MELINA PRIVATE SCHOOL
ثانوية ميليـنا الخـاصة

الموسم الدراسي :42-1443 هـ/ 22 -2023 م

إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

للسنة الثانية ثانوي شعبة رياضيات

المدة :02 ساعة | **أستاذ المادة: مزروح يوسف** | **التاريخ : 2022/12/08**

يمنع التشطيب في ورقة الإجابة

التمرين الأول: 5 نقاط أجب بصحيح او خطأ مع التعليل.

1 الدالة f المعرفة بالعبارة : $f(x)=x\sqrt{x}$ تقبل الإشتقاق عند 0.

2 المعادلة $x^4+3x^2+2=0$ لاتقبل حلولا في $\mathbb{R}$.

3 $y=-x+7$ هي معادلة المماس لمنحنى الدالة f المعرفة ب: $f(x)=\dfrac{x^2+4x+5}{x+1}$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4 الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ فردية.

5 $(a,b)\in\mathbb{R}^2$, المعادلة $ax^2+bx+1=0$ تقبل حلان مختلفان في الإشارة إذا وفقط إذا كان $a<1$.

التمرين الثاني:5 نقاط

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2-x-1}{x+m}$. حيث $m\in\mathbb{R}$. (C_f) تمثيلها البياني.

1 أوجد قيمة m حتى يقبل (C_f) مستقيما مقاربا معادلته $x=-1$.

2 $(a,b,c)\in\mathbb{R}^3$, اوجد كل من a,b و c علما أن : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$.

3 إستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=x-2$.

4 أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ).

5 بين أن (C_f) يقبل مركز تناظر عند النقطة $\omega(-1;-3)$.

6 بين انه من اجل كل $x\neq-1$: $f'(x)=\dfrac{f(x)+3x+1}{(x+1)^2}$.

التمرين الثالث:10 نقاط

f_m دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f_m(x)=mx^2-(m+3)x+3$. حيث $m\in\mathbb{R}$. (C_m) منحناها البياني.

الجزء الأول

1 عين قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون:

(ا) المنحنى (C_m) يقطع محور الفواصل في نقطتين مختلفتين.

(ب) المعادلة $f_m(x)=0$ تقبل حل وحيد.

2 برهن ان جميع المنحنيات (C_m) تتقاطع في نقطتين ثابتين يطلب تعيينهما.

الجزء الثاني لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=x^3-3x^2+3x-1$.

3 احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.

4 برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $g'(x)=f_3(x)$.

5 أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

6 تحقق أن 1 جذر ل g.ثم حلل $g(x)$ إلى جداء عوامل اولية من الدرجة الأولى.

7 إستنتج نقط تقاطع (C_g) مع محوري الإحداثيات.

8 بين أن النقطة $\omega(1;0)$ مركز تناظر للمنحنى (C_g).

9 أكتب معادلة المماس (T) للمنحى (C_g) عند النقطة ω.

10 ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_g) والمستقيم (T).

11 (Δ) مستقيم معادلته $y=ax-2$ حيث $a\in\mathbb{R}$.

(ا) اوجد قيمة a حتى يقبل المنحنى (C_g) مماسا (∇) وحيد موازري ل (Δ).

(ب) اوجد معادلة المماس (∇). ماذا تستنتج؟

12 انشئ كل من (T) و (C_g).

رابط الحل يفتح مباشرة بعد الإمتحان

التصحيح النموذجي للإختبار الأول في مادة الرياضيات للسنة 2 ثانوي شعبة رياضيات

1 ★★½☆

أجب بصحيح او خطأ مع التعليل.

1 الدالة f المعرفة بالعبارة : $f(x)=x\sqrt{x}$ تقبل الإشتقاق عند 0.

الجواب: صحيح 0.5 ن.التعليل: ندرس قابلية الإشتقاق عند 0 نجد : $f'(0)=0$. 0.5 ن

2 المعادلة $x^4+3x^2+2=0$ لاتقبل حلولا في $\mathbb{R}$.

الجواب: صحيح 0.5 ن.التعليل :معادلة مضاعفة التربيع نحسب المميز نجد حلان سالبان ومنه المعادلة لاتقبل حلول في $\mathbb{R}$. 0.5 ن

3 $y=-x+7$ هي معادلة المماس لمنحنى الدالة f المعرفة ب: $f(x)=\dfrac{x^2+4x+5}{x+1}$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

الجواب: صحيح 0.5 ن. التعليل: $f'(x)=\dfrac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$

وبالتالي معادلة المماس هي : $y=-x+7 \iff y=f'(0)(x-0)+f(0)$. 0.5 ن

4 الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ فردية.

الجواب: صحيح 0.5 ن. التعليل: من اجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإن $-x\in\mathbb{R}$

من جهة أخرى : $f(-x)=\dfrac{-x}{(-x)^2+1}=-f(x)$. ومنه الدالة f فردية. 0.5 ن

5 $(a,b)\in\mathbb{R}^2$, المعادلة $ax^2+bx+1=0$ تقبل حلان مختلفان في الإشارة إذا وفقط إذا كان $a<1$.

الجواب: خطأ 0.5 ن . التعليل : يكون حلا معادلة من الدرجة 2 مختلفان في الإشارة إذا وفقط إذا كان $\dfrac{c}{a}<0$

ما يكافئ $a<0 \iff \dfrac{1}{a}<0$. 0.5 ن

يمكن كذلك البرهان بمثال مضاد بأخذ $a\geq 0$.

2 ★★☆☆

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2-x-1}{x+m}$. حيث $m\in\mathbb{R}$. (C_f) تمثيلها البياني.

1 أوجد قيمة m حتى يقبل (C_f) مستقيما مقاربا معادلته $x=-1$.

الجواب: (C_f) مستقيما مقاربا معادلته $x=-1$ يستلزم ان ان الدالة f غير معرفة من اجل $x=-1$ بالتالي : $m=1 \iff -1+m=0$. 0.5 ن

2 $(a,b,c)\in\mathbb{R}^3$, اوجد كل من a,b و c علما أن : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$.

الجواب:

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1} \iff f(x)=\frac{ax^2+(a+b)x+b+c}{x+1}$$

بالمطابقة نجد:

$$\begin{cases} a=1 \\ a+b=-1 \\ b+c=-1 \end{cases}$$ 0.5 ن

فنتحصل على : $(a;b;c)=(1;-2;1)$. 0.5 ن

3 إستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=x-2$.

الجواب: لدينا : $f(x)-y=\dfrac{1}{x+1}$. 0.5 ن

وبالتالي : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x+1}=0$ 0.5 ن ومنه (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=x-2$.

4 أدرس الوضع ا

$f(x)-y=\dfrac{1}{x+1}$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)-y$	(Cf)يقع تحت(Δ)		(Cf)يقع فوق(Δ)

1 ن

5 بين أن (C_f) يقبل مركز تناظر عند النقطة $\omega(-1;-3)$.

الجواب: من اجل كل $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$ فإن : $-2-x\in\mathbb{R}-\{-1\}$ 0.25 ن

من جهة أخرى : $f(-2-x)+f(x)=-2-x-2+\dfrac{1}{-2-x+1}+x-2+\dfrac{1}{x+1}$ اي ان $f(-2-x)+f(x)=-6=2(-3)$.

ومنه (C_f) يقبل مركز تناظر عند النقطة $\omega(-1;-3)$ 0.25 ن.

6 بين انه من اجل كل $x\neq -1$: $f'(x)=\dfrac{f(x)+3x+1}{(x+1)^2}$.

الجواب: الدالة f قابلة للإشتقاق على : $\mathbb{R}-\{-1\}$ 0.5 ن.

$f'(x)=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}=\dfrac{f(x)+3x+1}{(x+1)^2}$ 0.5 ن.

3 ★★★★

f_m دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f_m(x)=mx^2-(m+3)x+3$. حيث $m\in\mathbb{R}$. (C_m) منحناها البياني.

الجزء الأول

1 عين قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون:

(أ) المنحنى (C_m) يقطع محور الفواصل في نقطتين مختلفتين.

الجواب:

$m\neq 0$ و $\Delta>0$ 0.25 ن

$\Delta>0\Leftrightarrow (m+3)^2-12m>0\Leftrightarrow m\in\mathbb{R}-\{0;3\}$ 0.25 ن

(ب) المعادلة $f_m(x)=0$ تقبل حل وحيد.

الجواب: $m=0$. 0.5 ن

2 برهن ان جميع المنحنيات (C_m) تتقاطع في نقطتين ثابتين يطلب تعيينهما.

الجواب: $f_0(x)=f_1(x)\Leftrightarrow x^2-x=0\Leftrightarrow x=\{0;1\}$

ومنه النقطتين هما : $A(0;3)$ و $B(1;0)$. 0.5 ن

الجزء الثاني لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=x^3-3x^2+3x-1$.

3 احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.

الجواب: $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty$. 0.25 ن و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$. 0.25 ن

4 برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $g'(x)=f_3(x)$.

الجواب: الدالة g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ 0.25 ن : $g'(x)=3x^2-3x+3=f_3(x)$. 0.25 ن

5 أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

الجواب: $g'(x)=3(x-1)^2\geq 0$ 0.5 ن ومنه الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$. 0.5 ن

جدول التغيرات: 1 ن

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

www.d

7 إستنتج نقط تقاطع (C_g) مع محوري الإحداثيات.

الجواب: مع حامل محور التراتيب :

$g(0)=-1$ اي النقطة $C(0;-1)$. 0.5 ن

مع حامل محور الفواصل : نحل المعادلة $g(x)=0$ اي $x=1 \Leftrightarrow (x-1)^3=0$ اي النقطة $D(1;0)$. 0.5 ن

8 بين أن النقطة $\omega(1;0)$ مركز تناظر للمنحنى (C_g).

الجواب: من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا $2-x \in \mathbb{R}$ 0.25 ن

من جهة اخرى : $g(2-x)+g(x)=(2-x-1)^3+(x-1)^3=(1-x)^3+(x-1)^3=0$

ومنه النقطة $\omega(1;0)$ مركز تناظر للمنحنى (C_g). 0.25 ن

9 أكتب معادلة المماس (T) للمنحى (C_g) عند النقطة ω.

الجواب: $(T): y=0 \Leftrightarrow (T): y=g'(1)(x-1)+g(1)$. 0.5 ن

10 ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_g) والمستقيم (T).

الجواب: $g(x)-y=(x-1)^3$ وبالتالي :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)-y$	(T)يقع تحت (Cg)	0	(Cg)يقع فوق (T)

C_g يقطع (T) في النقطة B. 0.5 ن

11 (Δ) مستقيم معادلته $y=ax-2$ حيث $a \in \mathbb{R}$.

(ا) اوجد قيمة a حتى يقبل المنحنى (C_g) مماسا (∇) وحيد موازي ل (Δ).

الجواب: $g'(x_0)=a \Leftrightarrow 3x_0^2-6x_0+3-a=0$. 0.5 ن

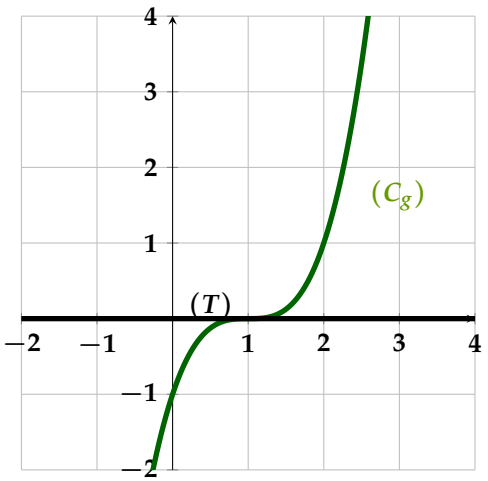
$\Delta=0 \Leftrightarrow a=0 \Leftrightarrow x_0=1$.

(ب) اوجد معادلة المماس (∇). ماذا تستنتج؟

الجواب: $(\nabla): y=g'(1)(x-1)+g(1) \Leftrightarrow y=0$.

نستنتج أن : $(T)=(\nabla)$. 0.5 ن

12 انشئ كل من (T) و (C_g). 1 ن



إنتهى

من إعداد الأستاذ :مزروح يوسف