اختبار الفصل الثالث في مادة الرياضيات — **ثانوية الشهيد بلعروسي بن يحي**

المستوى :سنة 2 علوم تجريبية ، تقني رياضي — يوم : 20 /05/ 2024

المدة : 2 سا — **الأستاذ: سي محمد لوط ، غول أمال**

التمرين الأول ❋ (06 نقاط) ❋

1. علما أن قيس الزاوية الموجهة $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ هو $\frac{\pi}{6}$ ، عيّن قيس الزاوية الموجهة : $(-2\overrightarrow{u}, -3\overrightarrow{v})$.
2. ليكن $x = \frac{67\pi}{12}$ و $y = -\frac{5\pi}{12}$ ، تحقّق أن x و y قيسان لنفس الزاوية .
3. أوجد القيس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ التي قيسها $\alpha = \frac{2024\pi}{3}$.
4. عيّن القيمة المضبوطة لـ $\sin\left(\frac{59\pi}{6}\right)$
5. أ) حل في المجال $[0, 2\pi]$ المعادلة ذات المجهول x : $2\sin x - \sqrt{3} = 0$.
   ب) حل في المجال $[0, 2\pi]$ المتراجحة التالية : $2\sin x - \sqrt{3} < 0$.

التمرين الثاني ❋ (06 نقاط) ❋ ❖❖ خاص بشعبة علوم تجريبية ❖❖

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$. نعتبر النقط $A(-2;2)$ ، $B(2;2)$ و $C(-2;4)$

1. أنشئ النقط A ، B و C ثم بيّن أن المثلث ABC قائم في A .
2. لتكن (Γ) الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها AC .
   أ) أكتب معادلة للدائرة (Γ)
   ب) أرسم (Γ') صورة الدائرة (Γ) بالتحاكي h الذي مركزه A ونسبته $\frac{1}{2}$
   ج) أكتب معادلة للدائرة (Γ') صورة الدائرة (Γ) بواسطة h .

التمرين الثالث ❋ (06 نقاط) ❋ ❖❖ خاص بشعبة تقني رياضي ❖❖

(U_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = 3U_n + 1 \end{cases}$.

1. أحسب الحدود U_1 ، U_2 و U_3 .
2. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = U_n + \frac{1}{2}$
   أ) أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
   ب) عبّر عن V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .
   ج) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$.

التمرين الرابع ❋ (08 نقاط) ❋

نعتبر المتتاليتين العدديتين (U_n) و (V_n) المعرفتين بحديهما الأولين $U_0 = 2$ و $V_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقتين التراجعيتين : $\begin{cases} U_{n+1} = (1+\alpha)U_n - \alpha V_n \\ V_{n+1} = (1-\alpha)U_n + \alpha V_n \end{cases}$ بحيث α وسيط حقيقي غير معدوم .

1. برهن باستعمال العلاقتين التراجعيتين أنه إذا كانت المتتالية (U_n) متقاربة نحو l فإن المتتالية (V_n) متقاربة كذلك نحو النهاية نفسها l .

2. نفرض أن $\alpha = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n نضع : $U_n - V_n = 3$

   أ) استنتج أن المتتالية (U_n) حسابية أساسها $r = 3$.

   ب) أحسب بدلالة n المجموع S_n بحيث : $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$

3. نفرض أن $\alpha \neq \frac{1}{2}$ ونعرف المتتالية (W_n) بـ : $W_n = U_n - V_n$

   أ) بيّن باستعمال العلاقتين التراجعيتين أن (W_n) متتالية هندسية أساسها $q = 2\alpha$

   ب) أكتب بدلالة n و α عبارة W_n ثم احسب بدلالة n و α المجموع : $T_n = W_0 + W_1 + \cdots + W_n$

   ج) بيّن باستعمال العلاقتين التراجعيتين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} - U_n = \alpha W_n$

   د) استنتج أن الحد العام للمتتالية (U_n) يعطى بـ : $U_n = \frac{3 \times 2^n \times \alpha^{n+1} + \alpha - 2}{2\alpha - 1}$

   هـ) عيّن قيم α التي من أجلها تكون المتتالية (U_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

✪✪ بالتوفيق ✪✪