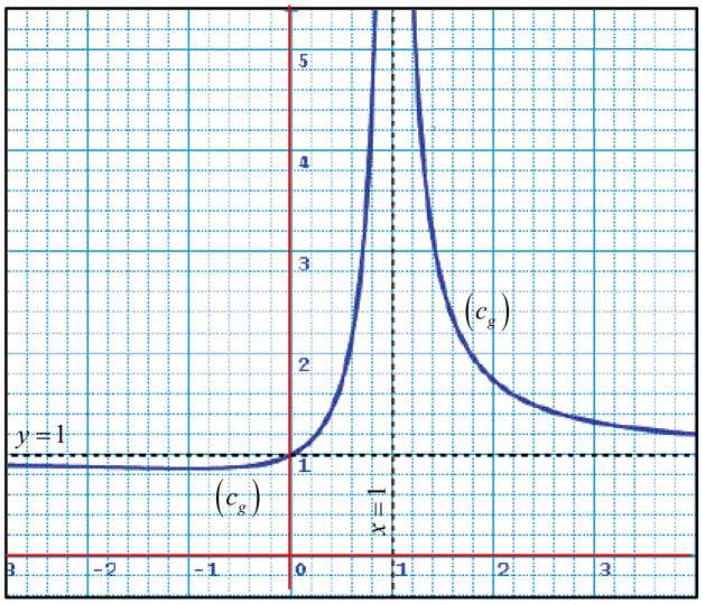
بين أن المعادلة $u(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا α حيث:
$0,56<\alpha<0,57$

2) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{\alpha\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x-2}{3x-2\cos x}$.

أ- بين من أجل كل عدد حقيقي $x>\dfrac{2}{3}$ أن: $\dfrac{3x-2}{3x+2}\le f(x)\le 1$.

ب- استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بتمثيلها البياني (c_g) في الشكل المرفق حيث $x=1$ و $y=1$ مستقيمان مقاربان للمنحنى (c_g).



بقراءة بيانية، جد $\lim\limits_{x\to1} g(x)$ و $\lim\limits_{|x|\to+\infty} g(x)$.

4) نضع $h=g\circ f$.

أ- أوجد مجموعة تعريف الدالة h.

ب- عين النهايات التالية:

$\lim\limits_{x\to\alpha^+} h(x)$ ، $\lim\limits_{x\to\alpha^-} h(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$.