# اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المستوى والشعبة: 2 تقني رياضي — المدة: ساعتين — التاريخ: 2023/12/05

## التمرين الأول: ( 05 نقاط)

في كل مما يلي توجد إجابة واحدة صحيحة عينها مع التبرير:

1. نعتبر الدالتان $f$ و $g$ بحيث: $f(x)=\sqrt{x^2-4x+4}$ و $g(x)=x-2$. الدالتان $f$ و $g$ :

أ) متساويتان ب) غير متساويتان

1. لتكن الدالة $f$ المعرفة على المجال $[-2;4]$ب: $f(x)=\frac{1}{x^2+3}$

أ) $f$ دالة زوجية ب) $f$ دالة فردية ج) $f$ لازوجية ولا فردية

2. مجموعة الحلول في $\mathbb{R}$ للمعادلة : $\sqrt{x^2-4}=x+1$ هي:

أ) $S=\{-1\}$ ب) $S=[2;+\infty[$ ج) $S=\phi$

3. $p(x)$ كثير حدود حيث: $p(x)=2x^4-5x^3+3x^2-x+1$. كثير حدود $g(x)$ حيث: $p(x)=(x-1)g(x)$ هو:

أ) $g(x)=2x^3-3x^2$ ب) $g(x)=2x^3-3x^2-1$ ج) $g(x)=2x^3-3x^2+1$

4. إذا كانت $y=3$ هي معادلة لمماس منحني دالة $f$ عند النقطة $A(0\ ;\ 3)$ فإن:

أ) $f'(0)=2$ ب) $f'(0)=0$ ج) $f'(0)=3$

## التمرين الثاني: (06.5 نقطة)

لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=mx^2+2x-3$ . حيث $m$وسيط حقيقي وليكن $(C_f)$ منحناها البياني الممثل في المستوي المنسوب الي المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

أ. عين قيم $m$ حتى يقطع المنحنى $(C_f)$حامل محور الفواصل في نقطتين متمايزتين.

نضع: $m=1$

ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f(x)=(x+1)^2-4$

ج. فكك الدالة $f$ الى مركب دالتين مرجعيتين يطلب تعيينهما .

د. استنتج أن الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $[-1;+\infty[$ .

ه. بين أن المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ محور تناظر ل $(C_f)$.

و. أنشئ $(C_f)$ انطلاقا من تمثيل بياني لدالة مرجعية يطلب تعيينها .

نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x)=x^2-2|x|-3$ وليكن $(C_g)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1. بين أن $g$ دالة زوجية.
2. اشرح كيفية إنشاء $(C_g)$ انطلاقا من $(C_f)$ ثم أنشئه.

## التمرين الثالث: (08.5 نقطة)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

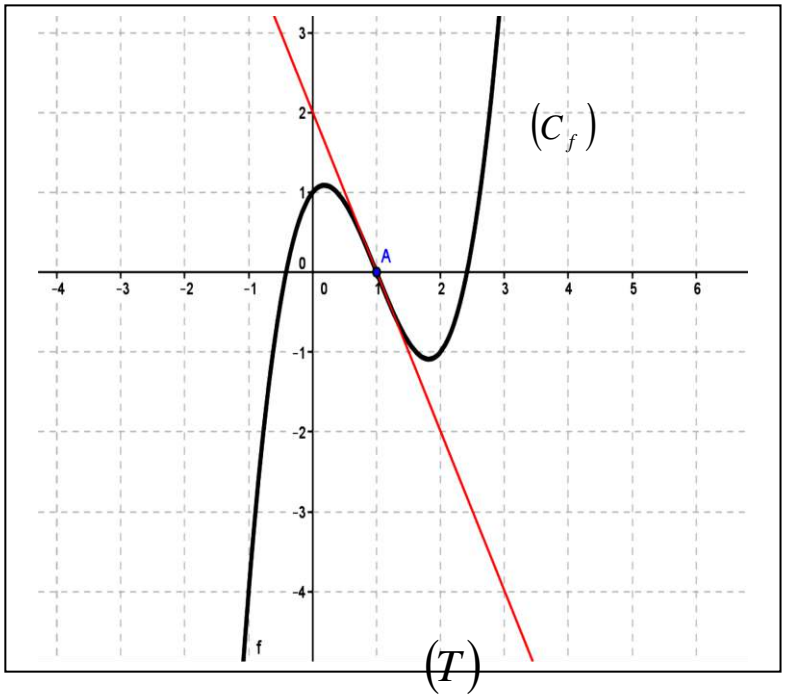
$(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$

المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=x^3+bx^2+x+c$ حيث

$b$ و $c$ عددان حقيقيان

(انظر الشكل المقابل)

$(T)$ مماس لـ $(C_f)$ عند النقطة $A(1;0)$.




**I.** بقراءة بيانية

1. عين $f(0)$ و $f'(1)$.
2. أكتب معادلة المماس $(T)$.
3. شكل جدول تغيرات الدالة $f$
4. باستعمال المعطيات السابقة تحقق أن $b=-3$ $c=1$

**II.** نعتبر الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ب: $f(x)=x^3-3x^2+x+1$

1. عين الأعداد الحقيقية $\alpha,\beta$ بحيث من أجل كل عدد حقيقي $x$ يكون: $f(x)=(x-1)(x^2+\alpha x+\beta)$
2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.
3. استنتج مجموعة فواصل نقاط المنحى $(C_f)$ الواقعة فوق محور الفواصل.
4. استنتج قيم تقريبية للعددين $f(1.001)$ و $f(0.998)$.

بالتوفيق للجميع

| ثـــــانـــــوية حميدة اسماعيل | | |
|---|---|---|
| الإجابة النموذجي للإختبار الأول في مادة الرياضيات | | |
| المستوى: ثانية ثانوي | الشعبة: تقني رياضي | الموسم |
| | الدراسي:2024/2023 | |

| الإجابة | العلامة |
|---|---|
| **التمرين الأول** | |
| 1. لدينا : | |
| $f(x)=\sqrt{x^2-4x+4}=\sqrt{(x-2)^2}=\lvert x-2\rvert$ | 0.25 |
| $D_f=\Re$ | 0.25 |
| $g(x)=x-2$ | |
| $D_g=\Re$ | 0.25 |
| $D_f=D_g$ ومن أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f\neq g$ | |
| ومنه الدالتان $f$ و $g$ غير متساويتان | 0.25 |
| 2. $f$ المعرفة على المجال $[-2;4]$ب: $f(x)=\frac{1}{x^2+3}$ | |
| لدينا $D=[-2;4]$ غير متناظر بالنسبة للصفر | 0.5 |
| ومنه الدالة $f$ ليست زوجية ولافردية | 0.25 |
| 3. مجموعة الحلول في $\mathbb{R}$ للمعادلة : $\sqrt{x^2-4}=x+1$ : | |
| مجموعة تعريف المعادلة: | |
| $D=\{x/x^2-4\geq 0 \text{ و } x+1\geq 0\}$ | |
| $D=\{x/x\in(]-\infty;-2]\cup[2;+\infty[)\cap[-1;+\infty[\}$ | 0.5 |
| $D=[2;+\infty[$ | 0.25 |
| حلول المعادلة $\sqrt{x^2-4}=x+1$ تكافئ: | |
| $\left(\sqrt{x^2-4}\right)^2=(x+1)^2$ تكافئ: $2x+5=0$ | 0.25 |
| ومنه $x=\frac{-5}{2}$ وعليه $x\notin D$ | 0.25 |
| $D=\phi$ | 0.25 |
| 4. $p(x)=2x^4-5x^3+3x^2-x+1$ | |
| إيجاد كثير الحدود $g(x)$ حيث: $p(x)=(x-1)g(x)$ | |

| | |
|---|---|
| $2x^4-5x^3+3x^2-x+1$ | $x-1$ |
| $-2x^4+2x^3$ | $2x^3-3x-1$ |
| $-3x^3+3x^2$ | |
| $3x^3-3x^2$ | |
| $-x+1$ | |
| $x-1$ | |
| $0$ | |

0.75

ومنه : $g(x)=2x^3-3x^2-1$ 0.25

5. $y=3$ هي معادلة لمماس منحني دالة $f$ عند النقطة $A(0\ ;3)$ فإن: $f'(0)=0$ 0.25

لأن المستقيم ذو المعادلة $y=3$ يوازي حامل محور الفواصل

| الإجابة | العلامة |
|---|---|
| $m\succ -\frac{1}{3}$ أي: $4+12m\succ 0$ ومنه : $\Delta=4+12m$ | 0.25 |
| إذن: $m\in\left]-\frac{1}{3};+\infty\right[$ | 0.25 |
| • تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : | |
| $f(x)=(x+1)^2-4$ | |
| $(x+1)^2-4=x^2+2x+1-4$ | |
| $(x+1)^2-4=x^2+2x-3$ | 0.5 |
| $(x+1)^2-4=f(x)$ | |
| • تفكيك الدالة $f$ الى مركب دالتين مرجعيتين | |
| $f: x\xrightarrow{u} x+1\xrightarrow{v}(x+1)^2-4$ | |
| $f=v\circ u$ | 0.25 |
| حيث: $u(x)=x+1$ | |
| $v(x)=x^2-4$ | 0.25 |
| • استنتاج أن الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$. | |
| $u$ دالة تآلفية حيث $a\succ 0$ ومنه فهي متزايدة تماما على المجال $I=]-1;+\infty[$ | 0.25 |
| $v$ متزايدة تماما على المجال $u(I)=]0;+\infty[$ ( للدالة مربع ودالة $v$ نفس اتجاه التغير) | 0.5 |
| و منه : $f$ متزايدة تماما على المجال $I=]-1;+\infty[$ | 0.25 |
| • تبيان أن المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ محور تناظر لـ $(C_f)$ | 0.5 |
| • $x\in\Re$ و $(-2-x)\in\Re$ | 0.25 |
| $f(-2-x)=((-2-x)+1)^2-4$ | |
| • $f(-2-x)=(-x-1)^2-4$ | 0.25 |
| $f(-2-x)=(x+1)^2-4=f(x)$ | 0.25 |
| ومنه المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ محور تناظر لـ $(C_f)$ | |
| إنشاء $(C_f)$ | |
| $(C_f)$ صورة التمثيل البياني للدالة "مربع" بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}=-\vec{i}-4\vec{j}$ | 0.25 |
| | 0.25 |
| | 0.75 |

المنحنى $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين متمايزتين : المعادلة $mx^2+2x-3=0$ تقبل حلان متمايزان أي: $\Delta \succ 0$ — 0.25

أ- **تبيان أن $g$ دالة زوجية :**

من أجل : $x\in\Re$ فان : $-x\in\Re$ — 0.25

لدينا :

$$g(-x)=(-x)^2-2|-x|-3=x^2-2|x|-3=g(x)$$ — 0.25

ومنه : $g$ دالة زوجية

ب- كتابة $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة :

$$g(x)=\begin{cases}x^2-2x-3;x\geq 0\\ x^2+2x-3;x\leq 0\end{cases}$$ — 0.25

$$g(x)=\begin{cases}f(-x);x\in[0;+\infty[\\ f(x);x\in]-\infty;0]\end{cases}$$ — 0.25

**استنتاج كيفية انشاء $(C_g)$ اعتمادا على $(C_f)$ :**

- لما $x\leq 0$ فان: $g(x)=f(x)$ اذن على المجال $]-\infty;0]$ : $(C_g)$ يكون منطبق على $(C_f)$
- بما أن $g$ دالة زوجية على $\mathbb{R}$ فان منحناها البياني متناظر بالنسبة لمحور التراتيب اذن على المجال $[0;+\infty[$ يكون $(C_g)$ متناظر بالنسبة لحامل محور التراتيب . — 0.25

**التمرين الثاني:**

أ. بقراءة بيانية

عين $f(0)=1$ و $f'(1)=\dfrac{2-0}{0-1}=-1$ . — 01

معادلة المماس $(T)$.

$(T): y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$(T): y=-2x+2$ — 01

شكل جدول تغيرات الدالة $f$

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $1$ ↗ | ↘ $-1$ | ↗ |

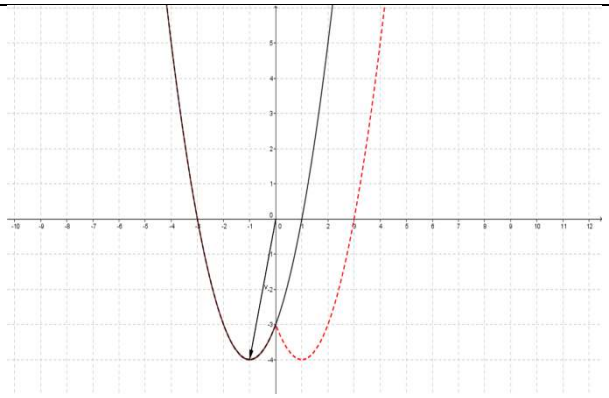
— 01

تحقق أن $b=-3$ و $c=1$

لدينا : $f(0)=1$ ومنه: $c=1$ — 0.5

$f(1)=0$ ومنه: $b=-3$

تعيين الأعداد الحقيقية $\alpha,\beta$ — 0.5



ومنه $\alpha=-2,\beta=-1$ — 01

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$

$f(x)=0$ تكافئ $(x-1)(x^2-2x-1)=0$

إما $(x-1)=0$ أو $(x^2-2x-1)=0$

$\Delta=8$ — 0.25

معناه: $x=1$ أو $x_2=1+\sqrt{2}$ و $x_1=1-\sqrt{2}$ — 01.5

ومنه مجموعة حلول المعادلة $f(x)=0$ هي

$S=\{1-\sqrt{2};1;1+\sqrt{2}\}$

مجموعة فواصل نقاط المنحنى $(C_f)$ الواقعة فوق محور الفواصل

هي حلول المتراجحة $f(x)\geq 0$ — 0.25

$S=[1-\sqrt{2};1]\cup[1+\sqrt{2};+\infty[$

استنتج قيم تقريبية للعددين $f(1.001)$ و $f(0.998)$ .

نعوض في معادلة المماس $(T)$ — 0.25

$f(1.001)\approx -2(1.001)+2$

$f(1.001)\approx -0.002$

و

$f(0.998)=-2(0.998)+2$

$f(0.998)=0.004$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | **0.75** | $-2x^2+x$<br>$2x^2-2x$<br>$-x+1$<br>$x-1$<br>$0$ | |