المستوى: الثانية رياضي	ديسمبر 2024
اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات	المدة: ساعتين.

التمرين الأول:(4 ن)

حل في $\mathbb{R}$ المتراجعة و المعادلة التالية :

1) $\sqrt{2-x} > x+4$

2) $\sqrt{3x^2-20x+16} = x-4$

التمرين الثاني:(4 ن)

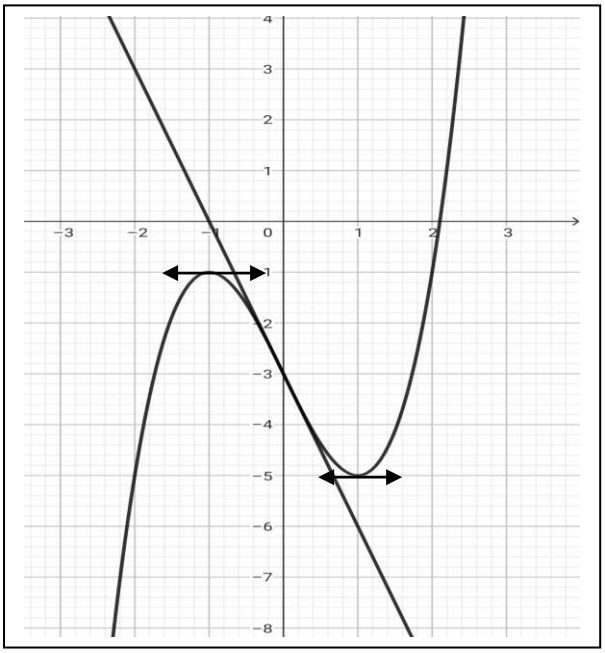
نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية: $6x^4-19x^3+25x^2-19x+6=0$ ..... **(1)**

1) بين أنه من اجل كل $x \in \mathbb{R}^*$ فإن المعادلة **(1)** تكتب : $6\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-19\left(x+\frac{1}{x}\right)+25=0$ .....**(2)**

2) نضع $t = x+\frac{1}{x}$ أكتب المعادلة (2) بدلالة t .

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $6t^2-19t+13=0$, ثم استنتج حلول المعادلة (1).

التمرين الثاني(12 ن)



I) الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = x^3+ax^2+bx+c$:

حيث a و b و c أعداد حقيقية, (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$, (T) مماس لـ (C_g) في النقطة $A(0\,;-3)$

(انظر الشكل المقابل).

بقراءة بيانية :

1) عين كل من: $g(0)\,;\,g(1)\,;\,g'(0)\,;\,g'(1)$

$g''(0)\,;\,\lim\limits_{h\to 0}\frac{g(-1+h)+1}{h}$.

2) استنتج معادلة المماس (T) للمنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

3) باستعمال المعطيات السابقة بين أن $a=0$ و $b=-3$ و $c=-3$.

4) بين أن المعادلة تقبل حلا وحيدا في المجال .

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $g(x) = m$.

II) f دالة معرفة على $D =]-1;1[\cup]1;4]$ بـ: $f(x) = \frac{2x^3+3}{x^2-1} + 1$; (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D أن : $f'(x) = \frac{2x\, g(x)}{(x^2-1)^2}$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) هل تقبل الدالة f قيمة حدية محلية ؟ علل.

4) من أجل كل x من المجال $[0;1[$ بين أن $f(x) < 0$.

5) بين أنمن أجل كل x من D:

$$f(x) = 2x + 1 + \frac{2x+3}{x^2-1}$$

6)أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 1$.

III) h دالة معرفة على $]-1;1[$ بـ : $h(x) = \frac{2|x|^3+3}{x^2-1} + 1$

1) بين أن h دالة زوجية.

2) اكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

3) اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f)(لا يطلب الرسم).

بالتوفيق

تصحيح الموضوع:

التمرين الأول:

حل في $\mathbb{R}$ المتراجعة و المعادلة التالية :

1) $S = \{6\}$

2) $S =]-\infty; -2[$

التمرين الثاني:

1) $g(0)$=-3 ; $g(1) = -5$; $g'(0) = -3$; $g'(1) = 0$; $\lim_{h\to 0} \frac{g(-1+h)+1}{h} = 0$; $g''(0) = 0$.

2) استنتاج معادلة المماس (T)للمنحنى(C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0. $(T): y = -3x - 3$

3) المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\propto$ في المجال $]1; 3[$.

4) استنتاج حسب قيم x إشارة$g(x)$:

x	$-\infty$		$\propto$		$+\infty$
$g(x)$		-	0	+	

5) $a = 0$ و$b = -3$ و$c = -3$.

II 1) من أجل كل عدد حقيقي x منD أن : $f'(x) = \frac{2x\, g(x)}{(x^2-1)^2}$.

2) اتجاه تغير الدالة f و تشكيل جدول تغيراتها:

- إشارة$f'(x)$:

x	-1		0		1		$\propto$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-		-	0	+	

إذن الدالة f متزايدة تماما على المجالين $[-1; 0[$ و $[\propto; +\infty[$

و متناقصة تماما على المجالين $]0; 1]$ و$[1; \propto[$

جدول التغيرات

3) تقبل الدال

4) من أجل كل x من D:

$$f(x) = 2x + 1 + \frac{2x+3}{x^2-1}$$

5) دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 1$:

$(C_f) : x \in]-1; 1[$ يقع تحت المستقيم (Δ).

$(C_f) : x \in]1; 4[$ يقع تحت المستقيم (Δ).

III) 1) نبين أن h دالة زوجية.

من اجل كل x من $]-1; 1[$ فإن $-x$ من $]-1; 1[$: $h(-x) = h(x)$

2)كتابة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

❖ $h(x) = f(|x|)$:

$$\begin{cases} g(x) = f(x) & ; \quad x \in [0; +\infty[\\ g(x) = -x^3 + 3x + 2 & ; \quad x \in]-\infty; 0] \end{cases}$$

3) كيفية إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f)

- لما $x \in [0; 1[$: (C_h) ينطبق على (C_f).
- لما $x \in]-1; 0]$: (C_h)نظير الجزء المنطبق بالنسبة إلى محور التراتيب.