# المستوى الثانية ثانوي تقني رياضي

## اختبار الثلاثي الثالث في مادة الرياضيات

## 2سا

**يمنع منعا باتا الكتابة باللون الأحمر، التشطيب واستعمال المصحح**

**التمرين الأول (06 نقطة):** اختر الجواب الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث مع التعليل:

1) إذا كان المثلث $ABC$ متقايس الأضلاع حيث $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\pi}{3}$ فإن:

أ) $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)=\frac{\pi}{3}$ ب) $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)=-\frac{\pi}{3}$ ج) $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)=\left(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CA}\right)$

2) إذا كان $(\vec{u};\vec{v})=\frac{\pi}{8}$ فإن:

أ) $(-\vec{u};-\vec{v})=\frac{17\pi}{8}$ ب) $(-2\vec{u};3\vec{v})=\frac{9\pi}{8}$ ج) $(\vec{v};\vec{u})=\frac{\pi}{8}$

3) إذا كان $\frac{1327\pi}{6}$ قيسا لزاوية موجهة فإن قيسها الرئيسي هو:

أ) $-\frac{\pi}{6}$ ب) $-\frac{5\pi}{6}$ ج) $\frac{\pi}{6}$

4) حلول المعادلة $\sin x=-\frac{1}{2}$ في $\mathbb{R}$ هي:

أ) $x=-\frac{\pi}{6}+2k\pi$ أو $x=\frac{7\pi}{6}+2k\pi$ ب) $x=k\pi$ ج) $x=2k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$

**التمرين الثاني (06 نقطة):**

1) بسط العبارة $A(x)$ حيث:

$$A(x)=\cos(15\pi+x)+\sin\left(\frac{9\pi}{2}-x\right)+\cos(3\pi+x)+\sin(7\pi-x)+\sin\left(\frac{13\pi}{2}-x\right)$$

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $2A(x)=-1$

3) نعتبر كثير الحدود $P(x)$ المعرف بـ: $P(x)=2x^3+5x^2-4x-3$

أ) أحسب $P(1)$ ثم أوجد تحليل $P(x)$ إلى جداء ثلاث عوامل من الدرجة الأولى

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x)=0$

ج) استنتج حلول المعادلة: $2sin^3x + 5sin^2x - 4\sin x - 3 = 0$

## التمرين الثالث (08 نقطة):

### -I

$f$ دالة معرفة على المجال $]\infty+ ; 0]$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x+2}{x+3}$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، $(\Delta)$ مستقيم معادلته $y = x$

1) بين أن الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]\infty+ ;0]$ .

2) أرسم $(C_f)$ و$(\Delta)$ على المجال $[0 ; 2]$

### -II

$(u_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} = f(u_n)$

1) مثل على محور الفواصل الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية $(u_n)$ مبرزا خطوط الإنشاء.

2) ماهو تخمينك حول رتابة وتقارب المتتالية $(u_n)$ ؟

3) $(v_n)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \frac{u_n-1}{u_n+2}$

أ- بين أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها $q$ وحدها الأول $v_0$

ب- أكتب عبارة $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$

ج- أدرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ثم أحسب نهايتها. ماذا تستنتج ؟

4) عبر بدلالة $n$ عن المجموع $\Sigma_n$ حيث: $\Sigma_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

5) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $\frac{1}{u_n+2} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$

ب- استنتج بدلالة $n$ المجموع $\Sigma'_n$ حيث: $\Sigma'_n = \frac{1}{u_0+2} + \frac{1}{u_1+2} + \cdots + \frac{1}{u_n+2}$

الرياضيات ملكة العلوم

# التصحيح النموذجي

## التمرين الأول (06 نقطة):

1) $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right) = \frac{\pi}{3}$

2) $(-2\vec{u};3\vec{v}) = \frac{9\pi}{8}$

3) $-\frac{5\pi}{6}$

4) $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ أو $x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$

## التمرين الثاني (06 نقطة):

1) $A(x) = \sin(x)$

2) $S = \left\{-\frac{\pi}{6} + 2k\pi\ ;\ \frac{7\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$

3) أ- $P(1) = 0$، $P(x) = 2(x-1)(x+\frac{1}{2})(x+3)$

ب- $S = \left\{-3\ ;\ -\frac{1}{2}\ ;\ 1\right\}$

جـ- $S = \left\{-\frac{\pi}{6} + 2k\pi\ ;\ \frac{7\pi}{6} + 2k\pi\ ;\frac{\pi}{2} + k\pi\ /\ k \in \mathbb{Z}\right\}$

## التمرين الثالث (08 نقطة):

**-I**

1) $f'(x) = \frac{4}{(x+3)^2}$ ، $f'(x) > 0$ ومنه الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $[0\ ;\ +\infty[$

2) رسم $(C_f)$ و$(\Delta)$ على المجال $[0\ ;2]$

**-II**

1) تمثيل الحدود الثلاثة الأولى على محور الفواصل

2) التخمين: $u_0 < u_1 < u_2$ ، $(u_n)$ متزايدة تماما

$(u_n)$ متقاربة نحو العدد 1 ( فاصلة نقطة تقاطع $(C_f)$ مع المستقيم $(\Delta)$

3) أ- لدينا من أجل كل عدد طبيعي $n$: $v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n$ ومنه $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{4}$ وحدها الأول $v_0 = -\frac{1}{2}$

ب- $v_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n$ ، $u_n = \frac{-1+\left(\frac{1}{4}\right)^n}{-1-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n}$

جـ $u_{n+1} - u_n > 0$ ومنه $(u_n)$ متزايدة تماما

$\lim(u_n) = 1$ ، $(u_n)$ متقاربة نحو العدد 1

4) $\Sigma_n = \frac{2}{3}\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} - 1\right)$

5) أ- من أجل كل عدد طبيعي $n$ لدينا $\frac{1}{u_n+2} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$

ب- $\Sigma'_n = \frac{1}{3}(n+1) - \frac{2}{9}\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} - 1\right)$