ثانوية صديقي النوري-الجلفة | الموسم الدراسي: 2023-2024

اختبار الفصل الأول

في مادة الرياضيات

المستوى: ثانية ثانوي | الأستاذ: قويسم الخليل

الشعبة: علوم تجريبية | المدة: 02 ساعة

ملاحظة هااامة !!! تؤخذ بعين الاعتبار الإجابات المُنهجة فقط

التمرين الأول ﴿05 نقاط﴾

I) ليكن كثير الحدود Q حيث: $Q(x)=x^2-8x+7$

[01.25 ن] ❶ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $Q(x)=0$

[01.00 ن] ❷ استنتج حسب قيم x إشارة $Q(x)$ على $\mathbb{R}$

II) ليكن ثلاثي الحدود $P_\alpha(x)=(\alpha^2+1)x^2+2(\alpha-2)x+\frac{1}{2}$، حيث α وسيط حقيقي

[01.50 ن] ❶ تأكد أنّ مميز ثلاثي الحدود $P_\alpha(x)$ هو $\Delta_{P_\alpha}=2Q(\alpha)$

[01.25 ن] ❷ من أجل $\alpha\in]1;7[$، استنتج حسب قيم x إشارة $P_\alpha(x)$ على $\mathbb{R}$

التمرين الثاني ﴿10 نقاط﴾

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^3+3x+4$

[01.50 ن] ❶ احسب $g(-1)$، ثمّ استنتج تحليلا لـ $g(x)$ على $\mathbb{R}$

[01.00 ن] ❷ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x)=0$ ثمّ شكل جدول إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{2-x^3}{1+x^2}$، و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

[01.00 ن] ❶ أ- بيّن أنّه من أجل كل عدد x حقيقي: $f'(x)=\frac{-xg(x)}{(1+x^2)^2}$

[01.00 ن] ب- استنتج تغيرات الدالة f، ثمّ شكل جدول تغيراتها

[00.75 ن] ج- عيّن دون حساب $\lim\limits_{h\to0}\left(\frac{f(h)-2}{h}\right)$، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا

[00.50 ن] ❷ ليكن $\omega\in[-2;-1]$، جِد حصرا للعدد Ω حيث: $\Omega=\sqrt{\frac{2-\omega^3}{1+\omega^2}}$

[01.00 ن] ❸ ارسم (C_f) على المجال $[-3;3]$

[01.25 ن] ❹ m وسيط حقيقي حيث $m\in\left[-\frac{5}{2};\frac{29}{10}\right]$، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة

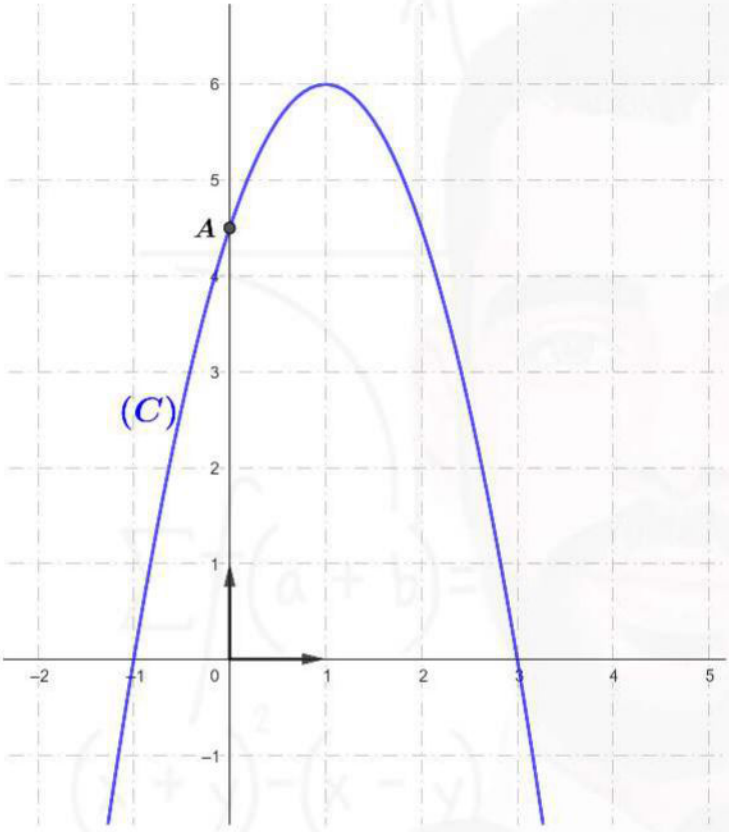
III) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ: $h(x)=f(-|x|)$

[00.50 ن] ❶ ادرس شفعية الدالة h

[01.00 ن] ❷ وضّح كيف يمكن إنشاء (C_h) الممثل للدالة h انطلاقا من (C_f)، ثمّ أنشئه

← التمرين الثالث ﴿05 نقاط﴾

(C) التمثيل البياني للدالة f' مشتقة الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، حيث (C) يقطع حامل محور التراتيب في النقطة $A\left(0;\frac{9}{2}\right)$. كما هو مبين في الشكل الآتي:



• أجب بصحيح أو خطأ (مع التبرير):

[01.00 ن] ❶ $f'(1)=0$

[01.00 ن] ❷ f موجبة تماما على $]-1;3[$

[01.00 ن] ❸ f متناقصة تماما على $]1;+\infty[$

[01.00 ن] ❹ إذا كان $f(0)=0$ فإن معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي $(T):y=\frac{9}{2}x$

[01.00 ن] ❺ f تقبل قيمة حدية عند $x=1$

حِكمة: مهما كان العلم متعبًا، فلن يكون أشد إرهاقًا من الجهل

ويا عزيزي التلميذ بعد نهاية الاختبار امسح رمز الاستجابة السريعة لمشاهدة الحل المفصل

Scan me

التمرين الأول ﴿05 نقاط﴾

(I

❶ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $Q(x)=0$:

لدينا: $\Delta=(-8)^2-4(1)(7)=36$

ومنه: $x=\frac{-(-8)+\sqrt{36}}{2(1)}=7$ أو $x=\frac{-(-8)-\sqrt{36}}{2(1)}=1$

إذن: $S_{Q(x)=0}=\{1;7\}$

❷ استنتاج حسب قيم x إشارة $Q(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		1		7		$+\infty$
$Q(x)$	$+$	0		$-$	0	$+$	

(II

❶ التأكد أن مميز ثلاثي الحدود $P(x)$ هو $\Delta_{P_\alpha}=2Q(\alpha)$:

$$\begin{aligned}\Delta_P&=\big(2(\alpha-2)\big)^2-4(\alpha^2+1)\frac{1}{2}\\&=4(\alpha^2+4-4\alpha)-2\alpha^2-2\\&=2\alpha^2-16\alpha+14\\&=2(\alpha^2-8\alpha+7)\\&=2Q(\alpha)\end{aligned}$$

❷ من أجل $\alpha\in\,]1;7[$ استنتاج إشارة $P_\alpha(x)$ على $\mathbb{R}$:

من أجل $\alpha\in\,]1;7[$ لدينا: $\Delta_{P_\alpha}=2Q(\alpha)<0$

إذن: $P(x)=0$ لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$

وعليه إشارة $P_\alpha(x)$ من إشارة (α^2+1)

ولدينا: $\alpha^2+1>0$

إذن: $P_\alpha(x)>0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)$	$+$		

التمرين الثاني ﴿10 نقاط﴾

(I

❶ حساب $g(-1)$، واستنتاج تحليلا لـ $g(x)$:

لدينا: $g(-1)=(-1)^3+3(-1)+4=0$

ومنه: $g(x)=(x+1)(ax^2+bx+c)$

	1	0	3	4
-1	0	-1	1	-4
	1	-1	4	0

ومنه: $g(x)=\boxed{(x+1)(x^2-x+4)}$

❷ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x)=0$:

لدينا: $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$ لأنّ f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ، و 0

❸ جدول إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

(II

❶ أ. تبيين أن: $f'(x)=\frac{-x\cdot g(x)}{(1+x^2)^2}$:

لدينا: الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$، حيث:

$$\begin{aligned}f'(x)&=\frac{-3x^2(1+x^2)-2x(2-x^3)}{(1+x^2)^2}\\&=\frac{-3x^2-3x^4-4x+2x^4}{(1+x^2)^2}\\&=\frac{-x^4-3x^2-4x}{(1+x^2)^2}\\&=\frac{-x(x^3+3x+4)}{(1+x^2)^2}=\boxed{\frac{-x\cdot g(x)}{(1+x^2)^2}}\end{aligned}$$

ب. استنتاج تغيرات الدالة f

لدينا: $(1+x^2)^2>0$، ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $(-x\cdot g(x))$

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$-x$	$+$		$+$		0		$-$
$g(x)$	$-$	0	$+$		$+$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$		

ومنه الدالة f : • متزايدة تماما على $]-1;0[$

• متناقصة تماما على $]-\infty;-1[$ و $]0;+\infty[$

• تشكيل جدول تغيرات f

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f(x)$		↘	$\frac{3}{2}$	↗	2	↘	

ج. تعيين دون حساب $\lim\limits_{h\to0}\left(\frac{f(h)-2}{h}\right)$:

$$\begin{aligned}\lim_{h\to0}\left(\frac{f(h)-2}{h}\right)&=\lim_{h\to0}\left(\frac{f(0+h)-f(0)}{h}\right)\\&=f'(0)=0\end{aligned}$$

ومنه: (C_f) يقبل مماسا أفقيا معادلته $y=2$

❷ إيجاد حصرا للعدد Ω :

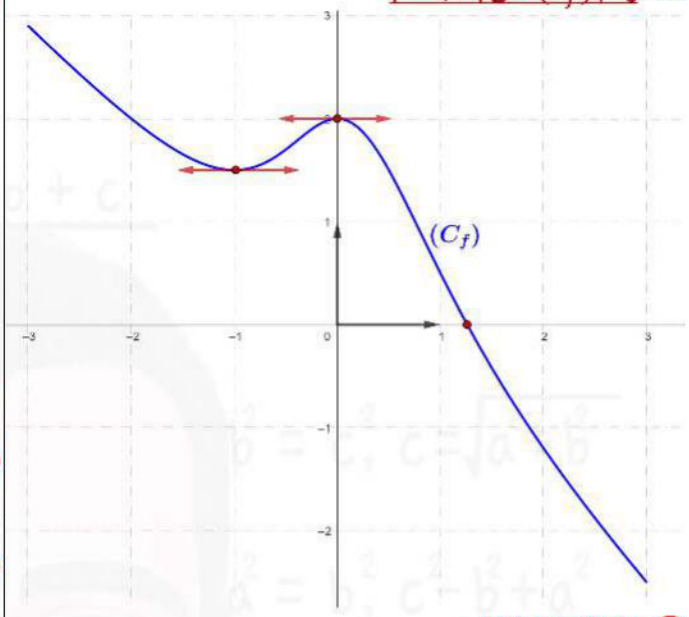
لدينا: $\Omega=\sqrt{\frac{2-\omega^3}{1+\omega^2}}=\sqrt{f(\omega)}$

ولدينا: الدالة f متناقصة لما $x\in[-2;-1]$

$f(-1)\leq$

أي: $\frac{3}{2} \le f(\omega) \le 2$ أي: $\sqrt{\frac{3}{2}} \le \Omega \le \sqrt{2}$

❸ رسم (C_f) على $[-3;3]$



❹ المناقشة البيانية:

نضع: $f(x) = m \dots (E)$

لدينا: (E) تكافئ: $\begin{cases} y = f(x) \\ y = m \end{cases}$. ومنه حلول (E) هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة $y = m$:

- لما $-\frac{5}{2} < m < \frac{3}{2}$: المعادلة (E) تقبل حل موجب تماما
- لما $m = \frac{3}{2}$: المعادلة (E) تقبل حلان مختلفان في الإشارة
- لما $\frac{3}{2} < m < 2$: المعادلة (E) تقبل حل موجب تماما وحلان سالبان تماما
- لما $m = 2$: المعادلة (E) تقبل حل معدوم وحل سالب تماما
- لما $2 < m < \frac{29}{10}$: المعادلة (E) تقبل حل سالب تماما

(III

❶ دراسة شفعية الدالة h:

لدينا $D_h = \mathbb{R}$ ومنه: لما $x \in D_h$ فإنّ $(-x) \in D_h$

ولدينا: $h(-x) = f(-|-x|) = f(-|x|) = h(x)$

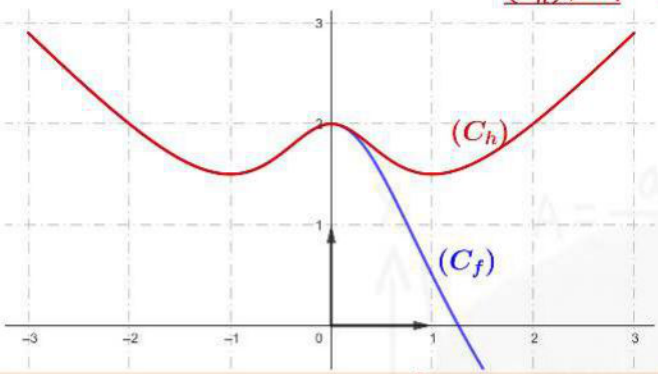
ومنه الدالة h زوجية

❷ توضيح كيف يمكن إنشاء (C_h):

لدينا: $h(x) = f(-|x|) = \begin{cases} f(-x) & ; \ x \ge 0 \\ f(x) & ; \ x \le 0 \end{cases}$

ومنه (C_h) ينطبق على (C_f) لما $x \le 0$ ، وبما أن الدالة h زوجية فهي متناظرة بالنسبة لمحور التراتيب

- إنشاء (C_h)



التمرين الثالث ﴿05 نقاط﴾

❶ $f'(1) = 0$:

خطأ، لأنّ: $f'(1) = 6$

❷ f موجبة تماما على المجال $]-1;3[$:

خطأ. f متزايدة تماما على $]-1;3[$ وليس موجبة على $]-1;3[$

❸ f متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$:

خطأ، لأنّ:

$x \in [1;3]$ لما $f'(x) \ge 0$ و $x \in [3;+\infty[$ لما $f'(x) \le 0$

إذن الدالة f ليست متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$

❹ إذا كان $f(0) = 0$ فان معادلة (T) هي $y = \frac{9}{2}x$:

صحيح، لأنّ:

$$(T): y = f'(0)(x-0) + f(0) = \frac{9}{2}x + 0 = \frac{9}{2}x$$

❺ f تقبل قيمة حدية عند 1:

خطأ، لأنّ: f تقبل قيمة حدية عند 3 و -1 فقط

